

NOM :

Prénom :

Classe :

2^{nde}

Mathématiques : DS commun A (2 séquences)

Mercredi 17 mai 2023

Calculatrice autorisée

La rigueur, la clarté de la rédaction et la qualité de la présentation entrent en ligne de compte dans la notation.

Le sujet est à rendre avec votre copie.

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des trois propositions est exacte.

Entourez sur l'énoncé la proposition choisie. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point. Aucune justification n'est demandée.

Soit x un nombre réel.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le point $M(\sqrt{2}; -1)$ appartient à la courbe C d'équation :	$y = 2x^2 - 3$	$y = -x^2 + 3$	$y = x^2 - 3$
2	Si $x \in [-4, -2]$ alors	$ x + 3 \leq 1$	$-4 < x < -2$	$ x - 3 \leq 1$
3	La droite (d) d'équation $7x - 3y + 2 = 0$ a pour vecteur directeur :	$\vec{u} \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$
4	Une trottinette électrique soldée à 30 % est vendue 357 €. Son prix initial était :	464,10 €	510 €	249,9 €
5	L'expression développée de $(x + 1)(x - 4) - 5(x + 3)$ est	$x^2 - 8x - 19$	$x^2 + 8x + 11$	$x^2 - 8x - 7$
6	La valeur de l'expression $2x^2 + 3x - 2$ pour $x = -1$ est :	-7	3	-3
7	L'ensemble solution S de l'équation $25x^2 - 81 = 0$ est :	$S = \left\{ \frac{81}{25} \right\}$	$S = \left\{ -\frac{9}{5}; \frac{9}{5} \right\}$	$S = \left\{ \frac{9}{5} \right\}$
8	Soit $\in \mathbb{R}^*$. Si $\frac{1}{x} \geq 5$ alors	$x \in \left] 0; \frac{1}{5} \right]$	$x \in \left[\frac{1}{5}; +\infty \right[$	$x \in [0; +\infty[$

Exercice 2 (3 points)

Un journal mensuel s'est vendu à 8840 exemplaires par mois en 2022. Son prix de vente était de 1,20 €.

- Quelle a été la recette engendrée en 2022 par le journal ?
- En 2023, le prix de vente a baissé de 25%. On suppose dans le même temps, que les ventes ont augmenté de 5%. Suivant ce modèle, la recette pour 2023 sera-t-elle plus grande que celle de 2022 ?
- Si le prix reste fixé à 0,90 € dans les années à venir, en supposant une augmentation des ventes annuelles de 5% par an, à partir de quelle année la recette engendrée dépassera-t-elle celle de 2022 ?

Exercice 3 (6 points)

On se place dans un repère orthonormé du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points : $N(-9; -1)$, $P(3; 8)$, $Q(-7; 5)$ et $R(-10; 3)$

- Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
- Soit K le milieu de $[NP]$. Calculer les coordonnées du point K .
- Les droites (RQ) et (PN) sont-elles parallèles ? Justifier.
- Soit G le point défini par $\overrightarrow{PG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{PN}$. Justifier, par le calcul, que les coordonnées de G sont $(-5; 2)$.
- Prouver que le triangle RQG est un triangle rectangle isocèle.
- Déterminer une équation cartésienne de la droite d parallèle à la droite (QG) passant par le point R .
 - En déduire les coordonnées du point d'intersection de la droite d avec l'axe des abscisses.

