Le second degré : $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

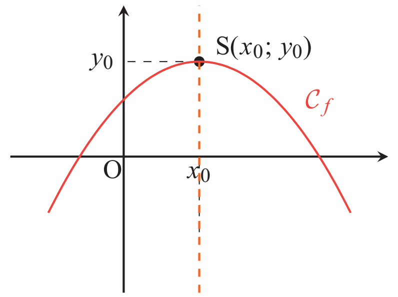
Courbe représentative

- La courbe est une *parabole*.
- Axe de symétrie : $x = x_0$.
- Sommet : $\mathrm{S}(x_0\,;\,y_0)$.

Variations

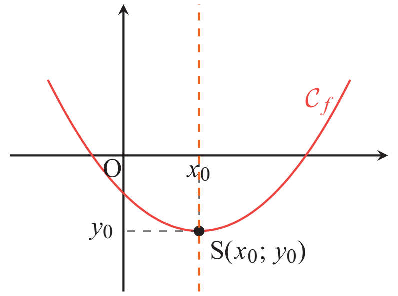
Cas où $a < 0$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
f	$\nearrow$	$f(x_0)$	$\searrow$



Cas où $a > 0$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
f	$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$



Cas particuliers

$f(x) = ax^2$	$f(x) = ax^2 + c$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
sommet : $\mathrm{O}(0\,;\,0)$	sommet : $\mathrm{S}(0\,;\,c)$	racines : x_1 et x_2 axe de symétrie : $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$

À retenir

- Le sommet est sur l'axe de symétrie.
- Si $f(x) = k$ a deux solutions x_A et x_B, l'axe de symétrie a pour équation :

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{(moyenne de } x_A \text{ et } x_B\text{).}$$

- La parabole est tournée vers le haut si $a > 0$, vers le bas si $a < 0$.

Signe du trinôme

- Si $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$:
  - $\rightarrow$ le signe dépend de a.
  - $\rightarrow$ les changements de signe se font en x_1 et x_2.

Informations chiffrées

Intersection et réunion

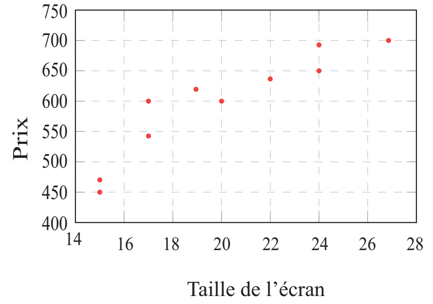
$A \cap B$	$A \cup B$
Ensemble des individus de E qui possèdent à la fois le caractère « A » *et* le caractère « B ».	Ensemble des individus de E qui possèdent le caractère « A » *ou* le caractère « B ».

Fréquence d'un caractère

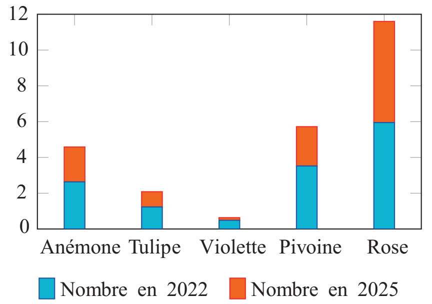
$\mathrm{card}(A)$	$f(A) = \dfrac{\mathrm{card}(A)}{\mathrm{card}(E)}$
Nombre d'individus possédant le caractère « A ».	Fréquence du caractère « A » dans la population E.

Représentations graphiques

Nuages de points



Diagrammes en barres empilées



Diagrammes circulaires

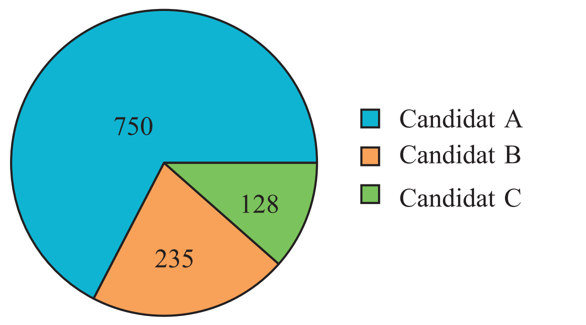


Tableau croisé d'effectifs des caractères « A » et « B » d'une population

Caractères	B	$\bar{B}$	Total
A	$\mathrm{card}(A \cap B)$	$\mathrm{card}(A \cap \bar{B})$	$\mathrm{card}(A)$
$\bar{A}$	$\mathrm{card}(\bar{A} \cap B)$	$\mathrm{card}(\bar{A} \cap \bar{B})$	$\mathrm{card}(\bar{A})$
Total	$\mathrm{card}(B)$	$\mathrm{card}(\bar{B})$	$\mathrm{card}(E)$

