

NOM : Thierry Elise

1) Compléter le tableau suivant : aucune justification n'est demandée

20

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-2021×10^4		X	X	X	X
$\frac{15}{3}$	X	X	X	X	X
$\frac{\sqrt{5}}{10}$					X
$\sqrt{7}$					X
-21		X	X	X	X
$-\frac{13}{7}$		X	X	X	X
-7,21		X	X	X	X
13,87			X	X	X
$\frac{9\pi}{8\pi}$			X	X	X

4,5

2) Compléter par l'un des symboles $\in$ ou $\notin$

$\pi \dots \in \dots [\frac{333}{106}; \frac{22}{7}]$ $-\frac{4}{3} \dots \in \dots [-3/2; -1/2]$;

$0,2 \dots \notin \dots [1/5; +\infty[$ $\sqrt{3} \dots \notin \dots [\frac{13}{8}; 1,732[$

2

3) Compléter le tableau suivant :

Inégalité	$x \in \dots$	Représentation graphique
$x < 3$	$] -\infty; 3[$	
$-2 \leq x \leq 1$	$[-2; 1]$	
$-2 \leq x \leq 3$	$\dots [-2; 3]$	
$4 > x$	$] -\infty; 4[$	
$x > 0$	$] 0; +\infty[$	
$1 \leq x < 3$	$.. [1; 3[$	

3

5

4

- 6) Le prix d'un article **augmente** de 15 % puis **baisse** de 30 %. Quel est le taux d'évolution correspondant à ces deux évolutions ?

$$E_g = CM \times CM'$$

$$E_g = 1,15 \times 0,7$$

$$E_g = 0,805 = 80,5\%$$

Le taux d'évolution correspondant est 80,5%.

$$CM = 15\% = 1 + \frac{15}{100} = 1,15$$

$$CM' = -30\% = 1 - \frac{30}{100} = 0,7$$

- 7) Une valeur boursière **augmente** tous les jours de 1,3 % déterminé le taux d'évolution au bout d'un mois de 30 jours. (à 0,1%)

$$CM = 1,3\% = 1 + \frac{1,3}{100} = 1,013$$

$$E = CM^{30}$$

$$E = 1,013^{30}$$

$$E \approx 1,4732$$

$$E = 147,32 - 100 = 47,32 \approx 47,3\%$$

Le taux d'évolution est de 47,3%.

- 8) Suite à son passage dans le lave-linge un pull a **rétréci** de 7%. En utilisant des astuces pour récupérer sa taille d'origine, de quel pourcentage (à 0,1 % près) doit-il alors d'agrandir ?

$$CM = -7\% = 1 - \frac{7}{100} = 0,93$$

$$CM' = \frac{1}{CM}$$

$$CM' \approx 1,075$$

$$E = 107,5 - 100 = 7,5\%$$

Le pull doit agrandir de 7,5%.

- 9) Entre son édition « classique » et son édition « poche » l'épaisseur d'un livre a **diminué** de 36 %

L'édition « poche » a une épaisseur de 4,6 cm. Calculer l'épaisseur de l'édition « classique ».

$$CM = -36\% = 1 - \frac{36}{100} = 0,64$$

$$CM' = \frac{1}{CM}$$

$$CM' = \frac{1}{0,64}$$

$$CM' = 1,5625$$

$$E = 156,25 - 100 = 56,25\%$$

(E_c : taille de l'édition classique)

$$E_c = 4,6 \times (1 + \frac{56,25}{100})$$

$$E_c = 7,1875 \text{ cm}$$

L'édition classique a une épaisseur de 7,1875 cm

18

NOM : Thierry Elise

- 1) Développer $A = (2a - 4)(2a + 4)$

$$A = 4a^2 - 16$$

2

- 2) Factoriser $B = 9 - 4z^2$

$$B = 3^2 - (2z)^2$$

$$B = (3 - 2z)(3 + 2z)$$

2

- 3) Parmi les 5600 abonnés de la médiathèque, 4 410 sont des enfants. Calculer le pourcentage d'enfants parmi les abonnés de la médiathèque. (arrondir à 0,1% près)

$$P = \frac{V_B}{V_A}$$

$$P = \frac{4410}{5600}$$

$$P \approx 0,7875 = 78,7\%$$

78,7% d'enfants
sont inscrits à la
médiathèque

2

- 4) Lors d'un sondage d'une élection 96 % des personnes interrogées ont donné leur intention de vote. Parmi elles 52 % ont donné leur préférence au candidat sortant.

Quel est le pourcentage d'intention de vote pour le candidat sortant ?

$$P = p_1 \times p_2$$

$$P = \frac{96}{100} \times \frac{52}{100}$$

$$P = 0,4992 = 49,92\%$$

Le pourcentage d'intention
pour le candidat
sortant est 49,92%.

2

- 5) Un bac de 15 L de compost ne contient plus à la fin du week-End que 12 L ?

Déterminer le taux d'évolution correspondant à cette situation.

$$t = \frac{V_B - V_A}{V_A}$$

$$t = \frac{12 - 15}{15}$$

$$t = -\frac{3}{15} = -0,2 = -20\%$$

Le taux d'évolution
est de -20%.

2

ÉPREUVE COMMUNE DE MATHS

Durée : 2 heures

Calculatrice autorisée

Sujet composé de 6 exercices et d'une annexe à rendre avec la copie

Note sur 50

Exercice n°1 - Racines carrées (8 points)

1. On donne $x = 1 - \sqrt{3}$ et $y = 2\sqrt{3} + 1$

- Calculer $x + y$, puis $x - y$
- Calculer x^2 puis y^2
- De manière différente calculer $x^2 - y^2$

2. Simplifier $\sqrt{\sqrt{2} + 1} \times \sqrt{\sqrt{2} - 1}$

Exercice n°2 - Arithmétique (8 points)

a) Mettre les fractions suivantes sous forme de fractions irréductibles en décomposant en produit de nombres premiers :

a) $\frac{189}{126}$

b) $\frac{40500}{1260}$

b) Montrer que si n est pair alors l'entier $a = n^2(n + 20)$ est un multiple de 8.

à faire

c) Vrai ou faux :

8

Soient p et q deux nombres premiers différents et au moins égaux à 3. Justifier chacune de vos réponses.