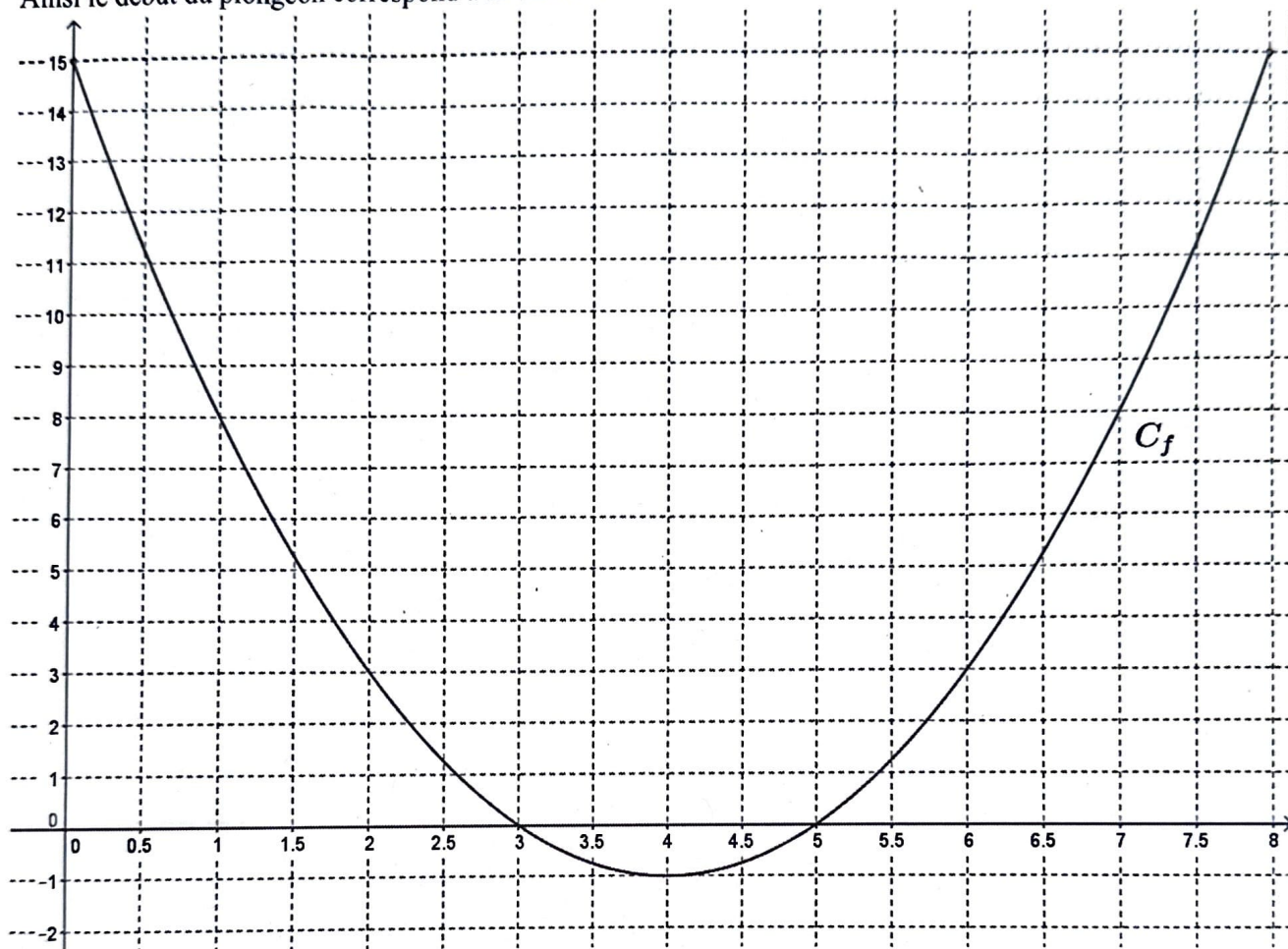
Exercice 4 (7 points)

Le martin pêcheur est un oiseau qui se nourrit de poissons qu'il pêche. Il plonge dans l'eau sur de petits poissons. On a schématisé le plongeon d'un martin pêcheur par la fonction f définie sur $[0;8]$ par $f(t) = t^2 - 8t + 15$.



Le martin pêcheur commence son plongeon depuis une branche située au bord de l'eau. L'axe des abscisses représente le niveau de l'eau. C_f représente la fonction f . La variable t représente le temps en secondes écoulé après le début du plongeon et $f(t)$ représente l'altitude de l'oiseau en dm .

Ainsi le début du plongeon correspond à la valeur $t = 0$.

**Partie A : Lectures graphiques.**

1. Quelle est l'image de 7 par la fonction f ?
2. Quelles sont les antécédents de 3 par f ?
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(t) \leq 8$.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

Partie B : Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul.

1. a. Montrer que pour tout réel $t \in [0;8]$, $f(t) = (t-4)^2 - 1$
 b. En déduire que pour tout réel $t \in [0;8]$, $f(t) = (t-5)(t-3)$
2. a. A l'aide d'un tableau de signes, résoudre l'inéquation $f(t) \leq 0$ sur $[0;8]$.
 b. Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[0;4]$. (On comparera $f(a)$ et $f(b)$ pour tous les réels a et b tels que $0 \leq a < b \leq 4$ en utilisant l'expression de f obtenue en 1.a.)
 c. Encadrer le plus précisément possible $f(t)$ lorsque $t \in [2;3,5]$
3. Montrer que -1 est le minimum de f .

NOM :

Prénom :

Classe :

2^{nde}Mathématiques : DS commun (2h00)
2 séquences

Calculatrice autorisée

Mercredi 18 mai 2022

La rigueur, la clarté de la rédaction et la qualité de la présentation entrent en ligne de compte dans la notation.

Le sujet est à rendre avec votre copie.

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre propositions est exacte. Entourez sur l'énoncé la proposition choisie. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point. Aucune justification n'est demandée.

