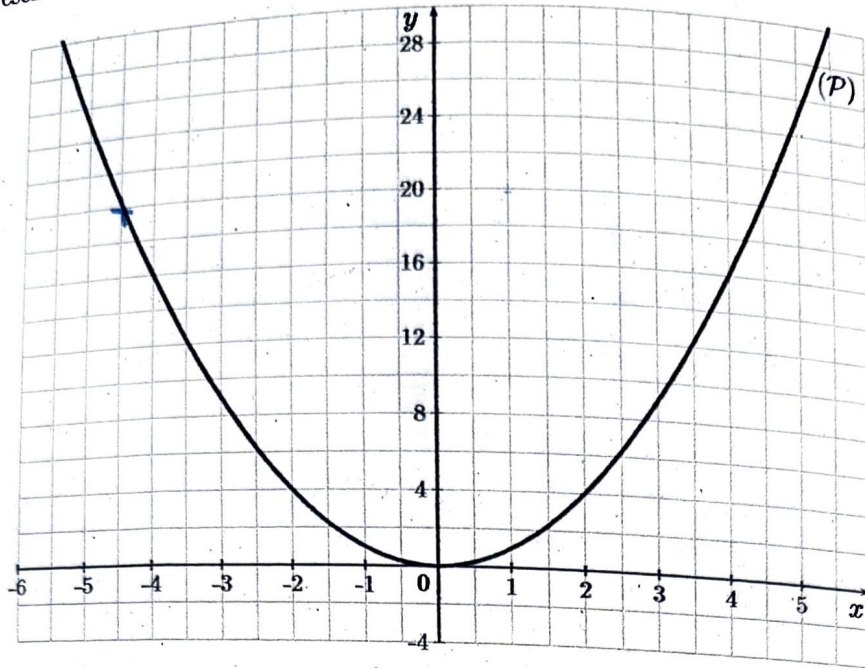


Exercice 1
 f est la fonction carré définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$.

Sa courbe représentative (P) est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. Calculer les images des réels : $-\sqrt{6}$, $1 - \sqrt{2}$, 10^{-2} et $\frac{7}{13}$.

2. Quels sont les antécédents éventuels de 12 ? de -4 ? de 0 ? de π ?

3. Placer dans le repère précédent le point A de coordonnées $A\left(-\frac{9}{2}; 20\right)$.

Le point A appartient-il à la parabole (P) ?

4. Sans les calculer, comparer $f(\pi - 1)$ et $f(2, 1)$. Comparer de même $f(-0, 71)$ et $f\left(-\frac{2}{3}\right)$.

5. (a) Résoudre dans l'ensemble des réels l'inéquation $f(x) \leq 2$.

(b) Résoudre dans l'ensemble des réels l'inéquation $f(x) \geq 8$.

(c) Résoudre dans l'ensemble des réels l'inéquation $f(x) \leq -1$.

(d) Résoudre dans l'ensemble des réels l'inéquation $f(x) \geq 4$.

6. (a) Soit a un réel tel que : $-\frac{\sqrt{2}}{3} \leq a \leq -0, 1$. Déterminer un encadrement de a^2 .

(b) Soit a un réel tel que : $\frac{\sqrt{11}}{7} \leq a \leq 100$. Déterminer un encadrement de a^2 .

7. (a) Si $x \in]-3; +\infty]$, à quel intervalle appartient $f(x)$?

(b) Si $x \in]-2; 3]$, à quel intervalle appartient $f(x)$?

(c) Si $x \in]-1; 10^{-2}]$, à quel intervalle appartient $f(x)$?

Exercice 2 Soit $P(x) = 2x^2 - 2x - 4$. Déterminer les nombres a et β sachant que la forme canonique de P est $P(x) = a\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \beta$.

Exercices sur la fonction carrée et sur les fonctions polynômes du second degré

Exercice 1

A l'aide de l'allure de la parabole représentant la fonction carrée, résoudre les inéquations suivantes :

1. $x^2 < 4$. $S =]-2, 2[$
2. $x^2 \geq 9$. $S =]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$
3. $x^2 > 5$. $S =]-\infty, -\sqrt{5}[\cup]\sqrt{5}, +\infty[$
4. $2 < x^2 \leq 16$. $S =]-\sqrt{16}, -\sqrt{2}] \cup]\sqrt{2}, \sqrt{16}]$

Exercice 2

A l'aide de tableaux de signes, résoudre les inéquations suivante :

1. $x^2 < 7$.
2. $x^2 \geq 8$.
3. $4 < x^2 \leq 25$.

