Fréquences conditionnelles et marginales

Un tableau croisé d'effectifs permet de calculer des fréquences conditionnelles. N est l'effectif total.

	A	$\bar{A}$	**Total**
B	$\mathrm{card}(A \cap B)$	$\mathrm{card}(\bar{A} \cap B)$	$\mathrm{card}(B)$
$\bar{B}$	$\mathrm{card}(A \cap \bar{B})$	$\mathrm{card}(\bar{A} \cap \bar{B})$	$\mathrm{card}(\bar{B})$
Total	$\mathrm{card}(A)$	$\mathrm{card}(\bar{A})$	N

$$f_B(A) = \frac{\mathrm{card}(A \cap B)}{\mathrm{card}(B)}$$

est la fréquence conditionnelle de A parmi B, c'est une **fréquence conditionnelle en ligne**.

$$f_A(B) = \frac{\mathrm{card}(A \cap B)}{\mathrm{card}(A)}$$

est la fréquence conditionnelle de B parmi A, c'est une **fréquence conditionnelle en colonne**.
Les marges sont les totaux en ligne ou en colonne.
La fréquence marginale de B est

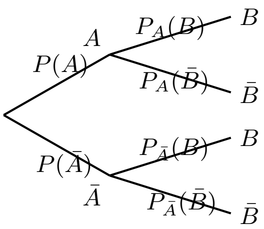
$$\frac{\mathrm{card}(B)}{N}.$$

Probabilités conditionnelles et arbre de probabilités

Soient A et B deux événements d'un même univers avec $P(B) \neq 0$.
La probabilité de A sachant que B est réalisée est

$$P_B(A) = \frac{\mathrm{card}(A \cap B)}{\mathrm{card}(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Arbre de probabilités



Événements	**Probabilités**
$A \cap B$	$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$
$A \cap \bar{B}$	$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P_A(\bar{B})$
$\bar{A} \cap B$	$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$
$\bar{A} \cap \bar{B}$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(\bar{B})$

À chaque nœud, la somme des probabilités est égale à 1 :

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$$

Événements indépendants

— A et B sont deux événements de probabilité non nulle d'un même univers.
— A et B sont indépendants signifie

$$P_A(B) = P(B)$$

ce qui est équivalent à

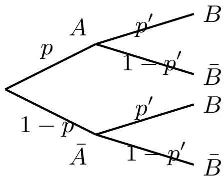
$$P_B(A) = P(A).$$

— A et B sont indépendants si et seulement si :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Successions d'expériences aléatoires indépendantes

— Des expériences aléatoires qui se succèdent sont indépendantes si le résultat de chacune n'influe pas sur le résultat des autres.
— On peut représenter la succession de ces épreuves indépendantes par un arbre de probabilités.



$P(\bar{A}\,;B) = (1-p) \times p'$