Algorithmique sur calculatrices

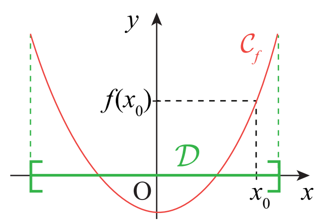
Langage	TI	Casio
Lecture	Prompt X	? → X
Affichage	Disp X	X◢
Affectation	1→X	1→X
Conditionnelle	If *Condition* Then *Instruction 1* Else *Instruction 2* End	If *Condition* : Then *Instruction 1* : Else *Instruction 2* : EndIf
Boucle avec compteur	For(X,1,N) *Instruction* End	For 1→X To N *Instruction* Next
Boucle "Tant que"	While *Condition* *Instruction* End	While *Condition* *Instruction* WhileEnd

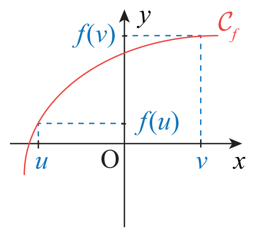
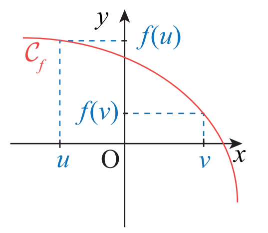
Mémento Python

Instructions	Python 3
Lecture	X=input()
Affichage	print(X)
Affectation	X=1
Séquence d'instructions	Instruction 1 Instruction 2 etc.
Conditionnelle	`if` *Condition* : *Instruction 1* `else:` *Instruction 2*
Boucle bornée	`for X in range(`*début,fin*`)` : *Instruction* (la valeur finale est exclue)
Boucle non bornée	`while` *Condition* : *Instruction*
Fonctions	`def` *f* (*x*) : *Instructions* `return` *valeur*
Appel	`f(3)` (image d'une constante) `f(a)` (image d'une variable) `f()` (fonction sans argument)

Vocabulaire des fonctions

Une fonction f est définie sur l'ensemble $\mathcal{D}$ si chaque élément de $\mathcal{D}$ a une image et une seule.
$\mathcal{D}$: ensemble de définition de f.
$f(x)$: image de x.
x : un antécédent de $f(x)$.



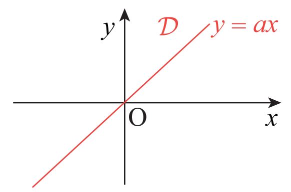
Fonction strictement croissante	Fonction strictement décroissante
	
Si $u < v$ alors $f(u) < f(v)$.	Si $u < v$ alors $f(u) > f(v)$.

Droites et fonctions dans un repère

Soient a et b deux réels.

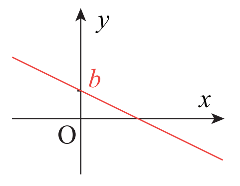
- **Fonction linéaire : $f(x) = ax$**

La représentation graphique est une droite passant par l'origine.
a est le *coefficient directeur* de la droite.

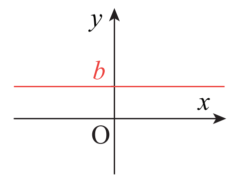


- **Fonction affine : $f(x) = ax + b$**

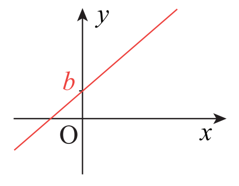
La représentation graphique est une droite.
b est l'*ordonnée à l'origine* de cette droite car $b = f(0)$.



$a < 0$



$a = 0$



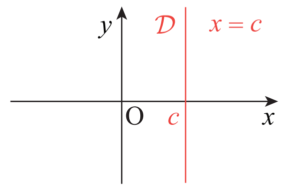
$a > 0$

Si A$(x_A ; y_A)$ et B$(x_B ; y_B)$ sont deux points distincts de $\mathcal{D}$, $\boxed{a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$

Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

- **Droites d'équation $x = c$**

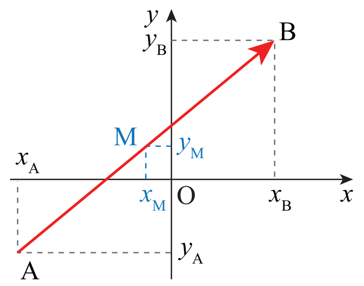
C'est une droite parallèle à l'axe des y.
$\mathcal{D}$ ne représente pas une fonction car c a une infinité d'images.