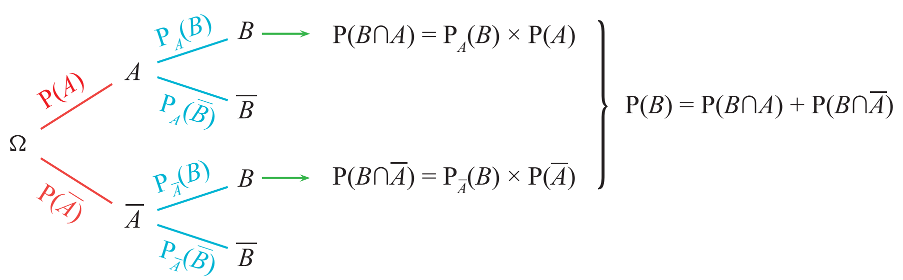
Probabilités

- **Fréquences conditionnelles et marginales**

	A	$\overline{A}$	Total
B	$\text{card}(A\cap B)$	$\text{card}(\overline{A}\cap B)$	$\text{card}(B)$
$\overline{B}$	$\text{card}(A\cap \overline{B})$	$\text{card}(\overline{A}\cap \overline{B})$	$\text{card}(\overline{B})$
Total	$\text{card}(A)$	$\text{card}(\overline{A})$	N

Fréquence conditionnelle de A parmi B : C'est une *fréquence conditionnelle en ligne*.	$f_B(A) = \dfrac{\text{card}(A\cap B)}{\text{card}(B)}$
Fréquence conditionnelle de B parmi A : C'est une *fréquence conditionnelle en colonne*.	$f_A(B) = \dfrac{\text{card}(A\cap B)}{\text{card}(A)}$
Fréquence marginale de B : Les marges sont les totaux en ligne ou en colonne.	$\dfrac{\text{card}(B)}{N}$

- **Probabilités conditionnelles et arbre de probabilités**



Probabilité de A sachant que B est réalisé :

$$P_B(A) = \frac{\text{card}(A\cap B)}{\text{card}(B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}.$$

À chaque nœud, la somme des probabilités est égale à 1 :

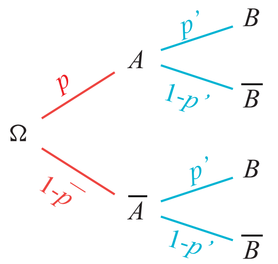
$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 \qquad ; \qquad P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1.$$

- **Événements indépendants**

A et B sont indépendants $\iff P_A(B) = P(B) \iff P_B(A) = P(A)$
$\iff P(A\cap B) = P(A)\times P(B)$

- **Successions d'expériences aléatoires indépendantes**

Des expériences aléatoires qui se succèdent sont indépendantes si le résultat de chacune n'influe pas sur le résultat des autres.



$$P(\overline{A};\, B) = (1-p)\times p'$$

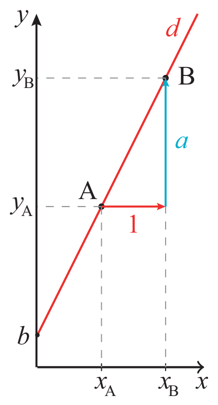
Phénomènes continus de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (fonctions affines)

- **Fonction affine**

$$a\in\mathbb{R},\ b\in\mathbb{R},\ f(x) = ax+b.$$

$a = 0$	$b = 0$
f est une *fonction constante*	f est une *fonction linéaire*

- **Représentation graphique d'une fonction affine**



Fonction affine f : représentée par une droite d d'équation $y = ax+b$.

Coefficient directeur de la droite :

$$a = \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

b : ordonnée à l'origine.

Fonction linéaire	Fonction constante
Droite passant par l'origine du repère	Droite parallèle à l'axe des abscisses

- **Variation d'une fonction affine**

$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
Strictement croissante	Strictement décroissante	Constante

Phénomènes discrets de $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$ (suites)

- **Définition et notations d'une suite**

Une suite est une fonction $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$$n \longmapsto u_n$$

$u(n) = u_n$: terme de rang n, *terme général* de la suite.

Terme	$u(0) = u_0$	$u(1) = u_1$	$u(2) = u_2$	$\cdots$	$u(n) = u_n$
Rang	0	1	2	$\cdots$	n
Position	1^er terme	2^e terme	3^e terme	$\cdots$	$(n+1)^{\text{e}}$ terme

Notation : u ou $(u_n)_{n\geqslant 0}$ ou $(u(n))_{n\in\mathbb{N}}$.

