∽ Baccalauréat spécialité ∾

L'intégrale de mai à novembre 2025

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

Baccalauréat Amérique du Nord 21 mai 2025

Jour 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 **6 points**

Pour accéder au réseau privé d'une entreprise depuis l'extérieur, les connexions des employés transitent aléatoirement via trois serveurs distants différents, notés A, B et C. Ces serveurs ont des caractéristiques techniques différentes et les connexions se répartissent de la manière suivante :

— 25 % des connexions transitent via le serveur A;
— 15 % des connexions transitent via le serveur B;
— le reste des connexions s'effectue via le serveur C.

Les connexions à distance sont parfois instables et, lors du fonctionnement normal des serveurs, les utilisateurs peuvent subir des déconnexions pour différentes raisons (saturation des serveurs, débit internet insuffisant, attaques malveillantes, mises à jour de logiciels, etc.).

On dira qu'une connexion est stable si l'utilisateur ne subit pas de déconnexion après son identification aux serveurs. L'équipe de maintenance informatique a observé statistiquement que, dans le cadre d'un fonctionnement habituel des serveurs :

— 90 % des connexions via le serveur A sont stables;
— 80 % des connexions via le serveur B sont stables;
— 85 % des connexions via le serveur C sont stables.

Les parties **A** et **B** sont indépendantes l'une de l'autre et peuvent être traitées séparément.

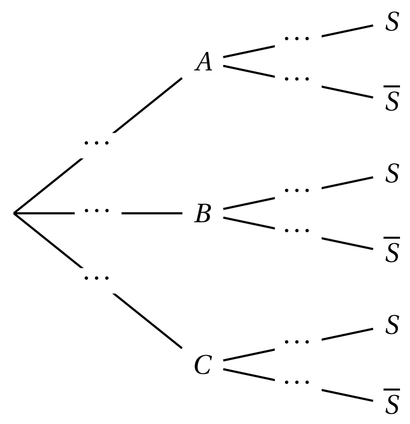
Partie A

On s'intéresse au hasard à l'état d'une connexion effectuée par un employé de l'entreprise. On considère les évènements suivants :

— A : « La connexion s'est effectuée via le serveur A »;
— B : « La connexion s'est effectuée via le serveur B »;
— C : « La connexion s'est effectuée via le serveur C »;
— S : « La connexion est stable ».

On note $\overline{S}$ l'évènement contraire de l'évènement S.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous modélisant la situation de l'énoncé.



2. Démontrer que la probabilité que la connexion soit stable et passe par le serveur B est égale à 0,12.

3. Calculer la probabilité $P\left(C \cap \overline{S}\right)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est $P(S) = 0{,}855$.

5. On suppose désormais que la connexion est stable.

Calculer la probabilité que la connexion ait eu lieu depuis le serveur B.

On donnera la valeur arrondie au millième.

Partie B

D'après la **partie A**, la probabilité qu'une connexion soit **instable** est égale à 0,145.

1. Dans le but de détecter les dysfonctionnements de serveurs, on étudie un échantillon de 50 connexions au réseau, ces connexions étant choisies au hasard. On suppose que le nombre de connexions est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de connexions instables au réseau de l'entreprise, dans cet échantillon de 50 connexions.

a. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.

b. Donner la probabilité qu'au plus huit connexions soient instables. *On donnera la valeur arrondie au millième.*

2. Dans cette question, on constitue désormais un échantillon de n connexions, toujours dans les mêmes conditions, où n désigne un entier naturel strictement positif. On note X_n la variable aléatoire égale aux nombres de connexions instables et on admet que X_n suit une loi binomiale de paramètres n et 0,145.

a. Donner l'expression en fonction de n de la probabilité p_n qu'au moins une connexion de cet échantillon soit instable.

b. Déterminer, en justifiant, la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que la probabilité p_n est supérieure ou égale à 0,99.

3. On s'intéresse à la variable aléatoire F_n égale à la fréquence de connexions instables dans un échantillon de n connexions, où n désigne un entier naturel strictement positif.

On a donc $F_n = \dfrac{X_n}{n}$, où X_n est la variable aléatoire définie à la question **2.**

a. Calculer l'espérance $E\left(F_n\right)$.

On admet que $V\left(F_n\right) = \dfrac{0{,}123975}{n}$.

b. Vérifier que : $P\left(\left|F_n - 0{,}145\right| \geqslant 0{,}1\right) \leqslant \dfrac{12{,}5}{n}$

c. Un responsable de l'entreprise étudie un échantillon de 1 000 connexions et constate que pour cet échantillon $F_{1000} = 0{,}3$. Il soupçonne un dysfonctionnement des serveurs. A-t-il raison ?

EXERCICE 2 **5 points**

On considère la suite numérique (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$$

On admet que la suite (u_n) est bien définie.

1. Calculer le terme u_1.

2. On définit la suite (a_n) pour tout entier naturel n, par :

$$a_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$$

On admet que la suite (a_n) est bien définie.

a. Calculer a_0 et a_1.

b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 3a_n - 1$.

c. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1,

$$a_n \geqslant 3n - 1$$

d. En déduire la limite de la suite (a_n).