- $p + q$ est un nombre pair.
- $p + q$ est un nombre premier.
- $p \times q$ est un nombre premier
- $p \times q$ est un nombre impair. *justifier*

Exercice n°3 – Fonctions (10 points)

On donne en annexe les courbes représentatives C_f et C_g de deux fonctions f et g toutes deux définies sur l'intervalle $I = [-1 ; 8]$.

PARTIE A

Résoudre graphiquement les équations et inéquations ci-dessous. On laissera les traits de construction bien en évidence.

On justifiera chaque réponse par une phrase.

1. $f(x) = 12$
2. $f(x) = g(x)$

3. $f(x) > 0$
4. $f(x) \leq g(x)$

PARTIE B

Dans cette partie, on admet que les fonctions f et g sont définies sur I par $f(x) = 16 - (x - 3)^2$ et $g(x) = x^2 - 8x + 7$

1. Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par g . On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible
2. Factoriser $f(x)$
3. Déterminer le ou les antécédents de $f(x)$ s'ils existent. *o de la fonction*
4. En développant l'expression de $f(x)$. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$

Exercice n°4 – Géométrie (10 points)

Soient les points $A(2 ; 2)$, $B(-1 ; 5)$ et $C(-3 ; 3)$

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure dans le repère orthonormé fourni en Annexe.
2. Déterminer la nature du triangle ABC
3. Montrer que le centre du cercle circonscrit C au triangle ABC est le point Ω de coordonnées $(-\frac{1}{2} ; \frac{5}{2})$ et déterminer le rayon du cercle C .
4. Le point O appartient-il au cercle C ?
5. Quelle est la nature du quadrilatère OABC ?
6. Déterminer les coordonnées du point B' symétrique de B par rapport à A

Exercice n°5 – Taux d'évolution (6 points)

Ceci est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des réponses proposées est correcte.

Vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et la lettre associée à votre réponse.

Aucune justification n'est demandée.

1. Un article coûte 120 €. Après deux augmentations successives de 15 % et de 20 %, son prix final est :

A = 162 € B = 162,35 € C = 165,60 € D = 155 €

2. Le prix d'un article a augmenté de 31 %. De quel pourcentage faut-il qu'il diminue pour retrouver sa valeur initiale ?

A = - 31 % B = - 23,66 % C = - 76,34 % D = - 32,4 %

3. Après des variations successives de + 35 % puis - 17 % puis + 6,5 % puis - 2,8 % , le prix d'un article a finalement varié de :

A = + 79,71 % B = + 115,99 % C = + 15,99 % D = + 21,7 %

4. Le tableau suivant donne la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède entre 2010 et 2016. Calculer le taux d'évolution global de la surface agricole biologique entre 2010 et 2016.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Surface agricole biologique en Suède (en %)	14,3	15,7	15,76	16,5	16,53	17,09	18,21
Taux d'évolution d'une année à l'autre (en %)		+ 9,79	+ 0,38	+ 4,70	+ 0,18	+ 3,39	+ 6,55

A = + 27,34 % B = + 24,99 % C = + 6,55 % D = - 3,24 %

Exercice n°6 – Intervalles et valeur absolue (8 points)

1. Traduire chaque égalité par un intervalle :
 a) $x > 5$ b) $2 < x \leq 10$

2. En s'aidant d'un dessin, déterminer l'ensemble des réels x vérifiant :
 b) $x > 5$ et $x \leq -4$
 c) $x > 5$ ou $x \leq -4$

3. Déterminer l'union puis l'intersection des deux intervalles suivants en utilisant les symboles $\cup, \cap$ (le tracé des droites est conseillé)
 $K =]-2; 3]$ $L = [3; 5]$.

4. Sur une droite graduée, A, B et M sont les points d'abscisses respectives 1, -3 et x .
 Exprimer dans chaque cas les distances suivantes avec les notations valeurs absolues : AB ; AM.

5. Calculer $A = |5 - 7| - 2|20 + 2| + 3|\frac{1}{3} - 2| - 8$ et $B = |\sqrt{2} - 1| + 3|-3 + \sqrt{2}| - 4\sqrt{2}$

6. Résoudre l'équation $|x - 1| = 3$

7. Résoudre l'inéquation $|y + 2| \leq 2$ et donner la solution sous forme d'intervalle.

Durée 1h30

Exercice 1 : Calculer

$$A = \frac{4^{-5} \times 3^4 \times 6^{-3}}{(-8)^{-2} \times 9^{-4}}$$

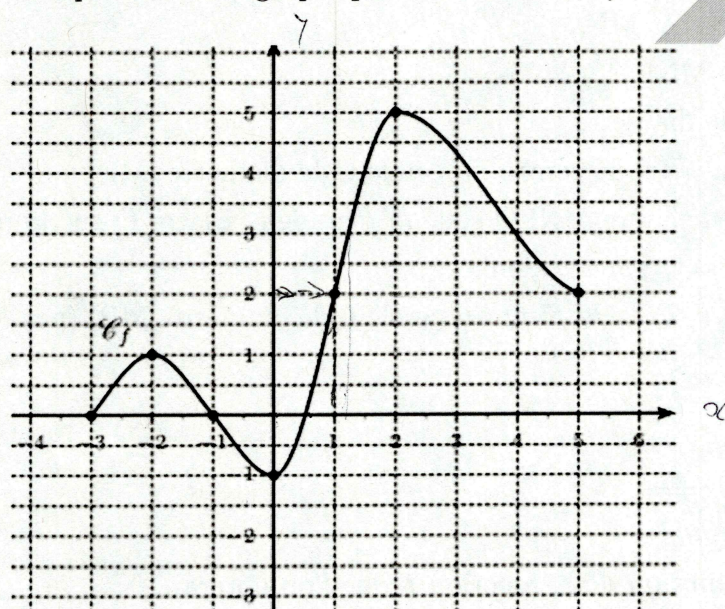
$$B = \frac{(a^{-3}b^{-2})^{-2}}{a^{-4} \times b^6} \text{ (pas PAP)}$$

$$C = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{5}{4} - \frac{3}{2}} \cdot \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{2a}{a+1} - \frac{2a+1}{a} \text{ (pas PAP)}$$

Exercice 2 :

La représentation graphique d'une fonction f est donnée ci-dessous :



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Par lecture graphique, quelle est l'image de 1 par la fonction f ?
3. Le point $A(-2 ; 3)$ appartient-il à la courbe C ? Justifier.
4. Par lecture graphique, combien 0 admet-il antécédent(s) ?
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 2$
6. Faire un tableau de signes de la fonction f .

