

## Probabilités

$\Omega = \{e_1; e_2; \dots; e_n\}$  est l'univers constitué de  $n$  éventualités,  $A$  et  $B$  sont deux événements.

### ● Probabilité d'un événement

$$p(\Omega) = 1 \quad p(\emptyset) = 0 \quad p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \text{ et } B \text{ incompatibles} \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

### ● Loi de probabilité

À chaque éventualité  $e_i$ , on associe une probabilité  $p_i$ .

Éventualités	$e_1$	$e_2$	$\dots$	$e_n$
Probabilités	$p_1$	$p_2$	$\dots$	$p_n$

On doit avoir :  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ .

S'il y a équiprobabilité :  $p_i = \frac{1}{n}$ .

### ● Variable aléatoire

$X = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$  est une variable aléatoire. On note  $p_i = p(X = x_i)$ .

Espérance :  $E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$

$$\text{Variance} : V(X) = (x_1 - E(X))^2 p_1 + (x_2 - E(X))^2 p_2 + \dots + (x_n - E(X))^2 p_n$$

$$= E(X^2) - [E(X)]^2 \text{ (formule de König-Huygens)}$$

Écart-type :  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Écritures avec le symbole « sigma » :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad ; \quad V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 p_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i p_i \right)^2$$

Propriétés : pour  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ ,  $E(aX + b) = aE(X) + b$

$$V(aX + b) = a^2 V(X)$$

$$\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$$

Jeu équitable :  $E(G) = 0$ , où  $G$  est la variable aléatoire représentant les gains possibles du jeu.

### ● Probabilités conditionnelles

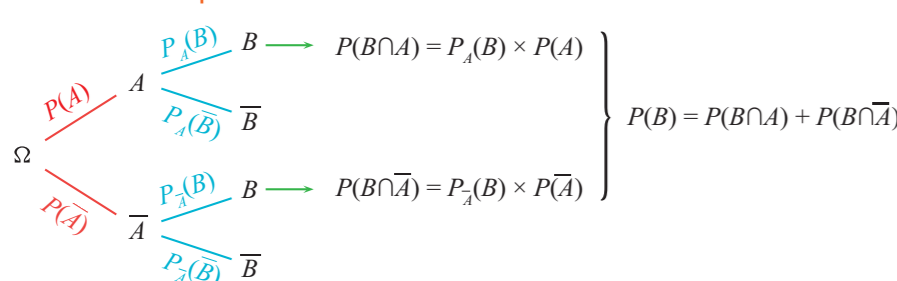
$$\text{Probabilité de } B \text{ sachant } A : P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$A$  et  $B$  indépendants  $\Leftrightarrow P_A(B) = P(B)$

$$\Leftrightarrow P_B(A) = P(A)$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

### ● Formule des probabilités totales



# INTERROS des LYCÉES

## LES VRAIS EXOS DONNÉS DANS LES LYCÉES

- Des **centaines d'exercices** recueillis dans les lycées de France.
- Des **énoncés variés**, de difficulté progressive, réellement posés par des professeurs dans les classes.
- Tous les **corrigés détaillés**.

LYCÉES DE FRANCE

## POUR UN ENTRAÎNEMENT EFFICACE EN MATHS

- Les **automatismes** et un **bac blanc corrigé** pour réussir la **nouvelle épreuve anticipée**.
- Des **rappels de cours** synthétiques, conformes au **nouveau programme**.
- Des **QCM** de vérification des connaissances.
- Un **minutage** pour chaque exercice.

## DES VIDÉOS ET DES COMPLÉMENTS NUMÉRIQUES

- Dans les **vidéos**, les auteurs vous expliquent le **cours** et vous aident à **résoudre les exos**.
- Des **liens** vers des sites Internet et **ressources numériques** très utiles.
- Une utilisation très simple grâce aux **QR codes** !