3. On souhaite étudier la limite de la suite (u_n).

a. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{a_n}{a_n - 1}$.

b. En déduire la limite de la suite (u_n).

4. On admet que la suite (u_n) est décroissante.

On considère le programme suivant écrit en langage Python :

```
def algo(p):
  u=2
  n=0
  while u-1>p:
    u=(2*u+1)/(u+2)
    n=n+1
  return (n,u)
```

a. Interpréter les valeurs `n` et `u` renvoyées par l'appel de la fonction `algo(p)` dans le contexte de l'exercice.

b. Donner, sans justifier, la valeur de n pour $p = 0{,}001$.

EXERCICE 3 **4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.
On considère la droite (d) dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{l c r}x & = & 3-2t\\ y & = & -1\\ z & = & 2-6t\end{array}\right., \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

On considère également les points suivants :

— A$(3\,;\,-3\,;\,-2)$

— B$(5\,;\,-4\,;\,-1)$

— C le point de la droite (d) d'abscisse 2

— H le projeté orthogonal du point B sur le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x+3z-7=0$

Affirmation 1
La droite (d) et l'axe des ordonnées sont deux droites non coplanaires.

Affirmation 2
Le plan passant par A et orthogonal à la droite (d) a pour équation cartésienne :

$$x+3z+3=0$$

Affirmation 3
Une mesure, exprimée en radian, de l'angle géométrique $\widehat{\text{BAC}}$ est $\dfrac{\pi}{6}$.

Affirmation 4
La distance BH est égale à $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

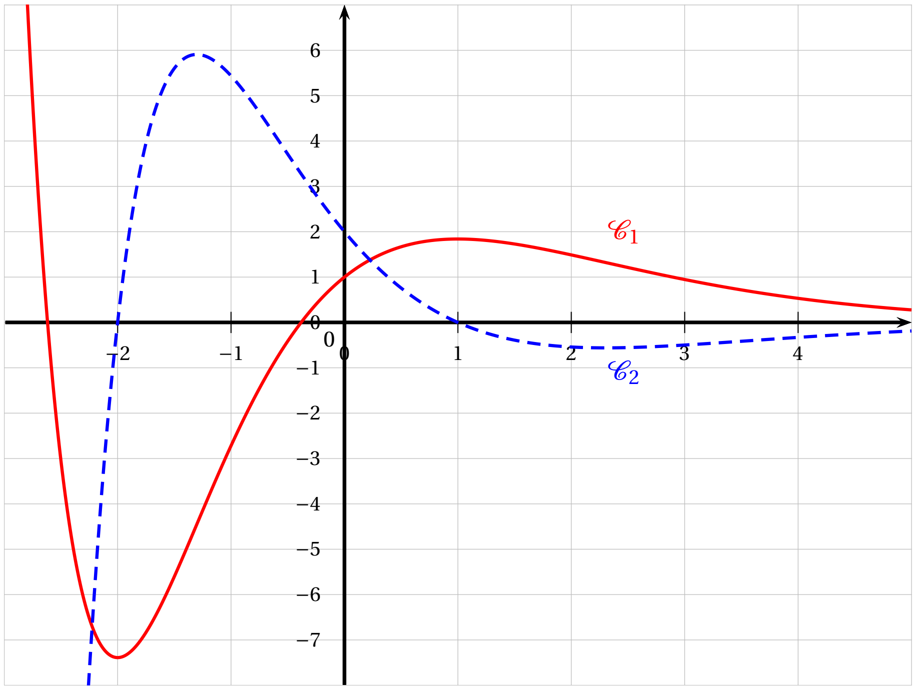
EXERCICE 4 **5 points**

La **partie C** est indépendante des parties **A** et **B**.

Partie A

On donne ci-dessous, dans un repère orthogonal, les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, représentations graphiques de deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. L'une des deux fonctions représentées est la fonction dérivée de l'autre. On les notera g et g'.
On précise également que :

- La courbe $\mathscr{C}_1$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 1).
- La courbe $\mathscr{C}_2$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 2) et l'axe des abscisses aux points de coordonnées (−2 ; 0) et (1 ; 0).



1. En justifiant, associer à chacune des fonctions g et g' sa représentation graphique.
2. Justifier que l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0 est $y = 2x + 1$.

Partie B

On considère (E) l'équation différentielle

$$y + y' = (2x+3)\,\mathrm{e}^{-x},$$

où y est une fonction de la variable réelle x.

1. Montrer que la fonction f_0 définie pour tout nombre réel x par $f_0(x) = \left(x^2+3x\right)\mathrm{e}^{-x}$ est une solution particulière de l'équation différentielle (E).
2. Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y + y' = 0$.
3. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E).
4. On admet que la fonction g décrite dans la **partie A** est une solution de l'équation différentielle (E).

   Déterminer alors l'expression de la fonction g.

5. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E) dont la courbe admet exactement deux points d'inflexion.