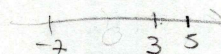
Bonus : a) Simplifier le plus possible $\frac{2}{5} \times \frac{1 - (\frac{1}{5})^n}{1 - \frac{1}{5}}$ où n est un entier

b) Résoudre $x^2 - 1 + x + 1 = -2x - 2$

Exercice 3 : intervalles et nombres : vrai ou faux

Aucune justification n'est demandée.

- 1) Si $x \in [5, 7[$; $+\infty$ [alors $x \in [5 ; +\infty[$
- 2) Si $x \in]-1 ; 3[$ alors $x \in [-2 ; 6[$
- 3) Si $x \notin [-5 ; 2[$ alors $x \in]-\infty ; -5[\cup [2 ; +\infty[$
- 4) L'intervalle $]-1 ; 3[$ est inclus dans $[-1 ; 3]$
- 5) Si $I :]-8 ; 1[$ et $J : \{-5 ; -4 ; -1\}$ alors $I \cap J : [-5 ; -1]$ (pas PAP)
- 6) Si $I : [-7 ; 3[$ et $J : [5 ; +\infty[$ alors $I \cup J : [-7 ; +\infty[$ (pas PAP)



Exercice 4 :

Dans un repère orthonormé, on donne les points $M(-3 ; -2)$, $N(4 ; 5)$ et $P(1 ; 8)$

- 1) Placer les points dans le repère fourni en annexe et compléter au fur et à mesure.
- 2) Calculer les longueurs MN, NP et MP.
- 3) Que peut-on dire du triangle MNP ?
- 4) Que peut-on dire du cercle de diamètre [MP] ?
- 5) Calculer les coordonnées du point K centre du cercle C de diamètre [MP]
- 6) Le point Q est tel que le quadrilatère MNPQ soit un rectangle. Placer Q sur la figure.
- 7) Déterminer les coordonnées de Q par le calcul.
- 8) Démontrer que le point R (1 ; -2) appartient au cercle C de diamètre [MP] (pas PAP)

Exercice 5

Soit la fonction f suivante où $(x) = \frac{x}{\sqrt{3-x}}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f que l'on notera D_f
2. La fonction f est-elle paire ? impaire ? ni paire, ni impaire.
3. Calculer l'image de 0 ; 5 et -1 lorsque cela est possible. (pas PAP)
4. A l'aide de la calculatrice, déterminer les antécédents éventuels de 0 et -2 par la fonction f .

Exercice 6

Un sondage est effectué par une station de ski auprès des vacanciers qui y séjournent.

- ^{p₁} 75% des vacanciers se déclarent satisfaits de leur séjour
- ^{p₂} 80 % des vacanciers satisfaits et 20 % des vacanciers insatisfaits trouvent le domaine skiable assez grand. ^{p₃}

Déterminer :

- a. Le pourcentage p de vacanciers satisfaits qui trouvent le domaine skiable assez grand ;
- b. Le pourcentage p' de vacanciers insatisfaits qui trouvent le domaine trop petit.

Durée 2 heures

Calculatrice non autorisée

I - Simplifier

$$A = 2\sqrt{50} - 5\sqrt{8} + 3\sqrt{200}$$

II - Question de cours :

- a) Propriété du parallélisme de deux droites définies par leurs équations cartésiennes dans un repère orthonormé.
- b) Propriété de l'alignement de trois points dans un repère orthonormé. (2 réponses possibles) *réponse attendue*

III - Calcul littéral

a) Soit $A(x) = (2x - 1)^2 - (4 - 3x)(2x - 1)$

1.1 Développer $A(x)$ 1.2 Factoriser $A(x)$ 1.3 Calculer $A(0)$, puis $A(\frac{1}{2})$ 1.4 Résoudre $A(x) = 0$ 1.5 Résoudre $A(x) = 5$

b) Soit $B(x) = (3 - x)^2 - \frac{9}{4}$

2.1 Factoriser $B(x)$ 2.2 Résoudre l'équation $B(x) = 0$ 2.3 Résoudre l'inéquation $B(x) < 0$. Utiliser un tableau de signes pour répondre à cette question.**c) Exercice avec prise d'initiative**

Résoudre l'inéquation $\frac{1-2x}{4x-3} \leq 2$

IV Vecteurs

Soit ABC un triangle :

- a) Sur la figure en annexe construire les points I et J tels que :

$$\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \text{ et } 3\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BC}$$

b) Exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.c) Exprimer $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

d) Montrer que les points A, I et J sont alignés

V Equation de droites

1. Dans un repère orthonormé $(O;I;J)$ d'unités **1cm**, placer les points $A(-1;3)$, $B(1;-3)$ et $C(5;1)$.
2. Construire le point E de la droite (AC) et d'abscisse 2.
Que remarque-t-on ? Justifier la réponse.
3. Calculer les longueurs AB , AC et BC .
Que pouvez-vous dire du triangle ABC .
4. Tracer la droite (d) d'équation $y = x + 4$. Montrer qu'elle passe par A .
5. Déterminer l'équation réduite de la droite (BC) .
6. Que pouvez-vous dire des droites (d) et (BC) . Pourquoi ?
7. (BE) a pour coefficient directeur 5, déterminer son équation.
8. Calculer les coordonnées du point D , intersection de (d) et (BE) .
9. Déterminer les coordonnées du milieu de $[BD]$. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

VI Vrai-Faux

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse :

- a) « L'ensemble des points du plan de coordonnées $(x; y)$ tels que $2x(y + 1) - (x + 1)(2y + 1) = 2$ est une droite »
- b) « Le vecteur $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$ est un vecteur directeur de la droite d d'équation cartésienne $6x + 9y - 1 = 0$.
- c) « Les droites d'équation cartésienne $4x + 8y - 3 = 0$ et $-5x + 10y + 7 = 0$ sont parallèles.