Toute une gamme Nathan pour réviser utile



Mes fiches Pour réviser vite et bien

Excellence La mention en plus

Réussite Le bac efficace

14,90 €

ISBN 978-2-09-506536-2



imprimé en France



Nathan

Maths spécialité

Nathan

20

1<sup>re</sup>

# INTERROS des LYCÉES

# les VRAIS EXOS

donnés dans les lycées

1<sup>RE</sup>

Nouvelle épreuve anticipée

NOUVEAU PROGRAMME

# maths spécialité

Automatismes et exos minutés

Cours et méthodes

Corrigés détaillés

Vidéos de cours accessibles par QR codes

+ Mémento sur les rabats

Nathan

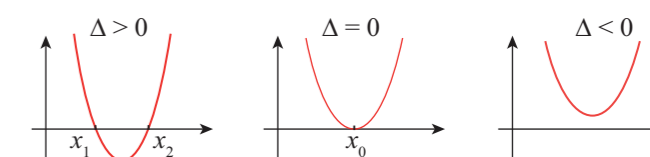
## Le second degré

$f(x) = ax^2 + bx + c$ , avec  $a \neq 0$ .

Discriminant :  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

Forme canonique :  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ , avec  $\alpha = -\frac{b}{2a}$  et  $\beta = -\frac{\Delta}{4a}$ .

### ● Types de paraboles (pour $a > 0$ )



### ● Solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = -\frac{b}{2a}$	Pas de solution

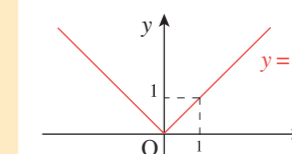
### ● Factorisation de $(ax^2 + bx + c)$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_0)^2$	Ne se factorise pas

### ● Signe de $f(x)$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$																			
<table border="1"> <tr><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_1</math></td><td><math>x_2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td>signe de <math>a</math></td><td>0</td><td>signe de <math>(-a)</math></td><td>0</td><td>signe de <math>a</math></td></tr> </table>	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	signe de $a$	0	signe de $(-a)$	0	signe de $a$	<table border="1"> <tr><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td>signe de <math>a</math></td><td>0</td><td>signe de <math>a</math></td></tr> </table>	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$	signe de $a$	0	signe de $a$	<table border="1"> <tr><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td>signe de <math>a</math></td><td></td></tr> </table>	$-\infty$	$+\infty$	signe de $a$	
$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$																		
signe de $a$	0	signe de $(-a)$	0	signe de $a$																	
$-\infty$	$x_0$	$+\infty$																			
signe de $a$	0	signe de $a$																			
$-\infty$	$+\infty$																				
signe de $a$																					

## La fonction valeur absolue

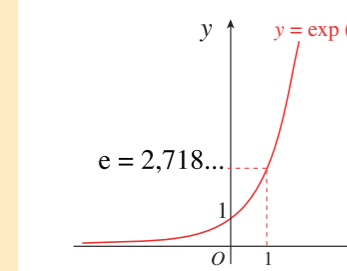


$$|x| = x \text{ si } x \geq 0$$

$$|x| = -x \text{ si } x < 0$$

$x \mapsto |x|$  n'est pas dérivable en 0.

## La fonction exponentielle



$x \mapsto e^x$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

$$e^0 = 1; e^1 = e (\approx 2,718); e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

Pour  $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  :

$e^{x+y} = e^x \times e^y$	$e^{nx} = (e^x)^n$
$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$	$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

$$(e^x)' = e^x \quad ; \quad (e^{kx})' = ke^{kx} \quad ; \quad x > y \Leftrightarrow e^x > e^y; \quad x = y \Leftrightarrow e^x = e^y$$

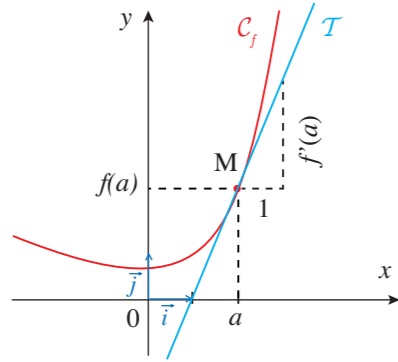
## Dérivation

### ● Nombre dérivé

Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $h \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

$f$  est dérivable en  $a \iff \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  tend vers  $\lambda \in \mathbb{R}$  quand  $h$  tend vers 0.

$\lambda = f'(a)$  est le *nombre dérivé* de  $f$  en  $a$ .



### ● Équation de la tangente

$f'(a)$  est le *coefficient directeur* de la tangente  $\mathcal{T}$  à  $C_f$  au point  $M(a; f(a))$ .