Soit x un nombre réel.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La solution de $3(x+7) = 9$ est :	4	-4	3
2	La solution de $3(x+7) = 4x+9$ est :	12	-7	$-\frac{7}{3}$
3	L'ensemble S solution de l'équation $(x-3)(x+6) = 0$ est :	$S = \{3; 6\}$	$S = \{-6; 3\}$	$S = \{-6; -3\}$
4	L'ensemble S solution de l'équation : $\frac{2x+3}{x-7} = 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{7\}$ est :	$S = \{-7\}$	$S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$	$S = \emptyset$
5	Si $x \leq -2$ alors	$x^2 \leq 4$	$x^2 \leq -4$	$x^2 \geq -4$
6	Si $x > 10$ alors	$\frac{1}{x} > \frac{1}{10}$	$\frac{1}{x} < -\frac{1}{10}$	$\frac{1}{x} < \frac{1}{10}$
7	L'ensemble solution S de l'équation $x^3 = 125$ est :	$S = \{5\}$	$S = \{-5; 5\}$	$S = \emptyset$
8	Soit $\in \mathbb{R}^+$. Si $\sqrt{x} < 9$ alors	$x \in]9; +\infty[$	$x \in [0; 3[$	$x \in [0; 81[$

Exercice 2 (6,5 points)

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormal du plan et les points $A(-1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(4; 2)$ et $D(1; -4)$.

- Placer les points A , B , C et D dans un repère.
- Déterminer les distances AB , AC et BC .
- Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.
- Compléter le programme Python suivant qui renvoie la distance entre deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:

```
1 def distance(xA,yA,xB,yB):
2     d=
3     return (d)
```

- Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
- Les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ?
- Le quadrilatère $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Justifier.
- Déterminer les coordonnées des points I et J milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$.
- On considère le point $K\left(\frac{1}{3}; \frac{11}{15}\right)$. Les points I , J et K sont-ils alignés ?

Exercice 3 (3 points)

34 clients d'un coach sportif effectuent chaque année un test de fitness qui mesure le temps nécessaire pour revenir à un nombre normal de pulsations cardiaques après un effort.

L'année dernière, le coach a résumé les résultats de ses clients dans le tableau ci-dessous :

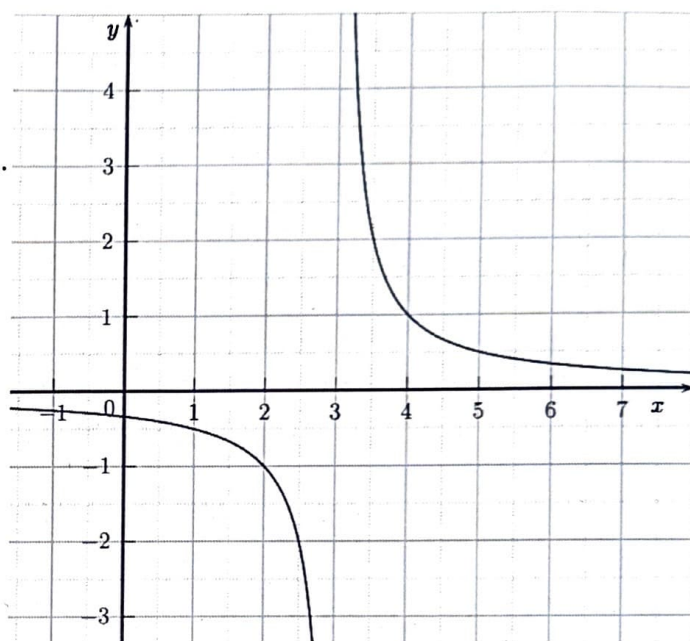
Temps de récupération en s	25	45	60	70	80	90	110	140
Effectifs	3	9	7	7	4	2	1	1
Effectifs cumulés croissants								

- Déterminer le temps de récupération moyen, à 10^{-2} près. Faire apparaître les formules.
- Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants.
- Déterminer le temps de récupération médian et l'interpréter.
- Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série. En prenant soin d'expliciter votre raisonnement.

Exercice 4 (1,5 points)

On a représenté ci-contre la courbe d'équation $y = \frac{1}{x-3}$.

- Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{1}{x-3} > 2$.
- Résoudre algébriquement l'inéquation $\frac{1}{x-3} > 2$.



Exercice 5 (5 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 + 2x + 3$. On note C_g la courbe représentative de g .

- Montrer que pour tout réel x , $g(x) = 4 - (x-1)^2$.
 - En déduire que pour tout réel x , $g(x) = (3-x)(x+1)$.
- En utilisant la forme la plus adaptée, répondre aux questions suivantes :
 - Le point $M(-2 ; 3)$ appartient-il à C_g ?
 - Déterminer les antécédents de 0 par g .
 - Résoudre l'équation $g(x) = 3$.
 - Résoudre l'inéquation $g(x) < 0$.
 - Prouver que 4 est le maximum de g .
- Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[1; +\infty[$. (On comparera $g(a)$ et $g(b)$ pour tous les réels a et b tels que $1 \leq a < b$ en utilisant l'expression de g obtenue en 1.a.)

BONUS : Soit a un entier naturel impair. Démontrer que a^3 est un nombre impair.