VII BONUS

(les trois exercices sont indépendants)

1. Déterminer tous les couples $(x; y)$ de nombres vérifiant $\frac{x^2 - y^2}{x + y} = 0$ et $(y - 4)(x - 3) = 12$.
2. a, b, c et d désignent quatre nombres vérifiant $(a^2 + d^2)(b - c) = 0$, $ad = 18$ et $abcd = 162$. Que vaut la somme $(a + b + c + d)$?
3. Soit x, y, z trois nombres tels que $x^2 = y^2 = z^2$. Que vaut $(x - y)(y - z)(z - x)$?

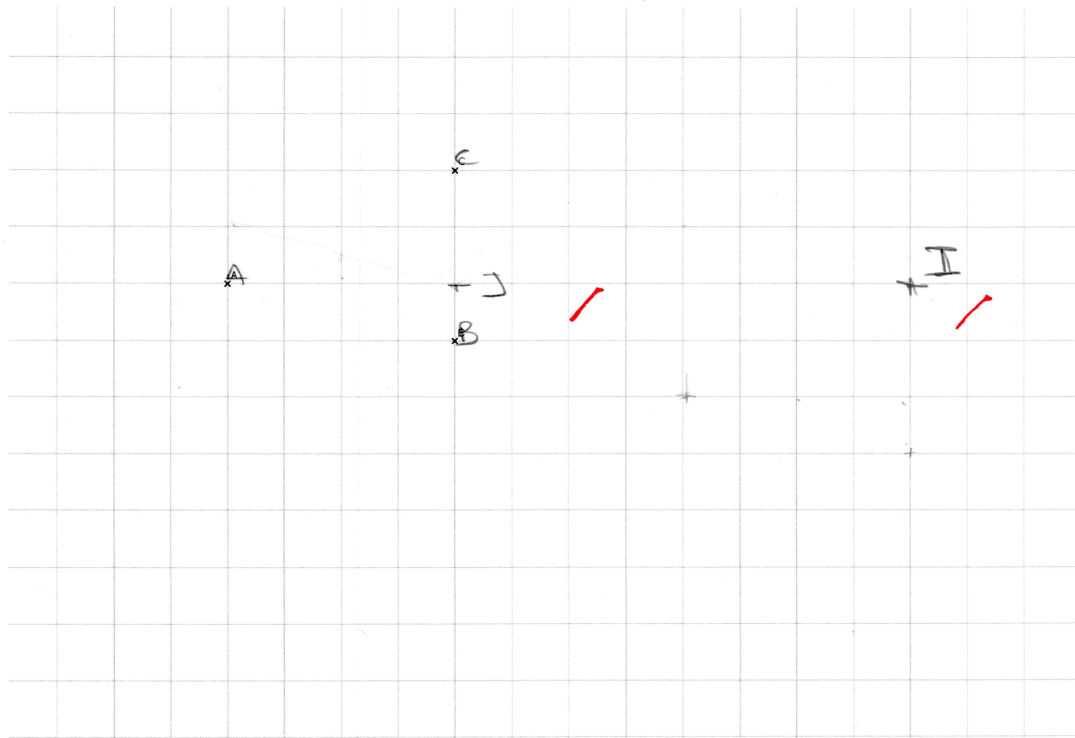
Exercice IV

$$\vec{BI} = 2\vec{AB} + \vec{BC}$$

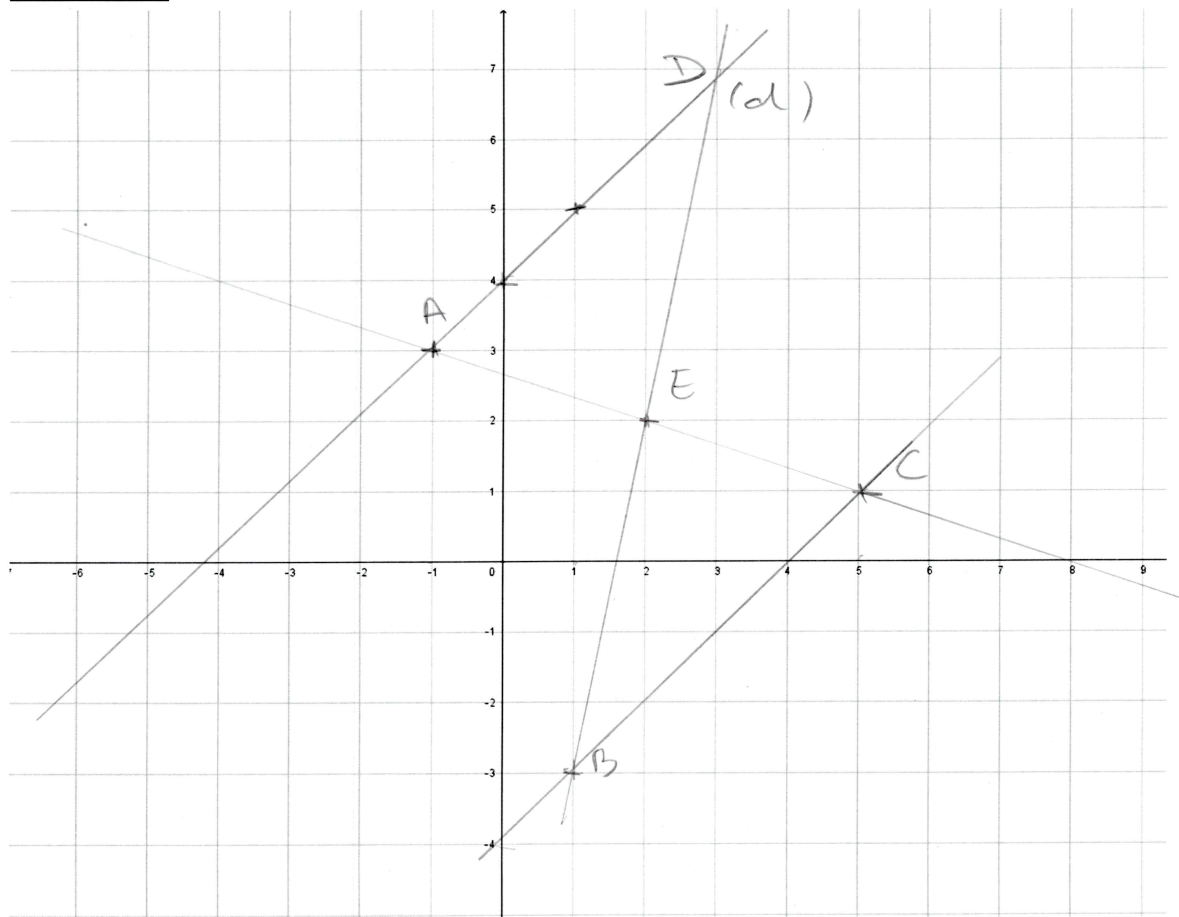
$$3\vec{BJ} = \vec{BC}$$

$\vec{AI}$ en fonction
 $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$

$\vec{AJ}$ en fonction
 $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$



Exercice V



Dans chacune des propositions suivantes, déterminer la ou les bonne(s) réponse(s).