Partie C

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par :

$$f(x) = \left(x^2 + 3x + 2\right) \mathrm{e}^{-x}$$

1. Démontrer que la limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à 0.
On admet par ailleurs que la limite de la fonction f en $-\infty$ est égale à $+\infty$.

2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

a. Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \left(-x^2 - x + 1\right) \mathrm{e}^{-x}$.

b. Déterminer le signe de la fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$ puis en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. Expliquer pourquoi la fonction f est positive sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

4. On notera $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$. On admet que la fonction F définie pour tout nombre réel x par $F(x) = \left(-x^2 - 5x - 7\right) \mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de la fonction f.
Soit α un nombre réel positif.
Déterminer l'aire $\mathscr{A}(\alpha)$, exprimée en unité d'aire, du domaine du plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \alpha$.

Baccalauréat Amérique du Nord 22 mai 2025

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 **5 points**

Au basket-ball, il est possible de marquer des paniers rapportant un point, deux points ou trois points.
Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

L'entraineur d'une équipe de basket décide d'étudier les statistiques de réussite des lancers de ses joueurs. Il constate qu'à l'entrainement, lorsque Victor tente un panier à trois points, il le réussit avec une probabilité de 0,32.
Lors d'un entrainement, Victor effectue une série de 15 lancers à trois points. On suppose que ces lancers sont indépendants.

On note N la variable aléatoire qui donne le nombre de paniers marqués.

Les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième.

1. On admet que la variable aléatoire N suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor réussisse exactement 4 paniers lors de cette série.
3. Déterminer la probabilité que Victor réussisse au plus 6 paniers lors de cette série.
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire N.
5. On note T la variable aléatoire qui donne le nombre de **points** marqués après cette série de lancers.
   a. Exprimer T en fonction de N.
   b. En déduire l'espérance de la variable aléatoire T. Donner une interprétation de cette valeur dans le contexte de l'exercice.
   c. Calculer $P(12 \leqslant T \leqslant 18)$.

Partie B

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points marqués par Victor lors d'un match.

On admet que l'espérance $E(X) = 22$ et la variance $V(X) = 65$.

Victor joue n matchs, où n est un nombre entier strictement positif.
On note $X_1, X_2, \dots, X_n$ les variables aléatoires donnant le nombre de points marqués au cours des $1^{\text{er}}, 2^{\text{e}}, \dots, n$-ième matchs. On admet que les variables aléatoires $X_1, X_2, \dots, X_n$ sont indépendantes et suivent la même loi que celle de X.

On pose $M_n = \dfrac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$.

1. Dans cette question, on prend $n = 50$.
   a. Que représente la variable aléatoire M_{50} ?
   b. Déterminer l'espérance et la variance de M_{50}.
   c. Démontrer que $P(|M_{50} - 22| \geqslant 3) \leqslant \dfrac{13}{90}$.

d. En déduire que la probabilité de l'évènement « $19 < M_{50} < 25$ » est strictement supérieure à 0,85.

2. Indiquer, en justifiant, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :
« Il n'existe aucun entier naturel n tel que $P\left(|M_n - 22| \geqslant 3\right) < 0{,}01$ ».

EXERCICE 2 **5 points**

Un des objectifs de cet exercice est de déterminer une approximation du nombre réel $\ln(2)$, en utilisant une des méthodes du mathématicien anglais Henry Briggs au XVI^e siècle.

On désigne par (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n}$$

Partie A

1. **a.** Donner la valeur exacte de u_1 et de u_2.
b. Émettre une conjecture, à l'aide de la calculatrice, sur le sens de variation et la limite éventuelle de la suite.

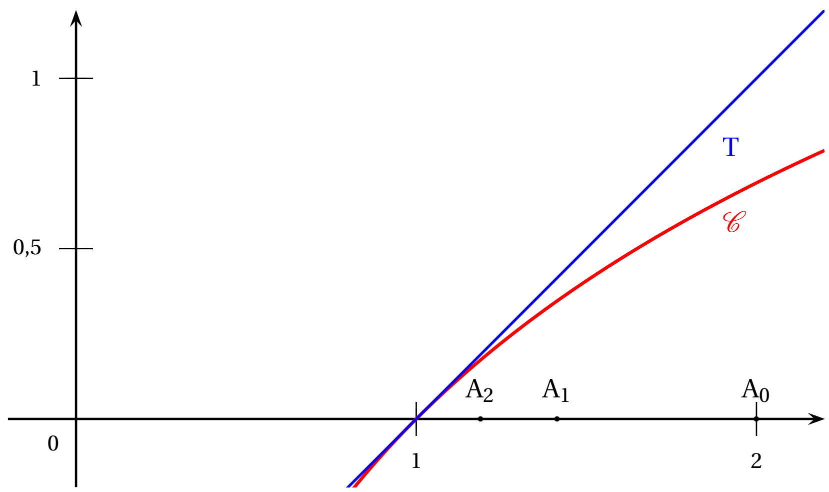
2. **a.** Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $\quad 1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
c. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ l'équation $\sqrt{x} = x$.
d. Déterminer, en justifiant, la limite de la suite (u_n).