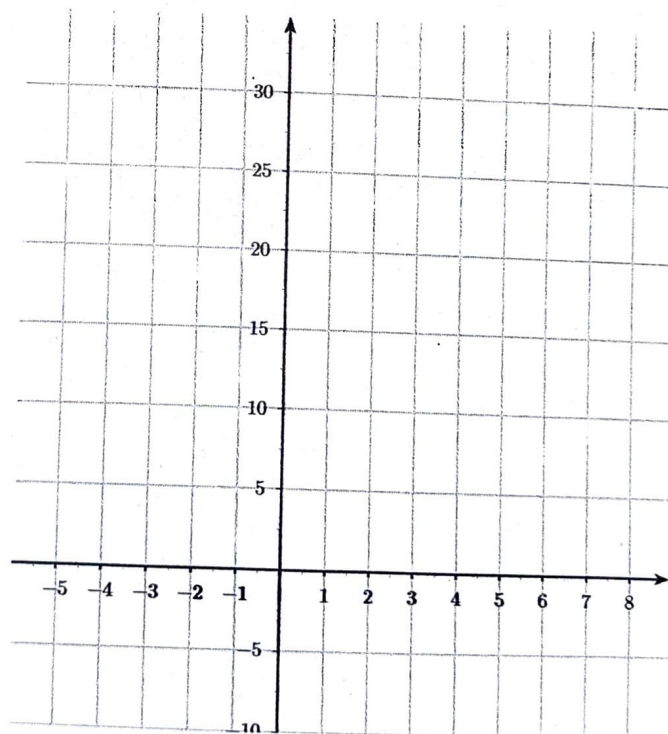
Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	1	2	3	4
$f(x)$	-3,25											

2. Visualiser la courbe représentative de cette fonction sur l'écran puis esquisser ci-dessous cette courbe :



3. Il semble que la courbe soit « entièrement » située au dessus de l'axe des abscisses. Comment cela se traduit-il pour $f(x)$?
4. En remarquant que $2=1+1$, démontrer alors par le calcul la conjecture émise à la question précédente.

Exercice 4

f est la fonction définie par $f(x) = -(x-4)^2 + 25$

1. Montrer que :

(a) $f(x) = -x^2 + 8x + 9$

(b) $f(x) = (9-x)(1+x)$

2. Choisir la forme la plus adéquate pour répondre aux questions suivantes :

(a) Résoudre $f(x) = 0$.

(b) Résoudre $f(x) = 9$.

(c) Montrer que f admet un maximum en 4 valant 25.

(d) Etudier les variations de f sur $]-\infty; 4]$ puis sur $[4; +\infty[$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $[-2; 5]$ par : $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

1. Calculer l'image de 0, l'image de 3 et l'image de $\frac{1}{3}$ par la fonction f .

2. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 3 par f .

3. Au vu de la calculatrice :

(a) Conjecturer le (ou les) antécédent(s) de 0 par f , en donner des valeurs approchées.

(b) Conjecturer le tableau de variations de f .

4. (a) Développer $4 - (x-1)^2$

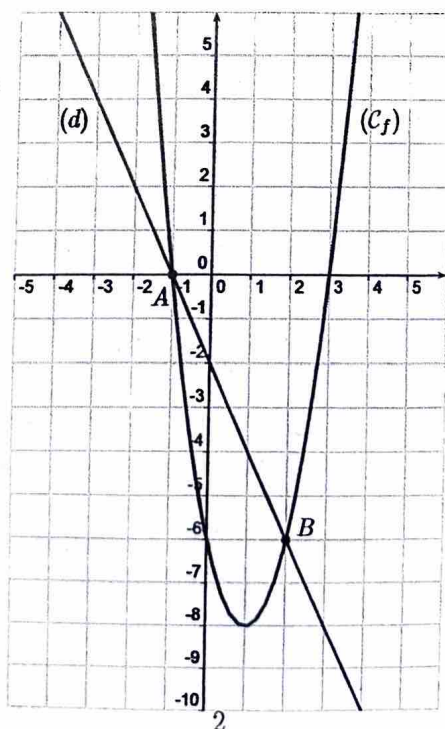
(b) En déduire le (ou les) antécédent(s) de 0 par f .

(c) Déduire du (b) l'abscisse du sommet de la parabole représentative de f .

(d) A l'aide du cours, expliquez comment établir le tableau de variations de f , puis donner l'extremum de f .

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ (forme 1). La courbe (C_f) représente la fonction f (voir le graphique ci-dessous).