Équation de  $\mathcal{T}$  :  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

### ● Dérivées usuelles

$f(x)$	$k$ réel	$x$	$x^2$	$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{x}$
$f'(x)$	0	1	$2x$	$nx^{n-1}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Domaine de dérivabilité	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$]0; +\infty[$

### ● Opérations sur les dérivées

Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un même intervalle, et  $k \in \mathbb{R}$ .

Fonction	$ku$	$u + v$	$uv$	$\frac{1}{u}$	$\frac{u}{v}$	$f(ax + b)$
Fonction dérivée	$ku'$	$u' + v'$	$u'v + uv'$	$-\frac{u'}{u^2}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$a \times f'(ax + b)$

### ● Signe de la dérivée et sens de variation

Soit  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$ .

Pour tout $x \in I$	$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) = 0$
Sens de variation de $f$	$f$ est strictement croissante sur $I$	$f$ est strictement décroissante sur $I$	$f$ est constante sur $I$

### ● Extremum local

Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ , avec  $a < b$ , et  $f$  une fonction dérivable sur  $]a; b[$ .

$f$  admet un *extremum local* en  $x_0 \in ]a; b[ \iff \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f'(x) \text{ change de signe en } x_0 \end{cases}$

## Suites

### ● Définition

Une suite est une fonction dont la variable est entière.

Notations possibles d'une suite :  $(u(n))$  ou  $(u_n)$ .

### ● Modes de génération

Mode	Notation	Exemple
Explicite	$u_n = f(n)$	$u_n = n^2$ , avec $f(x) = x^2$
Relation de récurrence	$u_{n+1} = f(u_n)$	$u_{n+1} = u_n^2$ , avec $f(x) = x^2$

### ● Sens de variation d'une suite

Si, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} - u_n \geq 0$ , alors la suite est croissante.

$u_{n+1} - u_n \leq 0$ , alors la suite est décroissante.

Si la suite est définie de façon explicite sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = f(n)$ , où  $f$  est une fonction monotone sur  $]0; +\infty[$ , alors la suite  $(u_n)$  a le même sens de variation que  $f$ .

### ● Suite arithmétique de raison $r$ et de premier terme $u_0$

Pour  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = u_n + r$

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = u_p + (n - p)r, \forall p \in \mathbb{N}$$

$r > 0$	$r < 0$	$r = 0$
la suite est croissante	la suite est décroissante	la suite est constante

Somme des  $n$  premiers entiers :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Somme des  $n + 1$  premiers termes :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \frac{u_0 + u_n}{2}$$

### ● Suite géométrique de raison $q$ et de premier terme $u_0$

Pour  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = qu_n$

$$u_n = u_0 \times q^n$$

$$u_n = u_p \times q^{n-p}, \forall p \in \mathbb{N}$$

Sens de variation lorsque  $u_0 > 0$  et  $q > 0$  :

$q > 1$	$0 < q < 1$	$q = 1$
la suite est croissante	la suite est décroissante	la suite est constante

Somme des puissances positives d'un réel  $q \neq 1$  :

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Somme des  $n + 1$  premiers termes ( $q \neq 1$ ) :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

### ● Capital $C_n$ placé à taux fixe $t$ %

$(C_n)$  est une suite géométrique de raison  $1 + \frac{t}{100}$  et :

$$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$$

## Trigonométrie

$\mathcal{P}$  est un plan muni du repère orthonormé direct  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$ .

### ● Cosinus et sinus d'un nombre réel

Soit  $M$  un point du cercle trigonométrique

tel que  $(\vec{OI}; \vec{OM}) = x$ .

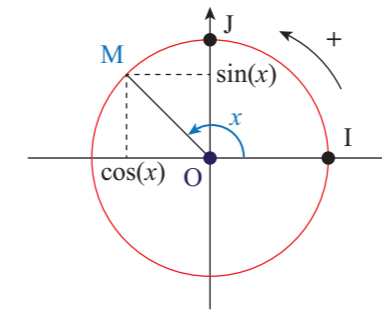
$\cos x$  : abscisse de  $M$ ;

$\sin x$  : ordonnée de  $M$ .

$-1 \leq \cos x \leq 1$

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$



1 radian : angle tel que  $\widehat{IM} = OI$ .

