

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{7}{12}\right)\left(x + \frac{1}{12}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{7}{12} = 0 \quad \text{ou} \quad x + \frac{1}{12} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{12} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{12}$$

Donc $S = \left\{ \frac{7}{12} ; -\frac{1}{12} \right\}$

$$\frac{1}{7}x^2 - \frac{1}{5}x + 189 = 189 \iff x \left(\frac{1}{7}x - \frac{1}{5} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{7}x = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{5}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{7}{5} \right\}$$

$$\frac{x-5}{20} - \frac{3x-7}{60} = \frac{x-3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 15 - 3x + 7 = 12x - 36$$

$$\Leftrightarrow$$

$$28 = 12x$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{7}{3} \right\}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(9x - \frac{1}{3}\right) + x^2 - \frac{1}{4} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(9x - \frac{1}{3}\right) + \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(9x - \frac{1}{3} + x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(10x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad 10x = -\frac{1}{6}$$

$$x = -\frac{1}{60}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{60} \right\}$$

$$\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{5}x = 0 \quad \Leftrightarrow x \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{5} \right)$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{2}{3}x = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{3}{10} \right\}$$

$$\left(\frac{x}{5} - 2 \right)^2 = \left(x - \frac{1}{7} \right)^2 \quad \Leftrightarrow \left(\frac{x}{5} - 2 \right)^2 - \left(x - \frac{1}{7} \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{5} - 2 - x + \frac{1}{7} \right) \left(\frac{x}{5} - 2 + x - \frac{1}{7} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{4}{5}x - \frac{13}{7} \right) \left(\frac{6}{5}x - \frac{15}{7} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{5}x = \frac{13}{7} \quad \text{ou} \quad \frac{6}{5}x = \frac{15}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{13}{7} \times \left(-\frac{5}{4} \right) = \boxed{-\frac{65}{28}} \quad \text{ou} \quad x = \frac{15}{7} \times \frac{5}{6} = \boxed{\frac{75}{42}}$$

$$\left(5x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}x + 5\right)\frac{5}{3} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5x - \frac{1}{2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{3}x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{3}x = -5$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{10} \quad \quad \quad x = -5 \times \frac{3}{1}$$

$$x = -15$$

$$S = \left\{ -15; \frac{1}{10} \right\}$$

! $\{2; 3\} = \{3; 2\}$

$$\left(3x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{7}x - 2\right)^2 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \left(3x - \frac{7}{2} - \frac{5}{7}x + 2\right) \left(3x - \frac{7}{2} + \frac{5}{7}x - 2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{16}{7}x - \frac{3}{2}\right) \left(\frac{26}{7}x - \frac{11}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{7}x = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{26}{7}x = \frac{11}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \times \frac{7}{16} = \frac{21}{32} \quad (\text{ou}) \quad x = \frac{11}{2} \times \frac{7}{26} = \frac{77}{52}$$

$$S = \left\{ \frac{21}{32} ; \frac{77}{52} \right\}$$

$$\frac{21 \times 52}{32 \times 52} = \frac{1092}{\dots} < \frac{77 \times 32}{32 \times 52} = \frac{2464}{\dots}$$

II Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ telle que

$$f(x) = \frac{9x^2}{25} \ominus \frac{42x}{5} \oplus 49$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$

$$a^2 \ominus 2ab \oplus b^2 = (a - b)^2$$

1. Factoriser $f(x)$

$$f(x) = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{5}x \times 7 + 7^2$$

$$f(x) = \left(\frac{3}{5}x - 7\right)^2$$

2. Calculer les images par la fonction f des réels $\frac{5}{3}$ et de $\frac{5}{9}$

$$\bullet f\left(\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} - 7\right)^2 = (1 - 7)^2 = (-6)^2 = \underline{36}.$$

$$\bullet f\left(\frac{5}{9}\right) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{5}{9} - 7\right)^2 = \left(\frac{1}{3} - 7\right)^2 = \left(-\frac{20}{3}\right)^2 = \boxed{\frac{400}{9}}$$

3. Calculer les antécédents s'ils existent, des réels 0 et de 9 par la fonction f

$$f(x) = \left(\frac{3}{5}x - 7 \right)^2$$

$$\bullet f(x) = 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad \left(\frac{3}{5}x - 7 \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{5}x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \times \frac{5}{3} = \frac{35}{3}$$

$$\bullet f(x) = 9 \quad (\Leftrightarrow) \quad \left(\frac{3}{5}x - 7 \right)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}x - 7 - 3 \right) \left(\frac{3}{5}x - 7 + 3 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \times \frac{5}{3} = \boxed{\frac{50}{3}} \quad \text{ou} \quad x = 4 \times \frac{5}{3} = \boxed{\frac{20}{3}}$$

4. Le point $A(-5;100)$ appartient-il à la représentation graphique de f (justifier)

$$f(x) = \left(\frac{3}{5}x - 7 \right)^2 \quad f(x) = \frac{9x^2}{25} - \frac{42x}{5} + 49$$

$$\begin{aligned} f(-5) &= \left(\frac{3}{5} \times (-5) - 7 \right)^2 \\ &= (-3 - 7)^2 \\ &= (-10)^2 \\ &= \underline{100} \dots \text{ donc } A \in \mathcal{G}_f. \end{aligned}$$

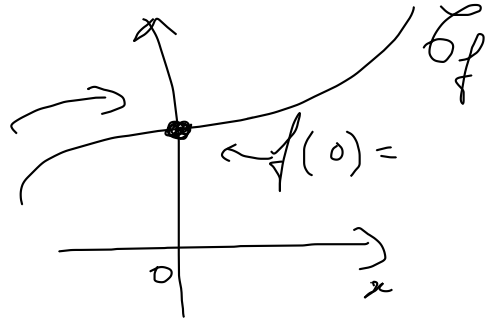
5. Trouvez les coordonnées des points B et B' appartenant à la courbe de f et la droite $y=16$ (on pourra utiliser la factorisation de $f(x)$)

$$\begin{aligned} \textcircled{f(x)} &= \left(\frac{3}{5}x - 7\right)^2 = 16 & \Leftrightarrow & \left(\frac{3}{5}x - 7 - 4\right)\left(\frac{3}{5}x - 7 + 4\right) = 0 \\ y & & \Leftrightarrow & \frac{3}{5}x = 11 \quad \text{ou} \quad \frac{3}{5}x = 3 \\ & & \Leftrightarrow & x = \frac{55}{3} \quad \text{ou} \quad x = 5 \end{aligned}$$

D'où :

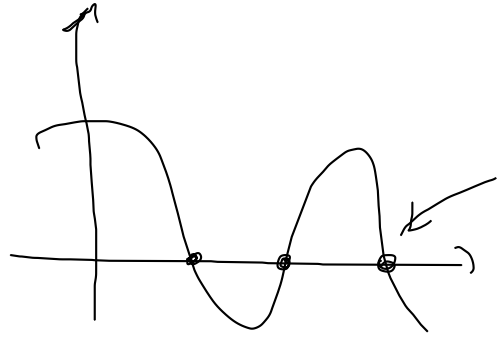
$$\boxed{B\left(\frac{55}{3}; 16\right) \text{ et } B'(5; 16)}$$

6. Trouver les coordonnées du point d'intersection de Cf avec l'axe des ordonnées



$$f(0) = 49$$

7. Trouver les coordonnées du point d'intersection de Cf avec l'axe des abscisses



$$f(x) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$x = \frac{35}{3}$$

$\Rightarrow$

$$\pm \left(\frac{35}{3} ; 0 \right)$$