Partie B

On désigne par (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = \ln(u_n)$.

1. **a.** Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.
b. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $\quad \ln(2) = 2^n \ln(u_n)$.

2. On a tracé ci-dessous dans un repère orthonormé la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction ln et la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
Une équation de la droite T est $y = x - 1$.
Les points A_0, A_1, A_2 ont pour abscisses respectives u_0, u_1 et u_2 et pour ordonnée 0.



On décide de prendre $x-1$ comme approximation de $\ln(x)$ lorsque x appartient à l'intervalle $]0{,}99\,;\,1{,}01[$.

a. Déterminer à l'aide de la calculatrice le plus petit entier naturel k tel que u_k appartienne à l'intervalle $]0{,}99\,;\,1{,}01[$ et donner une valeur approchée de u_k à 10^{-5} près.

b. En déduire une approximation de $\ln(u_k)$.

c. Déduire des questions **1. c.** et **2. b.** de la **partie B** une approximation de $\ln(2)$.

3. On généralise la méthode précédente à tout réel a strictement supérieur à 1.

Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin que l'appel `Briggs(a)` renvoie une approximation de $\ln(a)$.

On rappelle que l'instruction en langage Python `sqrt(a)` correspond à $\sqrt{a}$.

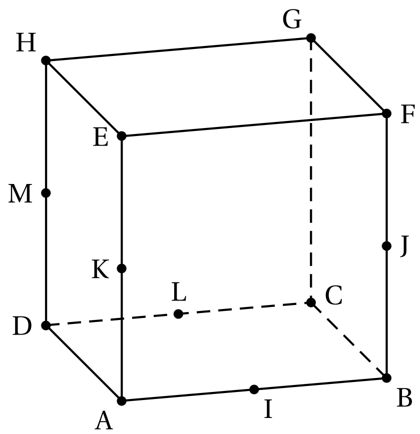
```
from math import*
def Briggs(a):
  n = 0
  while a >= 1.01:
    a = sqrt(a)
    n = n+1
  L =...
return L
```

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

EXERCICE 3 **5 points**

PARTIE A

ABCDEFGH est un cube d'arête de longueur 1.
Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [AB], [BF], [AE], [CD] et [DH].



Affirmation 1 : « $\overrightarrow{JH} = 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{CB}$ »
Affirmation 2 : « Le triplet de vecteurs $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AH},\ \overrightarrow{AG}\right)$ est une base de l'espace. »
Affirmation 3 : « $\overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{LM} = -\dfrac{1}{4}$. »

PARTIE B

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

- le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x - y + 3z + 6 = 0$
- les points $A(2\,;\,0\,;\,-1)$ et $B(5\,;\,-3\,;\,7)$

Affirmation 4 : « Le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont parallèles. »
Affirmation 5 : « Le plan $\mathscr{P}'$ parallèle à $\mathscr{P}$ passant par B a pour équation cartésienne $-2x+y-3z+34=0$ »
Affirmation 6 : « La distance du point A au plan $\mathscr{P}$ est égale à $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. »
On note (d) la droite de représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -12+2k \\ y &=& 6 \\ z &=& 3-\ 5k \end{array}\right. ,\text{où } k\in\mathbb{R}$$

Affirmation 7 : « Les droites (AB) et (d) ne sont pas coplanaires. »

EXERCICE 4 **5 points**

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~\pi]$ par

$$f(x)=\mathrm{e}^{x}\sin(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

PARTIE A

1. **a.** Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~\pi]$,

$$f'(x)=\mathrm{e}^{x}[\sin(x)+\cos(x)].$$

   b. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $\left[0~;~\dfrac{\pi}{2}\right]$

2. **a.** Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
   b. Démontrer que la fonction f est convexe sur l'intervalle $\left[0~;~\dfrac{\pi}{2}\right]$.
   c. En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $\left[0~;~\dfrac{\pi}{2}\right]$, $\mathrm{e}^{x}\sin(x)\geqslant x$.
3. Justifier que le point d'abscisse $\dfrac{\pi}{2}$ de la courbe représentative de la fonction f est un point d'inflexion.

PARTIE B

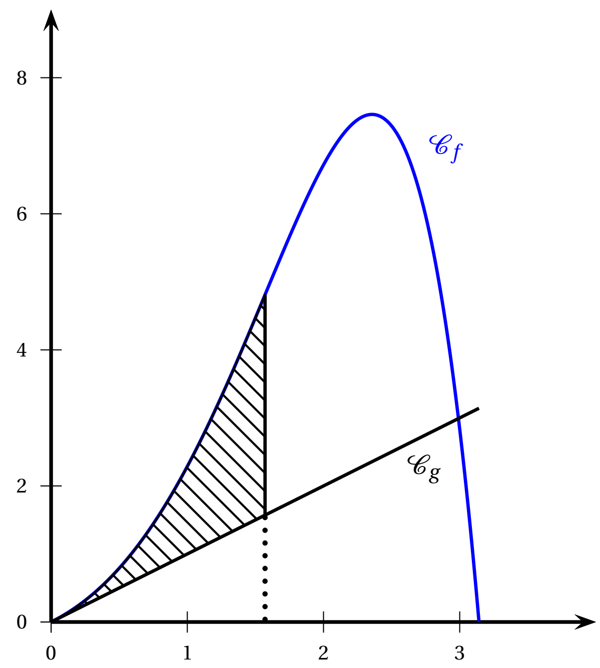
On note

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{x}\sin(x)\,\mathrm{d}x\quad\text{et}\quad J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{x}\cos(x)\,\mathrm{d}x.$$