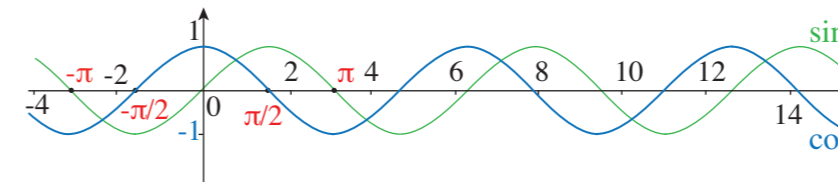
Valeurs remarquables :

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Propriétés de symétrie :

$\alpha$	$-\alpha$	$\alpha + \pi$	$\pi - \alpha$
$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$
$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$

### ● Fonctions trigonométriques



Les fonctions  $x \mapsto \sin x$  et  $x \mapsto \cos x$  sont  $2\pi$ -périodiques :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \begin{cases} \cos(x + 2\pi) = \cos x \\ \sin(x + 2\pi) = \sin x \end{cases}$$

La fonction  $x \mapsto \sin x$  est impaire :

$$\sin(-x) = -\sin(x).$$

La fonction  $x \mapsto \cos x$  est paire :

$$\cos(-x) = \cos(x).$$

Dérivées :  $(\sin x)' = \cos x$

$$(\cos x)' = -\sin x.$$

## Produit scalaire

$O, A$  et  $B$  sont trois points distincts du plan muni d'un repère orthonormé.

$\vec{u} = \vec{OA}$ , avec  $\vec{u}(x; y)$ ;  $\vec{v} = \vec{OB}$ , avec  $\vec{v}(x'; y')$ .

### ● Différentes expressions du produit scalaire

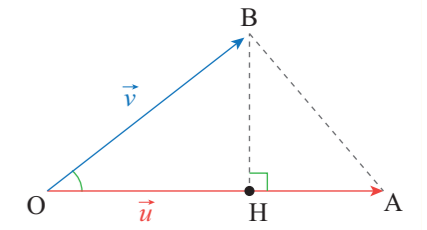
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \|\vec{OA}\| \times \|\vec{OB}\| \times \cos(\widehat{AOB})$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{4}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$$



Soit  $H$  le projeté orthogonal de  $B$  sur  $(OA)$ .

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA} \cdot \vec{OH}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{cases} OA \times OH & \text{si } \vec{OA} \text{ et } \vec{OH} \text{ ont le même sens} \\ -OA \times OH & \text{si } \vec{OA} \text{ et } \vec{OH} \text{ ont des sens opposés} \end{cases}$$

### ● Propriétés

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2 = x^2 + y^2$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} \perp \vec{v}$$

Équation du cercle de centre  $\Omega(a; b)$  et de rayon  $R$  :  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Théorème de la médiane :

$$CA^2 + CB^2 = 2CI^2 + \frac{1}{2}AB^2$$

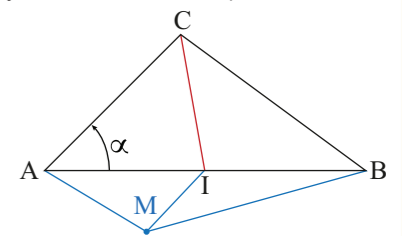
Théorème d'Al-Kashi :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos \alpha$$

Pour tout point  $M$  du plan,

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$$

$MA^2 + MB^2 + MC^2$  minimal pour  $M = G$  (centre de gravité de  $ABC$ ).



## Vecteur normal, vecteur directeur

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, pour  $\vec{u} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v} \neq \vec{0}$  :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \begin{cases} \text{colinéaires} & \iff xy' - x'y = 0 \\ \text{orthogonaux} & \iff xx' + yy' = 0 \end{cases}$$

$\vec{u} \neq \vec{0}$  vecteur directeur de  $(AB) \iff \vec{u}$  colinéaire à  $\vec{AB}$

$\vec{u} \neq \vec{0}$  vecteur normal à  $(AB) \iff \vec{u} \cdot \vec{AB} = 0$

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels non simultanément nuls et  $\mathcal{D}$  une droite.

$$\mathcal{D} \text{ a pour équation } ax + by + c = 0 \iff \begin{cases} \vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \text{ est un vecteur directeur de } \mathcal{D} \\ \vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ est un vecteur normal à } \mathcal{D} \end{cases}$$