	Proposition	A	B	C	D	Points
1.	Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires si ...	$x = \frac{1}{2}$	$x = 4$	$x = 1$	$x = -1$	
2.	Soit $A(0; -2)$, $B(1; -1)$ et $C(5; y)$. A, B et C sont alignés si ...	$y = -\frac{17}{5}$	$y = -3$	$y = \frac{37}{5}$	$y = 3$	
3.	Soit $A(0; -2)$, $B(1; 3)$ et $C(3; 2)$. $(AB) \parallel (CD)$ si ...	$D(0; 13)$	$D(9; 0)$	$D(-2; -23)$	$D(-2; 23)$	

4.	$\vec{IK} - \vec{IJ} =$	$\vec{0}$	$\vec{JK}$	$\vec{KJ}$	$\vec{JI}$	
5.	$\vec{CB} - \vec{CD} - \vec{BD} =$	$2\vec{CD}$	$2\vec{DB}$	$\vec{0}$	$\vec{BC}$	
6.	On a $\vec{SR} + \vec{TR} = \vec{0}$	S est le milieu de [TR]	R est le milieu de [ST]	T est le milieu de [RS]	RST est un triangle	

7) Rappeler l'expression de l'équation réduite d'une droite (question de cours) $y = mx + p$

8) On donne $A(4; -3)$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$; Donner l'équation cartésienne de la droite (d) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$. (3 points)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-3)}{-4 - 4} = \frac{5}{-8} = -\frac{5}{8}$$

$$p = y_A - mx_A = -3 - \left(-\frac{5}{8}\right) \times 4 = -3 + \frac{5}{2} = -\frac{6}{2} + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}$$

9) On donne $B(-4; 3)$ et $C(-2; 6)$. Donner une équation cartésienne de la droite (BC) (3 points)

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{6 - 3}{-2 - (-4)} = \frac{3}{-2 + 4} = \frac{3}{2}$$

$$p = y_B - mx_B = 3 - \frac{3}{2} \times (-4) = 3 + 6 = 9$$

$$y = \frac{3}{2}x + 9$$

c'est l'équation réduite!



Inégalité	Représentation graphique	Intervalle
$x > 2$		$]2; +\infty[$
$x < 2$		$] -\infty; 2[$
$x \leq 3$		$] -\infty; 3]$
$0 < x < 3$		
$1 < x \leq 4$		

Exercice 5 : compléter le tableau suivant :

Valeur absolue	Intervalle(s) auxquels appartient x	Egalités et inégalités vérifiées par x
$ x - 2 = 1$		$x = -1$ et $x = 3$
$ -x - 4 = 5$		$x = -9$ et $x = 1$
$ -x + 1 = -2$		impossible, une distance ne peut pas être négative $\emptyset$
$ x - 2 = 4$		$x = -2$ et $x = 6$
$ 3 - x < \frac{1}{2}$	$x \in]2,5; 3,5[$ <i>raison!</i>	$2,5 < x < 3,5$
$ x > 4$	$x \in]4; +\infty[$	$x > 4$ et $x < -4$
$ x - 5 < 3$	$x \in]2; 8[$	$2 < x < 8$
$ x - 4 > 8$	$x \in]-\infty; -5] \cup [3; +\infty[$	$x \leq -5$ ou $x \geq 3$

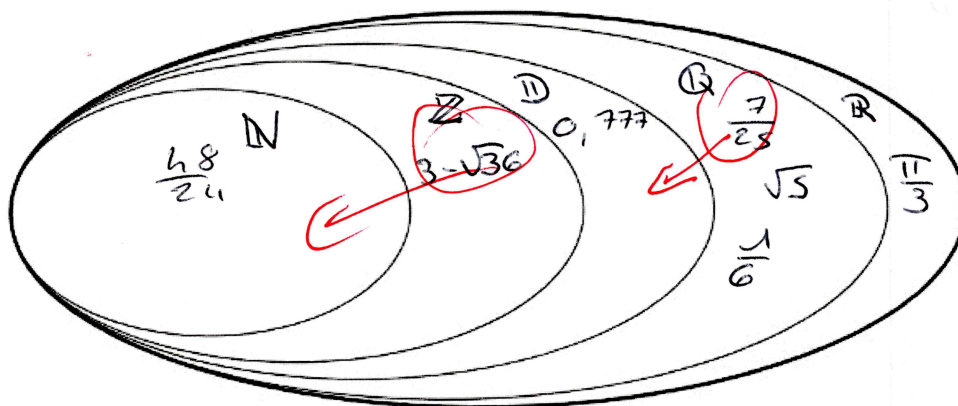
ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

NOM :

Exercice 3

- a) Compléter le schéma ci-dessous en y nommant les ensembles de nombres.
b) Placer les nombres suivants :

$$0,777; \frac{7}{25}; \quad \sqrt{5}; 3 - \sqrt{36}; \quad \frac{1}{6}; \quad \frac{48}{24}; \quad \frac{\pi}{3}$$



Exercice n°4 : Compléter le tableau suivant directement, en donnant les inégalités, les représentations graphiques ou les intervalles manquants :