1. En intégrant par parties l'intégrale I de deux manières différentes, établir les deux relations suivantes :

$$I=1+J\qquad\text{et}\qquad I=\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}-J.$$

2. En déduire que $I=\dfrac{1+\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}}{2}$.
3. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x$.
   Les courbes représentatives des fonctions f et g sont tracées dans le repère orthogonal ci-dessous sur l'intervalle $[0~;~\pi]$.
   Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré situé entre les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équation $x=0$ et $x=\dfrac{\pi}{2}$.


$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{C}_g$
0
2
4
6
8
0
1
2
3

Baccalauréat Amérique du Nord 22 mai 2025

Sujet 2 (secours)

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 **5 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1.$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la fonction dérivée seconde de f, c'est-à-dire la fonction dérivée de la fonction f'.

Partie A : Étude de la fonction f

1. Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Pour tout réel x, calculer $f'(x)$.
3. Montrer que pour tout réel x :

$$f''(x) = (x-2)\,\mathrm{e}^{-x}$$

4. Étudier la convexité de la fonction f.
5. Étudier les variations de la fonction f' sur $\mathbb{R}$, puis dresser son tableau de variations en y faisant apparaître la valeur exacte de l'extremum.
   Les limites de la fonction f' aux bornes de l'intervalle de définition ne sont pas attendues.
6. En déduire le signe de la fonction f' sur $\mathbb{R}$, puis justifier que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
7. Justifier qu'il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.
   Donner un encadrement de α, au centième près.
8. On considère la droite Δ d'équation $y = 2x - 1$.
   Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite Δ.

Partie B : Calcul d'aire

Soit n un entier naturel non nul. On considère l'aire du domaine D_n délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, la droite Δ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = n$. On note

$$I_n = \int_1^n x\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$$

1. À l'aide d'une intégration par parties, exprimer I_n en fonction de n.
2. **a.** Justifier que l'aire du domaine D_n est I_n.
   b. Calculer la limite de l'aire du domaine D_n quand n tend vers $+\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse puis justifier la réponse donnée. Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

$\left(\text{O} ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$ est un repère de l'espace.

On considère la droite D qui a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l c r}x & = & 3-\ \ t\\ y & = & -2+3t\\ z & = & 1+4t\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

et le plan P qui a pour équation cartésienne : $2x-3y+z-6=0$.

1. **Affirmation :** La droite D$'$, qui a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l}x=2+2t\\ y=4-6t\\ z=9-8t\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$, est parallèle à la droite D.
2. On admet que les points A$(-2 ; 3 ; 1)$, B$(1 ; 3 ; -4)$ et C$(6 ; 3 ; 9)$ ne sont pas alignés.
   Affirmation : La droite D est orthogonale au plan défini par les trois points A, B et C.
3. **Affirmation :** La droite D est sécante avec la droite Δ qui a pour représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{l c r}x & = & -4+2t'\\ y & = & 1-3t'\\ z & = & 2+\ \ t'\end{array}\right.\ t' \in \mathbb{R}$
4. **Affirmation :** Le point F$(-3 ; -3 ; 3)$ est le projeté orthogonal du point E$(-5 ; 0 ; 2)$ sur le plan P.
5. **Affirmation :** Il existe exactement une valeur du paramètre réel a telle que le plan P' d'équation $-3x+y-a^2z+3=0$ soit parallèle à la droite D.

Note du rédacteur « pour certaines questions, il est indispensable que le repère soit orthonormé. »

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, les réponses seront arrondies à 10^{-4} près.

Durant la saison hivernale, la circulation d'un virus a entraîné la contamination de 2 % de la population d'un pays. Dans ce pays, 90 % de la population a été vaccinée contre ce virus.
On constate que 62 % des personnes contaminées avaient été vaccinées.

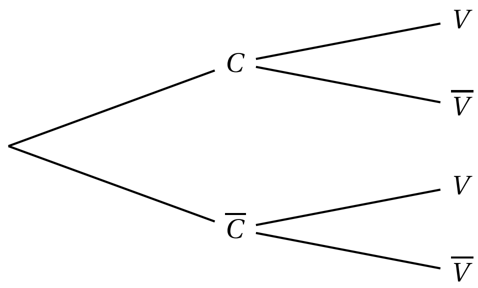
On interroge au hasard une personne, et on note les évènements suivants :

C : « la personne a été contaminée »

V : « la personne a été vaccinée ».