- **Suite arithmétique de raison r et de premier terme $u(0)$**

Formule de récurrence	Formule explicite	Schéma
$u(n+1) = u(n)+r$	$u(n) = u(0)+nr$	$u(0)\xrightarrow{+r}u(1)\xrightarrow{+r}u(2)\xrightarrow{+r}u(3)$

- **Variation d'une suite arithmétique**

$r > 0$	$r < 0$	$r = 0$
Strictement croissante	Strictement décroissante	Constante

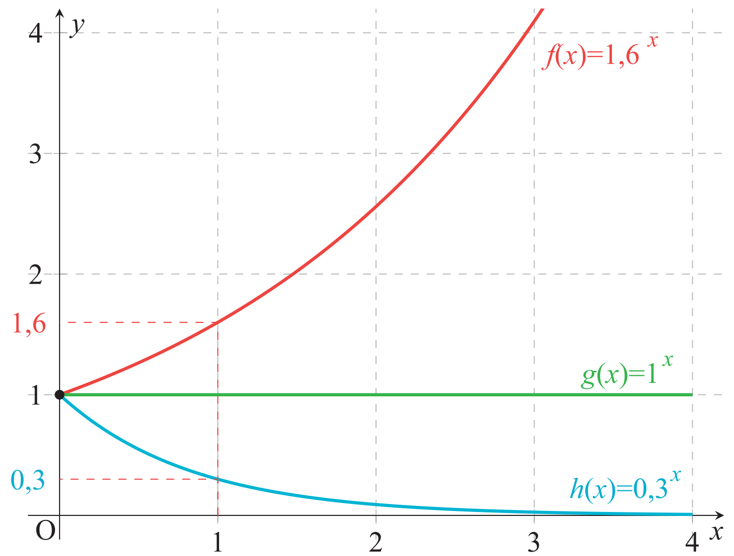
Fonctions exponentielles de base a (a > 0)

- **Phénomènes continus sur [0 ; +∞[**

$$f(x) = a^x,\ x\geqslant 0.$$

f est la fonction exponentielle de base a.

- **Représentation graphique**



- **Propriétés algébriques**

- $a^0 = 1$
- x et y sont deux réels positifs ou nuls.

$a^x\times a^y = a^{x+y}$	$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$(a^x)^y = a^{xy}$

- **Racine n-ième d'un réel a > 0**

$x^n = a \Longrightarrow x = a^{\frac{1}{n}}$ avec $x > 0$.

$a^{\frac{1}{n}}$ est la racine n-ième de a (notée $\sqrt[n]{a}$).

- **Phénomènes discrets $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$: suites géométriques de raison q, de premier terme u_0**

Formule de récurrence	Formule explicite
$u_{n+1} = q\times u_n$	$u_n = u_0\times q^n$
Représentation graphique	
Nuage de points de coordonnées $(n;\, u_n)$	

Nombres et calculs

- **Calcul mental**

Pour additionner ou soustraire des fractions, on les réduit au même dénominateur.

On simplifie les fractions avant de les multiplier.

- **Utiliser un ordre de grandeur**

On vérifie si le résultat obtenu est incohérent ou aberrant.

On effectue un calcul mental en choisissant des valeurs proches des nombres.

- **Application numérique de formules mathématiques**

On remplace chaque lettre intervenant dans l'expression par sa valeur numérique.

On écrit les signes « multiplier » qui sont sous-entendus.

Algèbre

- **Identités remarquables - Distributivité**

a, b, c, d et k sont des nombres réels.

Identités remarquables	Distributivité
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$	$k(a+b) = ka+kb$ $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

- **Équations**

$$\boxed{\text{Si } a\neq 0,\quad ax+b = 0 \iff x = -\frac{b}{a}}$$

$$x^2 = a \iff \begin{cases} x = -\sqrt{a} \text{ ou } x = \sqrt{a} & \text{si } a > 0\\ x = 0 & \text{si } a = 0\\ \text{n'a pas de solution} & \text{si } a < 0\end{cases}$$

Pourcentages

- **Proportion**

Proportion d'une sous-population de n individus dans une population de N individus
$p = \dfrac{n}{N}$

- **Évolution**

Coefficient multiplicateur	$V_i \xrightarrow{t\%} V_f$	$CM = 1+\dfrac{t}{100}$
Évolutions successives	$V_0 \xrightarrow{\times CM_1} V_1 \xrightarrow{\times CM_2} V_2$	$CM_{\text{global}} = CM_1\times CM_2$
Évolution réciproque	$V_i \xrightarrow{\times CM} V_f$	$CM_{\text{réciproque}} = \dfrac{1}{CM}$