1) Développer $A = (2x - 3)(5 - 3x)$

$$A = 10x - 6x^2 - 15 + 9x$$

$$A = 19x - 6x^2 - 15$$

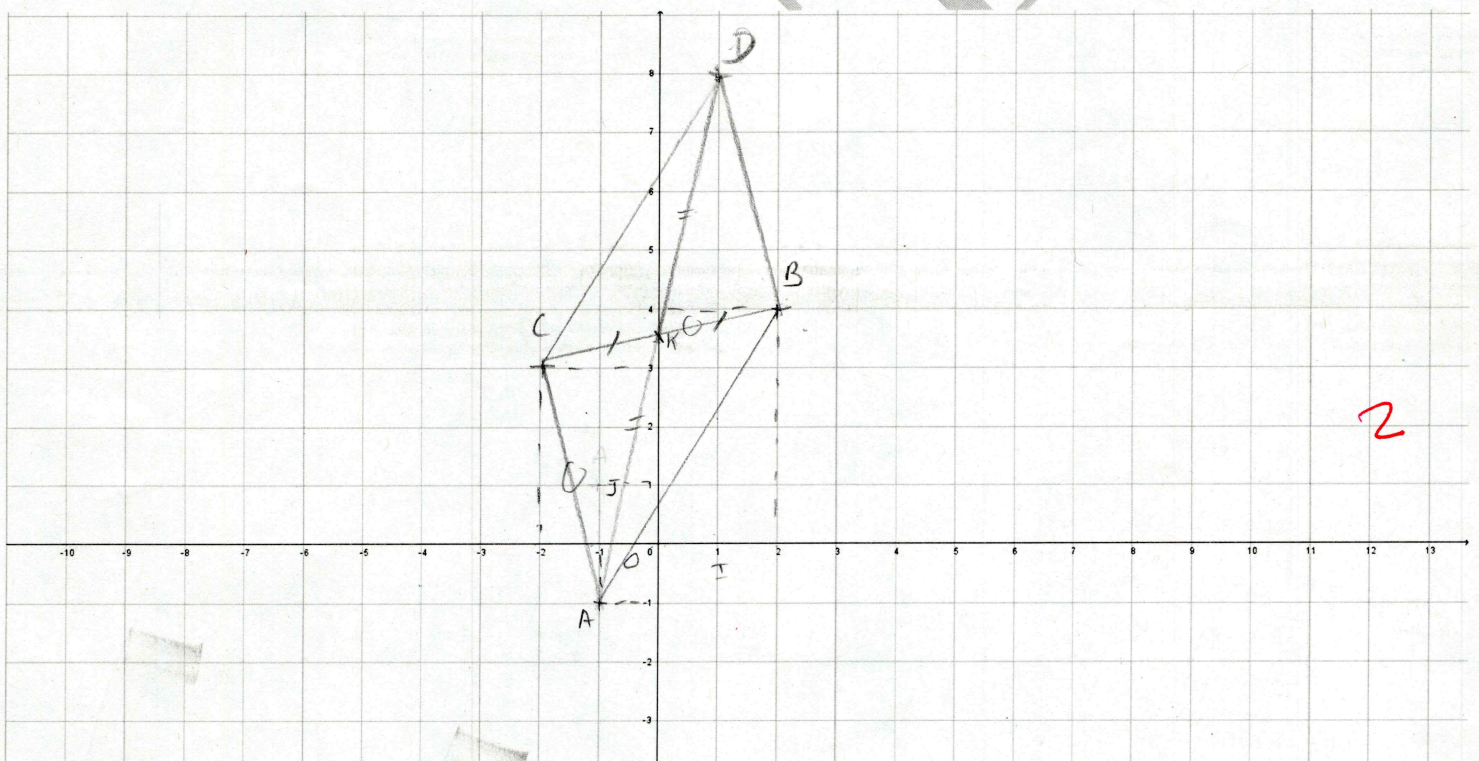
2) Factoriser $B = (2 - 7x)(6 + x) + (6 + x)(-5x + 1)$

$$B = (6 + x) [2 - 7x - 5x + 1]$$

$$B = (6 + x) [3 - 12x]$$

3) Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan. On considère les trois points $A(-1; -1)$, $B(2; 4)$ et $C(-2; 3)$