Les évènements contraires des évènements C et V sont notés respectivement $\overline{C}$ et $\overline{V}$.

1. À partir de l'énoncé, donner, sans calcul, les probabilités $P(C)$, $P(V)$ et la probabilité conditionnelle $P_C(V)$.
2. **a.** Calculer $P(C \cap V)$.
   b. En déduire $P\left(\overline{C} \cap V\right)$.
3. Recopier l'arbre des probabilités ci-dessous et le compléter.



4. Calculer $P_V(C)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse.
   a. « Parmi les personnes non contaminées, il y a dix fois plus de personnes vaccinées que de personnes non vaccinées. »
   b. « Plus de 98 % de la population vaccinée n'a pas été contaminée. »
6. On s'intéresse à un échantillon de 20 personnes choisies au hasard dans la population.
   La population du pays est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise.
   On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de personnes contaminées.
   On rappelle que, pour une personne choisie au hasard, la probabilité d'être contaminée est $p = 0{,}02$.
   a. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Justifier et donner ses paramètres.
   b. Calculer, en rappelant la formule, la probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes.

EXERCICE 4 **5 points**

L'objectif de cet exercice est d'étudier la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{l} u_0 = 0 \\ u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \dfrac{1}{4}u_n \end{array}\right.$$

Partie A : Conjecture

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Aucune justification n'est demandée.

n	0	1	2	3	4	5
u_n	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{2}$			

2. Conjecturer la limite de la suite (u_n).

Partie B : Étude d'une suite auxiliaire

Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

1. Calculer w_0.

2. Démontrer que la suite (w_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

3. Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.

4. Montrer que pour tout entier naturel n, on a :

$$u_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n$$

5. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\quad u_n = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Partie C : Étude de la suite (u_n)

1. Montrer que la suite (u_n) est décroissante à partir du rang $n = 1$.

2. En déduire que la suite (u_n) est convergente sans chercher à calculer la valeur de la limite.

3. On admet que la limite de la suite (u_n) est solution de l'équation : $\ell = \ell - \frac{1}{4}\ell$.
Déterminer la limite de la suite (u_n).

Baccalauréat Asie 11 juin 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\, \vec{\imath}\,,\, \vec{\jmath}\,,\, \vec{k}\right)$.
On considère :

— α un réel quelconque;

— les points A(1; 1; 0), B(2; 1; 0) et C(α ; 3 ; α);

— (d) la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{l} x = 1 + t \\ y = \quad 2t \\ z = \quad -t \end{array}\right. , \quad t \in \mathbb{R}$$

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée. Une réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.
Affirmation 1 : Pour toutes les valeurs de α, les points A, B et C définissent un plan et un vecteur normal à ce plan est $\vec{\jmath}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$.
Affirmation 2 : Il existe exactement une valeur de α telle que les droites (AC) et (d) soient parallèles.
Affirmation 3 : Une mesure de l'angle $\widehat{OAB}$ est 135°.
Affirmation 4 : Le projeté orthogonal du point A sur la droite (d) est le point H(1; 2; 2).
Affirmation 5 : La sphère de centre O et de rayon 1 rencontre la droite (d) en deux points distincts.
On rappelle que la sphère de centre Ω et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance r de Ω.

Exercice 2 — 5 points

Une entreprise qui fabrique des jouets doit effectuer des contrôles de conformité avant leur commercialisation. Dans cet exercice, on s'intéresse à deux tests effectués par l'entreprise de jouets : un test *de fabrication* et un test *de sécurité*.

À la suite d'un grand nombre de vérifications, l'entreprise affirme que :

- 95 % des jouets réussissent le test de fabrication;
- Parmi les jouets qui réussissent le test de fabrication, 98 % réussissent le test de sécurité;
- 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests.

On choisit au hasard un jouet parmi les jouets produits. On note :

- F l'évènement : « le jouet réussit le test de fabrication »;
- S l'évènement : « le jouet réussit le test de sécurité ».

Partie A

1. À partir des données de l'énoncé, donner les probabilités $P(F)$ et $P_F(S)$.
2. **a.** Construire un arbre pondéré qui illustre la situation avec les données disponibles dans l'énoncé.

   b. Montrer que $P_{\overline{F}}\left(\overline{S}\right) = 0,2$.
3. Calculer la probabilité que le jouet choisi réussisse les deux tests.
4. Montrer que la probabilité que le jouet réussisse le test de sécurité vaut 0,97 arrondi au centième.
5. Lorsque le jouet a réussi le test de sécurité, quelle est la probabilité qu'il réussisse le test de fabrication ? Donner une valeur approchée du résultat au centième.

Partie B

On prélève au hasard dans la production de l'entreprise un lot de n jouets, où n est un entier strictement positif. On suppose que ce prélèvement se fait sur une quantité suffisamment grande de jouets pour être assimilé à une succession de n tirages indépendants avec remise.
On rappelle que la probabilité qu'un jouet réussisse le test de fabrication est égale à 0,95.
Soit S_n la variable aléatoire qui compte le nombre de jouets ayant réussi le test de fabrication. On admet que S_n suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,95$.