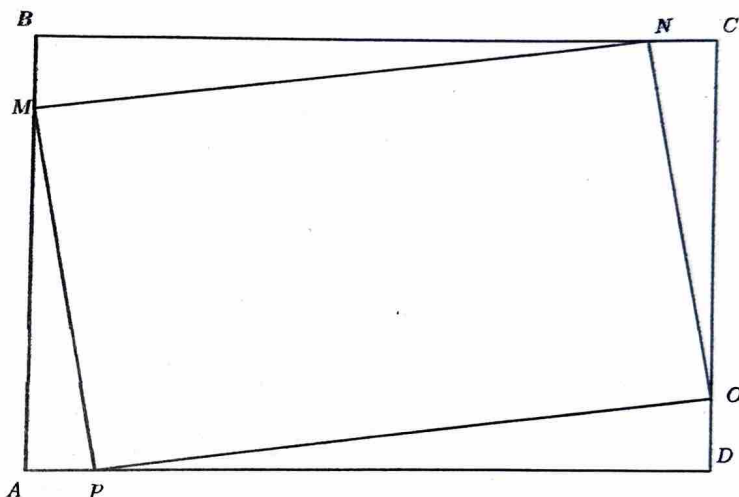


1. (a) Montrer que, pour tout x réel, $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$ (forme 2).
 (b) Montrer que, pour tout x réel, $f(x) = 2(x-3)(x+1)$ (forme 3).
 (c) Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre l'équation $f(x) = -8$, puis résoudre cette équation. En déduire le ou les antécédents de -8 par la fonction f .
 (d) Choisir la forme la plus adaptée pour déterminer la ou les abscisses des points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses, puis déterminer cette ou ces abscisses.
 (e) En déduire l'abscisse du sommet de la parabole représentative de f et le tableau de variations de f .
2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x - 2$ représentée par la droite (d) sur le graphique.
 (a) Sur le graphique, la droite (d) semble couper la courbe (C_f) en deux points notés A et B . Quelles semblent être les coordonnées de ces deux points ?
 (b) Montrer que résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ revient à résoudre l'équation $(x+1)(x-2) = 0$.
 (c) En déduire une résolution algébrique de l'équation $f(x) = g(x)$.
 (d) Déterminer par le calcul les coordonnées des points A et B .

Exercice 7

On donne pour la figure ci-contre :

- $ABCD$ est un rectangle
- $AB = 6$
- $BC = 10$
- $M \in [BA]$
- $N \in [BC]$
- $O \in [CD]$
- $P \in [DA]$
- $BM = CN = DO = AP$



1. Calculer l'aire de $MNOP$ lorsque $BM = 1$

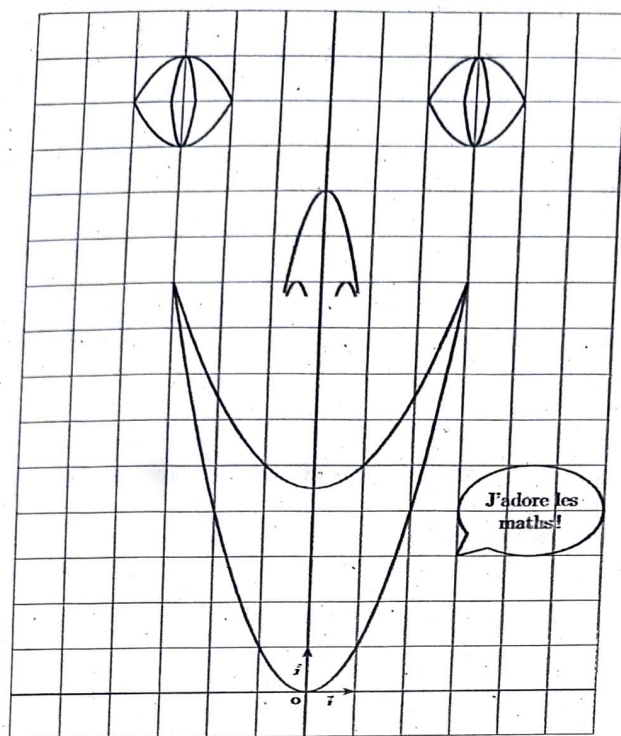
On pose $BM = x$, et on note $\mathcal{A}(x)$, l'aire de $MNOP$.

2. Montrer que $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 16x + 60$
3. A partir du graphique de votre calculatrice, conjecturer et dresser un tableau de variation de la fonction $\mathcal{A}$ sur l'intervalle $[0; 6]$.
4. Conjecturer alors les valeurs maximales et minimales de l'aire de $MNOP$ et pour quelle position de M elles sont atteintes.
5. Montrer alors que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :
 (a) $\mathcal{A}(x) = 2(x-6)(x-2) + 36$
 (b) $\mathcal{A}(x) = 2(x-4)^2 + 28$
6. Utiliser le cours et les différentes écritures de $\mathcal{A}$ pour répondre aux questions suivantes :
 (a) Pour quelles positions du point M , l'aire est-elle de 36cm^2
 (b) Pour quelles positions du point M , l'aire est-elle minimale ?
 (c) Pour quelles positions du point M , l'aire est-elle maximale ? Justifier.

Exercice 8

La figure suivante a été réalisée uniquement avec des paraboles.

Associer aux fonctions définies dans la liste ci-dessous les différentes parties du visage.



$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \\ g(x) &= -8(x - 0.5)^2 + 9 \\ h(x) &= (x + 3)^2 + 12 \\ j(x) &= 0.5x^2 + 4.5 \\ k(x) &= 16(x + 3)^2 + 12 \\ l(x) &= -4x^2 + 11 \\ m(x) &= -16(x + 3)^2 + 14 \\ p(x) &= -(x - 3)^2 + 14 \\ q(x) &= -16(x - 3)^2 + 14 \\ r(x) &= -(x + 3)^2 + 14 \\ t(x) &= 16(x - 3)^2 + 12 \\ u(x) &= -8(x + 0.5)^2 + 9 \\ v(x) &= (x - 3)^2 + 12 \end{aligned}$$