a) Compléter la figure ci-dessous

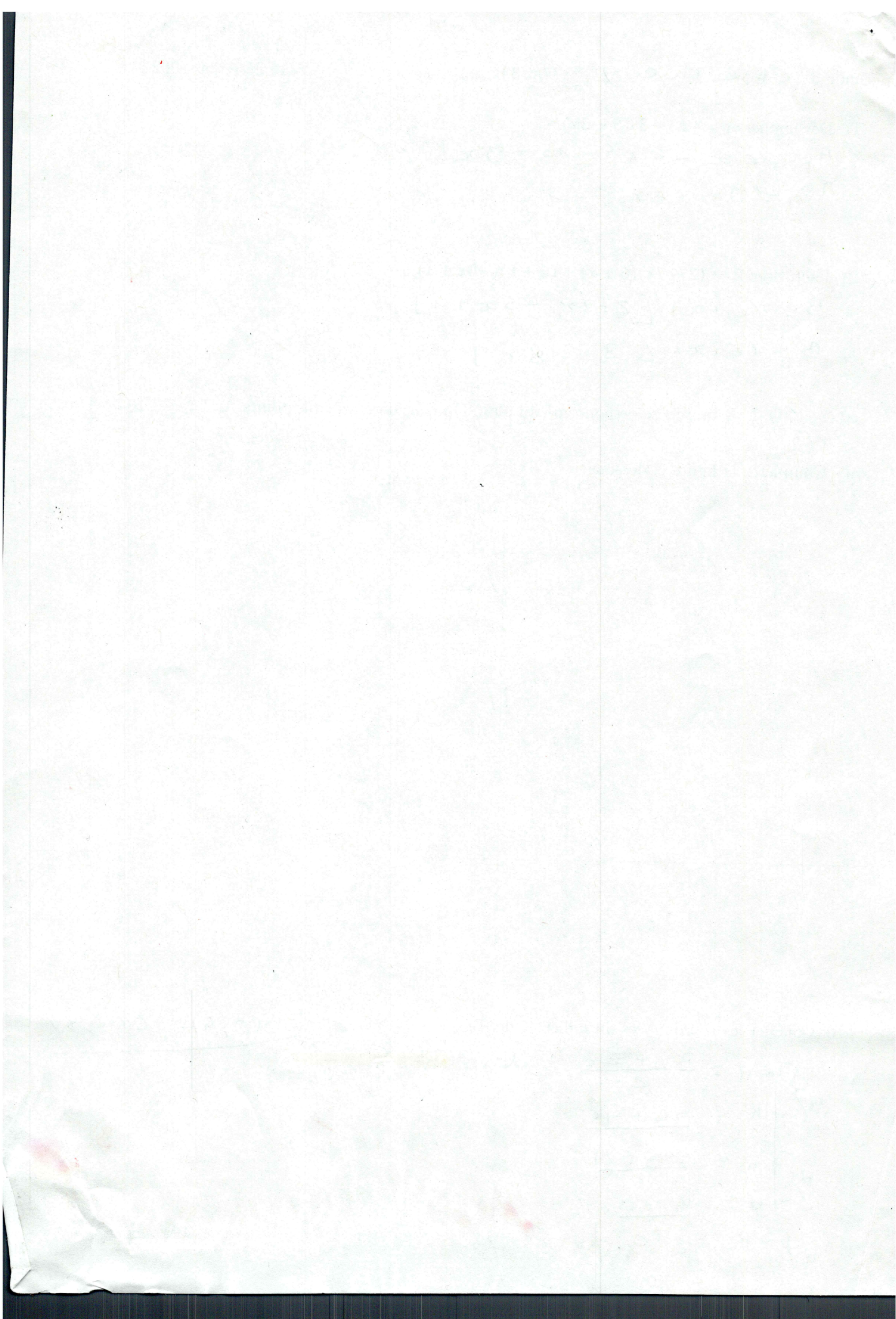


b) Calculer les coordonnées du milieu K de $[BC]$

$$\begin{cases} x_K = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_K = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \quad \text{donc } K \left(\frac{2 + (-2)}{2}, \frac{4 + 3}{2} \right)$$

$$\begin{cases} x_K = \frac{2 + (-2)}{2} \\ y_K = \frac{4 + 3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_K = \frac{0}{2} = 0 \\ y_K = \frac{7}{2} \end{cases}$$



NOM: Thierry Elise

PAP: oui / non

Exercice 1 : calculs

a) Calculer $A = \frac{2}{2x-3} - \frac{5}{2-4x}$

$$A = \frac{2(2-4x)}{(2x-3)(2-4x)} - \frac{5(2x-3)}{(2x-3)(2-4x)}$$

$$A = \frac{4 - 8x - 10x + 15}{(2x-3)(2-4x)}$$

$$A = \frac{-19 - 18x}{12x - 4(2-4x)}$$

b) Mettre B sous la forme $2^n 3^m$ $B = \frac{(4^5 \times 27^{-5})}{8^2 \times 9^{-2}}$ (le détail des calculs doit apparaître)

$$B = \frac{(4^5 \times 27^{-5})}{8^2 \times 9^{-2}}$$

$$B = \frac{4^5 \times 27^{-5}}{(2^3)^2 \times (3^2)^{-2}}$$

$$B = \frac{4^5 \times 27^{-5}}{2^{16} \times 3^{-10}}$$

$$B = \frac{2^{10} \times 3^{-15}}{2^{15} \times 3^{-10}}$$

$$B = 2^{-4} \times 3^5 =$$

c) $C = \frac{a^{-5}(a^3 b^{-5})^{-2}}{a \times b^5}$

$$C = \frac{a^{-5} \times a^{-6} \times b^{10}}{a \times b^5}$$

$$C = \frac{a^{-11} \times b^{10}}{a \times b^5}$$

$$C = a^{-16} \times b^5$$

d) Mettre D sous la forme $2^n 3^m$ $D = \frac{2^3}{3^4} \cdot \frac{2^2}{3^5}$

$$= \frac{2^3}{3^4} \times \frac{2^2}{3^5}$$

$$= \frac{2^3 \times 2^2}{3^4 \times 3^5}$$

$$= 3^{-1} \times 2^{-1}$$

$$\text{soit } 2^{-1} \times 3^{-1}$$

Exercice 2 : images et antécédents

Pour chaque question, cocher la case associée à la ou les réponses correctes :

a) Soit f une fonction vérifiant $f(4) = 2$, on dit :

- ☐ un antécédent de 4 est 2
- ☐ $\sqrt{2}$ est une solution de l'équation $f(x) = 2$
- ☒ 4 a pour image 2 par la fonction f .
- ☒ La courbe passe par le point de coordonnées (4 ; 2)

b) La courbe représentative de la fonction g passe par le point $(-1 ; 2)$, alors :

- ☒ l'équation $g(x) = -1$ admet 2 comme solution
- ☒ -1 est un antécédent de 2
- ☒ -1 a comme image 2 par g .
- ☒ 2 n'a pas d'image

c) Soit h une fonction. L'équation $h(x) = -1$ admet comme solutions 3, $1/5$; $\sqrt{2}$ (pas PAP)

- ☐ 3 est l'unique antécédent du nombre -1 par la fonction h
- ☒ L'image du nombre -1 vaut $1/5$
- ☒ La courbe représentative de la fonction h passe par le point de coordonnées $(\sqrt{2} ; -1)$
- ☐ La fonction h vérifie $h(3) = \sqrt{2}$

d) Soit j une fonction tel que le nombre 3 ait pour image -5 ; (pas PAP)

- ☒ j vérifie $j(3) = -5$.
- ☒ La courbe de j passe par le point de coordonnées (3 ; -5)
- ☒ 3 est un antécédent du nombre -5 par la fonction j
- ☒ L'équation $j(x) = -5$ admet 3 comme solution

Exercice 3 : ensemble de définitions

On considère les 5 fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{2-x}; \quad g(x) = \frac{2x+1}{3x+3}; \quad h(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad i(x) = \sqrt{1-2x}; \quad k(x) = \sqrt{x+4}$$

- a) Peut-on calculer l'image de 2 par la fonction f ? Détailler la réponse.

On ne peut pas calculer l'image de 2 par la fonction f car

$$1 - 2 \times 2 = 1 - 4 = -3. \text{ Or on ne peut pas calculer la racine carrée d'un nombre négatif.}$$

- b) Pour quelle valeur, la fonction g n'admet-elle pas d'image ?

