

Algorithmique sur calculatrices

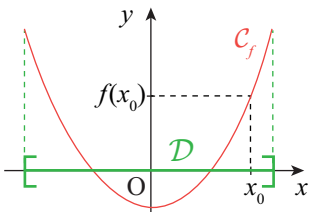
Langage	TI	Casio
Lecture	Prompt X	? → X
Affichage	Disp X	X▴
Affectation	I→X	I→X
Conditionnelle	If <i>Condition</i> Then <i>Instruction 1</i> Else <i>Instruction 2</i> End	If <i>Condition</i> : Then <i>Instruction 1</i> : Else <i>Instruction 2</i> : IfEnd
Boucle avec compteur	For(X,1,N) <i>Instruction</i> End	For 1→X To N <i>Instruction</i> Next
Boucle "Tant que"	While <i>Condition</i> <i>Instruction</i> End	While <i>Condition</i> <i>Instruction</i> WhileEnd

Mémento Python

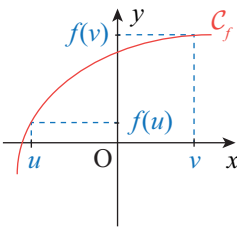
Instructions	Python 3
Lecture	X=input()
Affichage	print(X)
Affectation	X=1
Séquence d’instructions	Instruction 1 Instruction 2 etc.
Conditionnelle	if <i>Condition</i> : <i>Instruction 1</i> else: <i>Instruction 2</i>
Boucle bornée	for X in range(<i>début</i> , <i>fin</i>): <i>Instruction</i> (la valeur finale est exclue)
Boucle non bornée	while <i>Condition</i> : <i>Instruction</i>
Fonctions	def <i>f(x)</i> : <i>Instructions</i> return <i>valeur</i>
Appel	f (3) (image d’une constante) f (a) (image d’une variable) f () (fonction sans argument)

Vocabulaire des fonctions

Une fonction f est définie sur l'ensemble $\mathcal{D}$ si chaque élément de $\mathcal{D}$ a une image et une seule.
 $\mathcal{D}$: ensemble de définition de f .
 $f(x)$: image de x .
 x : un antécédent de $f(x)$.

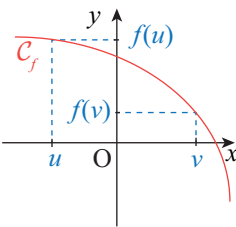


Fonction strictement croissante



Si $u < v$ alors $f(u) < f(v)$.

Fonction strictement décroissante



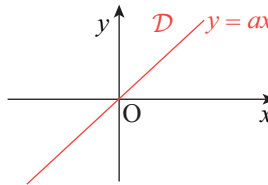
Si $u < v$ alors $f(u) > f(v)$.

Droites et fonctions dans un repère

Soient a et b deux réels.

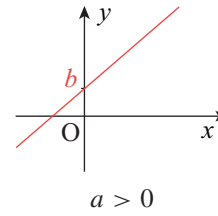
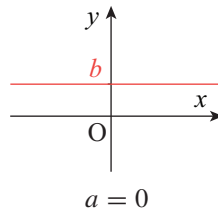
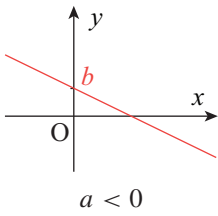
- **Fonction linéaire** : $f(x) = ax$

La représentation graphique est une droite passant par l'origine.
 a est le *coefficient directeur* de la droite.



- **Fonction affine** : $f(x) = ax + b$

La représentation graphique est une droite.
 b est l'*ordonnée à l'origine* de cette droite car $b = f(0)$.

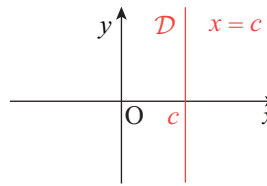


Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts de $\mathcal{D}$, $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Deux droites non verticales sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

- **Droites d'équation $x = c$**

$\mathcal{C}$ 'est une droite parallèle à l'axe des y .
 $\mathcal{D}$ ne représente pas une fonction car c a une infinité d'images.



Vecteurs du plan

Coordonnées de $\vec{AB}$

$\vec{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

Norme $\|\vec{AB}\|$ ou longueur AB

Dans un repère orthonormé :

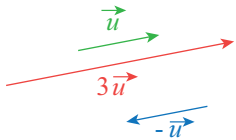
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Milieu M de $[AB]$

$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$, $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

Colinéarité et déterminant

Soient k un réel et $\vec{u}$ un vecteur.
 $k\vec{u}$ est colinéaire à $\vec{u}$ (même direction).



Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$,
le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est :

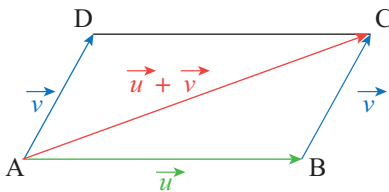
$\det(\vec{u}, \vec{v}) = ad - bc$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

Si $\vec{u}(a ; b)$ alors $k\vec{u}(ka ; kb)$.

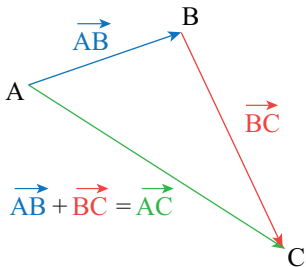
Règle du parallélogramme

$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \iff$ ABCD parallélogramme.