Vecteurs du plan

- **Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$**

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A \,;\, y_B - y_A)$$



- **Norme $\|\overrightarrow{AB}\|$ ou longueur AB**

Dans un repère orthonormé :

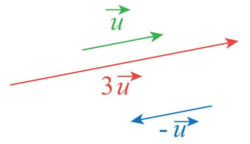
$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

- **Milieu M de [AB]**

$$\boxed{x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \;,\; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

- **Colinéarité et déterminant**

Soient k un réel et $\vec{u}$ un vecteur.
$k\vec{u}$ est colinéaire à $\vec{u}$ (même direction).



Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$,
le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est :

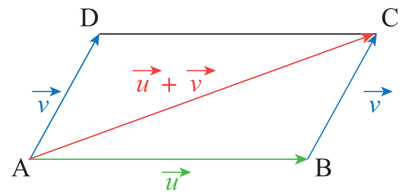
$$\boxed{\det(\vec{u}, \vec{v}) = ad - bc}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

Si $\vec{u}(a \,;\, b)$ alors $k\vec{u}(ka \,;\, kb)$.

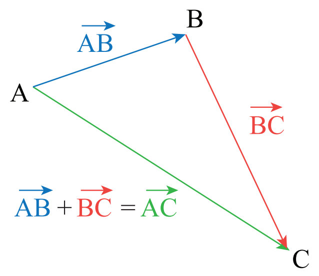
- **Règle du parallélogramme**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \iff$ ABCD parallélogramme.



- **Relation de Chasles**

$$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$$



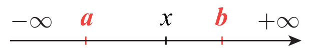
Identités remarquables – Distributivité

Pour tous réels a, b, c, d et k, on a les égalités suivantes :

$$\boxed{\begin{array}{c} k(a+b) = ka + kb \\ (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{l} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \end{array}}$$

Intervalles

$x \in [a\,;b] : a \leqslant x \leqslant b$	$x \in [a\,;+\infty[\,: a \leqslant x$
$x \in [a\,;b[\,: a \leqslant x < b$	$x \in]a\,;+\infty[\,: a < x$
$x \in]a\,;b] : a < x \leqslant b$	$x \in]-\infty\,;b] : x \leqslant b$
$x \in]a\,;b[\,: a < x < b$	$x \in]-\infty\,;b[\,: x < b$



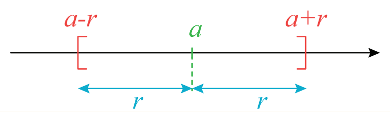
- **Valeur absolue**

$$\boxed{|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}}$$

$|a - b|$: distance entre les nombres a et b.

- **Intervalles centrés**

$|x - a| \leq r$ si et seulement si $x \in [a - r, a + r]$.
$|x - a| < r$ si et seulement si $x \in]a - r, a + r[$.



Vocabulaire des ensembles

$a \in A$	a est élément de l'ensemble A.
$A \subset B$	A est un sous-ensemble (ou une partie) de l'ensemble B ; tous les éléments de A sont éléments de B.
Réunion $A \cup B$ (A union B)	ensemble des éléments de A et de B.
Intersection $A \cap B$ (A inter B)	ensemble des éléments communs de A et B.

- **Sous-ensembles de $\mathbb{R}$**

Un nombre réel est l'abscisse d'un point sur une droite.
$\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels.

Désignation	Notation	Description	Exemples
Entiers naturels	$\mathbb{N}$	$\{0;\,1;\,2;\,\ldots\}$	$12\,;\,78\,;\,100$
Entiers relatifs	$\mathbb{Z}$	$\{0;\,-1;\,+1;\,-2;\,\ldots\}$	$-100\,;\,-45\,;\,89$
Nombres décimaux	$\mathbb{D}$	$\frac{n}{10^p}$ ($n \in \mathbb{Z}$, $p \in \mathbb{N}$)	$-\frac{3}{10}\,;\,\frac{78}{100}$
Nombres rationnels	$\mathbb{Q}$	$\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{2}{7}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{100}{11}$

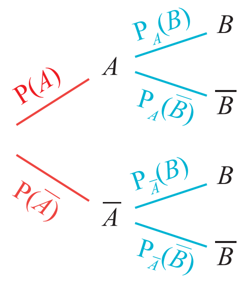
$\mathbb{N}^*$, $\mathbb{R}^*$, etc : ensemble sans l'élément 0.