1. Exprimer l'espérance et la variance de la variable aléatoire S_n en fonction de n.
2. Dans cette question, on pose $n = 150$.

   a. Déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(S_{150} = 145)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

   b. Déterminer la probabilité qu'au moins 94 % des jouets de ce lot réussissent le test de fabrication. Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.
3. Dans cette question, l'entier naturel non nul n n'est plus fixé.

   Soit F_n la variable aléatoire définie par : $F_n = \dfrac{S_n}{n}$. La variable aléatoire F_n représente la proportion des jouets qui réussissent le test de fabrication dans un lot de n jouets prélevés.

   On note $E(F_n)$ l'espérance et $V(F_n)$ la variance de la variable aléatoire F_n.

   a. Montrer que $E(F_n) = 0,95$ et que $V(F_n) = \dfrac{0,0475}{n}$.

   b. On s'intéresse à l'évènement I suivant : « la proportion de jouets qui réussissent le test de fabrication dans un lot de n jouets est strictement comprise entre 93 % et 97 % ».

   En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, déterminer une valeur n de la taille du lot de jouets à prélever, à partir de laquelle la probabilité de l'évènement I est supérieure ou égale à 0,96.

Exercice 3 — 5 points

Un patient doit prendre toutes les heures une dose de 2 ml d'un médicament.
On introduit la suite (u_n) telle que le terme u_n représente la quantité de médicament, exprimée en ml présente dans l'organisme immédiatement après n prises de médicament.
On a $u_1 = 2$ et

$$\text{pour tout entier naturel } n \text{ strictement positif : } u_{n+1} = 2 + 0,8u_n.$$

Partie A

En utilisant ce modèle, un médecin cherche à savoir à partir de combien de prises du médicament la quantité présente dans l'organisme du patient est strictement supérieure à 9 mL.

1. Calculer la valeur u_2.
2. Montrer par récurrence que :

$$u_n = 10 - 8 \times 0{,}8^{n-1} \text{ pour tout entier naturel } n \text{ strictement positif.}$$

3. Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ et et donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Soit N un entier naturel strictement positif, l'inéquation $u_N \geqslant 10$ admet-elle des solutions ?

   Interpréter le résultat de cette question dans le contexte de l'exercice.
5. Déterminer à partir de combien de prises de médicament la quantité de médicament présente dans l'organisme du patient est strictement supérieure à 9 mL. Justifier votre démarche.

Partie B

En utilisant la même modélisation, le médecin s'intéresse à la quantité moyenne de médicament présente dans l'organisme du malade au cours du temps.
On définit pour cela la suite (S_n) définie pour tout entier naturel n strictement positif par

$$S_n = \frac{u_1 + u_2 + \cdots + u_n}{n}.$$

On admet que la suite (S_n) est croissante.

1. Calculer S_2.
2. Montrer que pour tout entier naturel n strictement positif,

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 10n - 40 + 40 \times 0{,}8^n.$$

3. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.
4. On donne la fonction mystere suivante, écrite en langage Python :

```
def mystere(k) :
    n = 1
    s = 2
    while s < k :
        n = n + 1
        s = 10 - 40/n + (40*0.8**n)/n
    return n
```

   Dans le contexte de l'énoncé, que représente la valeur renvoyée par la saisie `mystere(9)` ?
5. Justifier que cette valeur est strictement supérieure à 10.

Exercice 4 — 5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

et on appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. On définit la fonction g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{x}}$.
   - **a.** Montrer que $g'(x) = f(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   - **b.** Pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que :

$$f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}-1\right)}{4x\sqrt{x}}.$$

2. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en 0.
   - **b.** Interpréter graphiquement ce résultat.
3. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   - **b.** Étudier le sens de variation de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$.
     Dresser le tableau de variations de la fonction f en y faisant figurer les limites aux bornes de l'intervalle de définition.
   - **c.** Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ et donner une valeur approchée à 10^{-1} près de cette solution.
4. On pose $I = \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   - **a.** Calculer I.
   - **b.** Interpréter graphiquement le résultat.
5. On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ et que :

$$f''(x) = \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\left(x-3\sqrt{x}+3\right)}{8x^2\sqrt{x}}.$$

   - **a.** En posant $X = \sqrt{x}$, montrer que $x-3\sqrt{x}+3 > 0$ pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   - **b.** Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

∽ Baccalauréat Asie 12 juin 2025 ∾

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 5 points

Toutes les probabilités, sauf indication contraire, seront arrondies à 10^{-3} dans cet exercice.

« Le virus du chikungunya, transmis à l'homme par la piqûre du moustique tigre provoque chez les patients des douleurs articulaires aiguës qui peuvent être persistantes. En 2005, une importante épidémie de chikungunya a touché les îles de l'Océan Indien et notamment l'île de La Réunion, avec plusieurs centaines de milliers de cas déclarés. En 2007, la maladie a fait son apparition en Europe, puis fin 2013, aux Antilles et a atteint le continent américain en 2014 ».