Relation de Chasles

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$



Identités remarquables – Distributivité

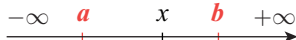
Pour tous réels a, b, c, d et k , on a les égalités suivantes :

$k(a + b) = ka + kb$
 $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Intervalles

$x \in [a ; b] : a \leq x \leq b$
$x \in [a ; b[: a \leq x < b$
$x \in]a ; b] : a < x \leq b$
$x \in]a ; b[: a < x < b$

$x \in [a ; +\infty[: a \leq x$
$x \in]a ; +\infty[: a < x$
$x \in]-\infty ; b] : x \leq b$
$x \in]-\infty ; b[: x < b$



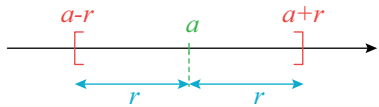
Valeur absolue

$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$|a - b|$: distance entre les nombres a et b .

Intervalles centrés

$|x - a| \leq r$ si et seulement si $x \in [a - r ; a + r]$.
 $|x - a| < r$ si et seulement si $x \in]a - r ; a + r[$.



Vocabulaire des ensembles

$a \in A$	a est élément de l'ensemble A .
$A \subset B$	A est un sous-ensemble (ou une partie) de l'ensemble B ; tous les éléments de A sont éléments de B .
Réunion $A \cup B$ (A union B)	ensemble des éléments de A ou de B (ou des deux).
Intersection $A \cap B$ (A inter B)	ensemble des éléments communs de A et B .

Sous-ensembles de $\mathbb{R}$

Un nombre réel est l'abscisse d'un point sur une droite.

$\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels.

Désignation	Notation	Description	Exemples
Entiers naturels	$\mathbb{N}$	$\{0 ; 1 ; 2 ; \dots\}$	12 ; 78 ; 100
Entiers relatifs	$\mathbb{Z}$	$\{0 ; -1 ; +1 ; -2 ; \dots\}$	-100 ; -45 ; 89
Nombres décimaux	$\mathbb{D}$	$\frac{n}{10^p}$ ($n \in \mathbb{Z}, p \in \mathbb{N}$)	$-\frac{3}{10}$; $\frac{78}{100}$
Nombres rationnels	$\mathbb{Q}$	$\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{2}{7}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{100}{11}$

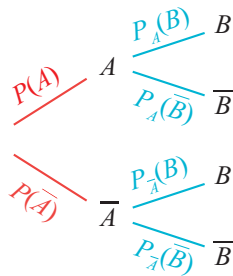
$\mathbb{N}^*, \mathbb{R}^*$, etc. : ensemble sans l'élément 0.

$\emptyset$: ensemble vide (sans élément).

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: ensemble des réels sans les rationnels (donc ensemble des irrationnels).

Inclusions : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Probabilités conditionnelles



Probabilité de A sachant que B est réalisé (avec $P(B) \neq 0$) :

$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

À chaque nœud, la somme des probabilités est égale à 1 :

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$; $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.

Probabilités

Univers Ω d'une expérience aléatoire

Ensemble des n issues possibles de l'expérience : $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

$0 \leq P(x_i) \leq 1$ pour $1 \leq i \leq n$
 $P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n) = 1$
 $P(\Omega) = 1$ (événement certain)
 $P(\emptyset) = 0$ (événement impossible)

Probabilité d'un événement A

$A = \{x_1, \dots, x_k\}$ est un sous-ensemble de Ω .

$P(A) = P(x_1) + \dots + P(x_k)$

Si les issues sont équiprobables :

$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

$\bar{A}$: événement contraire de A .

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Probabilité de la réunion de deux événements A et B

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Échantillon

Suite de n résultats obtenue par répétition indépendante d'une même expérience.

Loi des grands nombres

Si n est grand, la fréquence d'un événement observée sur un échantillon de taille n est, sauf exception, proche de sa probabilité. Par exemple pour un jeu de pile ou face, la proportion de « pile » est proche de 50% lorsqu'on effectue un grand nombre de lancers d'une pièce équilibrée.

Statistiques

Soit une série de p valeurs $x_1, \dots, x_p$, pondérées respectivement par $n_1, \dots, n_p$.

Moyenne pondérée

$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + \dots + n_px_p}{n_1 + \dots + n_p}$

Linéarité de la moyenne

k et c sont deux nombres réels.

$\overline{kx} = k\bar{x}$

et $\overline{\bar{x} + c} = \bar{x} + c$

Médiane

Nombre m tel qu'au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à m et au moins la moitié des valeurs sont supérieures ou égales à m .

Quartiles

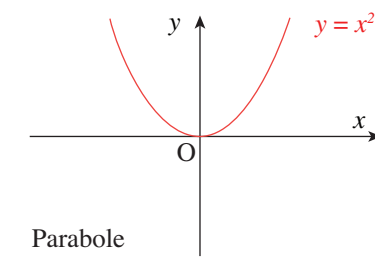
q_1 et q_3 sont les plus petites valeurs de la série qui permettent de dire :
« Pour au moins 25% des valeurs $x, x \leq q_1$ et pour au moins 75%, $x \geq q_3$ ».
Écart interquartile : $q_3 - q_1$.

Écart type

$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{n_1 + \dots + n_p}}$

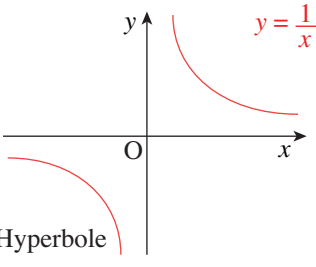
Fonction carré, fonction inverse

Fonction carré :
pour tout x réel, $f(x) = x^2$



Parabole

Fonction inverse :
pour tout x réel non nul, $f(x) = \frac{1}{x}$



Hyperbole

Arithmétique

- b est multiple de a (ou a est diviseur de b) s'il existe m entier tel que $b = am$.
- Entier pair : multiple de 2. Il s'écrit sous la forme $2k, k \in \mathbb{Z}$.
Entier impair : il s'écrit sous la forme $2k + 1$, où $k \in \mathbb{Z}$.