On cherche la valeur interdite :

$$3x + 3 = 0$$

$$3x = -3$$

$$x = -\frac{3}{3} \text{ soit } \boxed{-1}$$

- c) Existe-t-il une valeur n'admettant pas d'image par la fonction h ? (pas PAP)

On cherche la valeur interdite :

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$x = \sqrt{-1}$ C'est impossible donc h n'admet pas de valeur n'ayant pas d'image.

- d) Peut-on calculer l'image de 5 par la fonction f ?

$$f(5) = \frac{1}{2-5}$$

$$f(5) = -\frac{1}{3}$$

on peut donc calculer l'image de 5 par la fonction f .

- e) Pour quelles valeurs de x , la fonction k n'associe pas d'images ? (pas PAP)

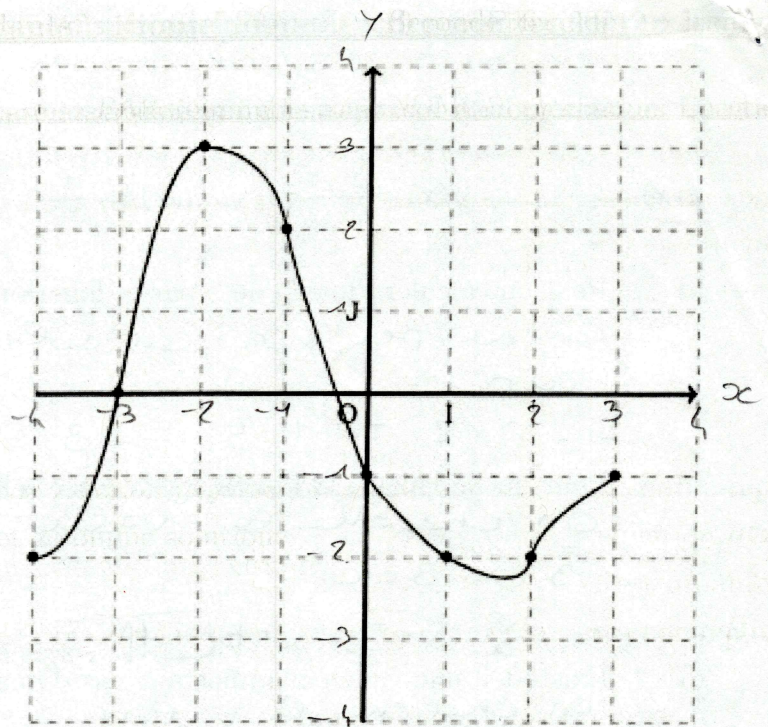
la fonction
Pour $x < -4$ k n'associe pas d'images car cela donne un résultat négatif, donc impossible avec une racine carrée.

On doit regarder des Δ .

Exercice 4 lecture graphique

Le graphique ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction f .

Laisser les traits de construction



1) Quel est le domaine de définition ?

$$Df: x \in [-4; 3]$$

2) Donner l'image de 0 : $f(0) = -1$

3) Donner l'image de 2 : $f(2) = -2$

4) Donner les antécédents s'ils existent de 4 : $S: \emptyset$

de -2 : $S: \{-4; -1; 2\}$

5) Résoudre l'équation $f(x) = -3$: $S: \emptyset$

Exercice 5 : intervalles de $\mathbb{R}$

Pour les intervalles de $\mathbb{R}$ suivant donner $I \cup J$ et $I \cap J$: remplir le tableau suivant :

Intervalles	$I \cap J$	$I \cup J$
$I: [-3; 8]$ et $J: [2; 10]$	$[2; 8]$	$[-3; 10]$
$I: [-5; 2[$ et $J: [3; 11[$	$S: \emptyset$	$[-5; 2[\cup [3; 11[$
$I:]-4; 5[$ et $J:]-2; +\infty[$	$] -2; 5[$	$] -4; +\infty[$
$I:]-\infty; 5[$ et $J:]3; +\infty[$ (pas PAP)	$]3; 5[$	$] -\infty; +\infty[= \mathbb{R}$
$I:]-5; 3[$ et $J: \{0; 1; 4\}$ (pas PAP)	$S: \{0; 1\}$	$] -5; 3[\cup \{4\}$

c) Calculer les coordonnées de D, symétrique de ~~D~~ du point A par rapport à K

$$A(-1; -1) \\ K(0; \frac{7}{2})$$

$$H \begin{cases} x_H = \frac{x_D + x_A}{2} \\ y_H = \frac{y_D + y_A}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_H - x_A = x_D \\ 2 \times 0 + 1 = x_D \\ -1 = x_D \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 2y_H - y_A = y_D \\ 2 \times \frac{7}{2} + 1 = y_D \\ 8 = y_D \end{cases} \quad \text{donc } D(-1; 8)$$

3

d) En déduire la nature du quadrilatère ABDC.

$$A(-1; -1) \quad B(2; 4) \quad C(-2; 3)$$

On cherche le centre E du segment D(-1; 8)

$$EAD =$$

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_E = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases} \quad \text{donc } E(0; \frac{7}{2})$$

E et K ont les mêmes coordonnées donc K et E se confondent.

Les segments AD et BC se coupent donc en leur milieu, or il s'agit des diagonales de ABDC.

Donc ~~(CA) // (DB)~~ et ~~(CD) // (AB)~~ inutile

$$\begin{cases} x_E = \frac{0}{2} = 0 \\ y_E = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Le quadrilatère ABDC est donc un parallélogramme.

2

e) Calculer AB, AC et BC

$$A(-1; -1) \quad B(2; 4) \quad C(-2; 3) \quad D(-1; 8)$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB^2 = (2 + 1)^2 + (4 + 1)^2$$

$$AB^2 = 9 + 25$$

$$AB = \sqrt{34}$$

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$$

$$BC^2 = (-2 - 2)^2 + (3 - 4)^2$$

$$BC^2 = 16 + 1$$

$$BC = \sqrt{17}$$

3

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$$

$$AC^2 = (-2 + 1)^2 + (3 + 1)^2$$

$$AC^2 = 1 + 16$$

$$AC = \sqrt{17}$$

f) En déduire la nature du triangle ACB

$$AC = BC = \sqrt{17}$$

Le triangle ACB est donc isocèle en C.

2