$\varnothing$: ensemble vide (sans élément).

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: ensemble des réels sans les rationnels (donc ensemble des irrationnels).

Inclusions : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Probabilités conditionnelles



Probabilité de A sachant que B est réalisé :

$$P_B(A) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

À chaque nœud, la somme des probabilités est égale à 1 :

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 \quad ; \quad P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1.$$

Probabilités

- **Univers Ω d'une expérience aléatoire**

Ensemble des n issues possibles de l'expérience : $\Omega = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$.

$$\boxed{\begin{array}{l} 0 \leqslant P(x_i) \leqslant 1 \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \\ P(x_1) + P(x_2) + \cdots + P(x_n) = 1 \\ P(\Omega) = 1 \text{ (événement certain)} \\ P(\varnothing) = 0 \text{ (événement impossible)} \end{array}}$$

- **Probabilité d'un événement A**

$A = \{x_1, \ldots, x_k\}$ est un sous-ensemble de Ω. $\boxed{P(A) = P(x_1) + \cdots + P(x_k)}$

Si les issues sont équiprobables : $\boxed{P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}}$

$\overline{A}$: événement contraire de A. $\boxed{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$

- **Probabilité de la réunion de deux événements A et B**

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

- **Échantillon**

Suite de n résultats obtenue par répétition indépendante d'une même expérience.

- **Loi des grands nombres**

Si n est grand, la fréquence d'un événement observée sur un échantillon de taille n est, sauf exception, proche de sa probabilité. Par exemple pour un jeu de pile ou face, la proportion de « pile » est proche de 50% lorsqu'on effectue un grand nombre de lancers d'une pièce équilibrée.

Statistiques

Soit une série de p valeurs $x_1, \ldots, x_p$, pondérées respectivement par $n_1, \ldots, n_p$.

- **Moyenne pondérée**

$$\boxed{\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + \cdots + n_p x_p}{n_1 + \cdots + n_p}}$$

- **Linéarité de la moyenne**

k et c sont deux nombres réels.

$$\boxed{\overline{kx} = k\bar{x}} \quad \text{et} \quad \boxed{\overline{x + c} = \bar{x} + c}$$

- **Médiane**

Nombre m tel que la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à m et la moitié des valeurs sont supérieures ou égales à m.

- **Quartiles**

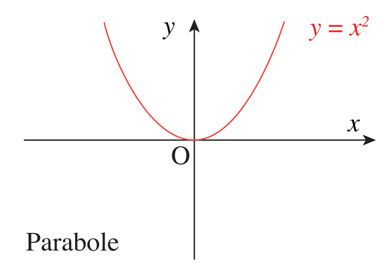
q_1, q_2, q_3 sont les plus petites valeurs de la série qui permettent de dire :
« Pour 25% des valeurs x, $x \leqslant q_1$ (50% pour q_2, 75% pour q_3) ».
Écart inter-quartile : $q_3 - q_1$.

- **Écart-type**

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{n_1 + \cdots + n_p}}}$$

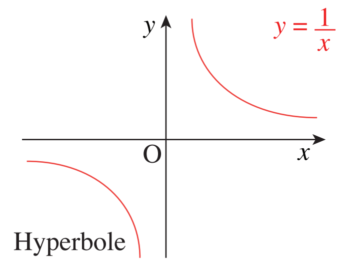
Fonction carré, fonction inverse

Fonction carré :
pour tout x réel, $f(x) = x^2$



Parabole

Fonction inverse :
pour tout x réel non nul, $f(x) = \frac{1}{x}$



Hyperbole

Arithmétique

- b est multiple de a (ou a est diviseur de b) s'il existe m entier tel que $b = am$.
- Entier pair : multiple de 2. Il s'écrit sous la forme $2k$, $k \in \mathbb{Z}$.
  Entier impair : il s'écrit sous la forme $2k + 1$, où $k \in \mathbb{Z}$.