(https://www.pasteur.fr/fr/centre-medical/fiches-maladies/chikungunya)

Un test a été mis au point pour le dépistage de ce virus.

Le laboratoire fabriquant ce test fournit les caractéristiques suivantes :

— la probabilité qu'un individu atteint par le virus ait un test positif est de 0,999 ;

— la probabilité qu'un individu non atteint par le virus ait un test positif est de 0,005.

On procède à un test de dépistage systématique dans une population cible.

Un individu est choisi au hasard dans cette population. On appelle :

— M l'évènement : « l'individu choisi est atteint du chikungunya ».

— T l'évènement : « le test de l'individu choisi est positif ».

On considère que le test est *fiable* lorsque la probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est supérieure à 0,95.

Partie A : Étude d'un exemple

1. Donner les probabilités $P_M(T)$ et $P_{\overline{M}}(T)$.

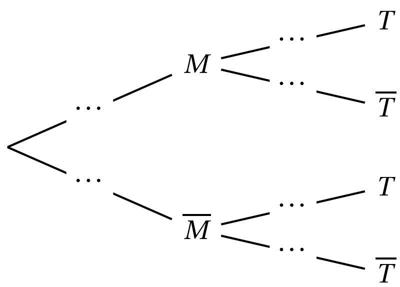
« En mars 2005, l'épidémie s'est propagée rapidement dans l'ile de La Réunion, avec une flambée importante entre fin avril et début juin puis une persistance de la transmission virale durant l'hiver austral. Au total, 270 000 personnes ont été infectées pour une population totale de 750 000 individus ».

(https://www.pasteur.fr/fr/centre-medical/fiches-maladies/chikungunya)

Fin 2005, le laboratoire a effectué un test de dépistage massif de la population de l'île de La Réunion.

Dans cette partie, la population cible est donc la population de l'ile de La Réunion.

2. Donner la valeur exacte de $P(M)$.
3. Recopier et compléter l'arbre pondéré donné ci-dessous.



4. Calculer la probabilité qu'un individu soit atteint par le virus et ait un test positif.
5. Calculer la probabilité qu'un individu ait un test positif.
6. Calculer la probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus.
7. Peut-on estimer que ce test est fiable ? Argumenter.

Partie B : Dépistage sur une population cible

Dans cette partie, on note p la proportion de personnes atteintes par le virus du chikungunya dans une population cible.
On cherche ici à tester la fiabilité du test de ce laboratoire en fonction de p.

1. Recopier, en l'adaptant, l'arbre pondéré de la question A3 en tenant compte des nouvelles données.
2. Exprimer la probabilité $P(T)$ en fonction de p.
3. Montrer que $P_T(M) = \dfrac{999p}{994p+5}$.
4. Pour quelles valeurs de p peut-on considérer que ce test est fiable ?

Partie C : Étude sur un échantillon

Pendant l'épidémie, on admet que la probabilité d'être atteint du chikungunya sur l'ile de La Réunion est de 0,36.
On considère un échantillon de n individus choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage au sort avec remise. On désigne par X la variable aléatoire dénombrant le nombre d'individus infectés dans cet échantillon parmi les n tirés au sort.
On admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,36$.
Déterminer à partir de combien d'individus n la probabilité de l'évènement « au moins un des n habitants de cet échantillon est atteint par le virus » est supérieure à 0,99. Expliquer la démarche.

EXERCICE 2 — 5 points

Partie A

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 30$ et, pour tout entier naturel $n, u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 10$.
Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20$.

1. Calculer les valeurs exactes de u_1 et u_2.
2. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.
3. Exprimer v_n en fonction de n pour tout n entier naturel.
4. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 20 + 10\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.
5. Déterminer la limite de la suite (u_n). Justifier la réponse.

Partie B

Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} w_0 = 45 \\ w_{n+1} = \dfrac{1}{2}w_n + \dfrac{1}{2}u_n + 7 \end{cases}$$

1. Montrer que $w_1 = 44,5$.

On souhaite écrire une fonction suite, en langage Python, qui renvoie la valeur du terme w_n pour une valeur de n donnée. On donne ci-dessous une proposition pour cette fonction suite.

```
def suite(n) :
    U=30
    W=45
    for i in range (1,n+1) :
        U=U/2+10
        W=W/2+U/2+7
    return W
```

2. L'exécution de suite(1) ne renvoie pas le terme w_1. Comment modifier la fonction suite afin que l'exécution de suite(n) renvoie la valeur du terme w_n ?

3. **a.** Montrer, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a :

$$w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

b. On admet que pour tout entier naturel $n \geqslant 4$, on a : $0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$.

Que peut-on en déduire quant à la convergence de la suite (w_n) ?

Exercice 3 — 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- les points $\mathrm{C}(3 ; 0 ; 0)$, $\mathrm{D}(0 ; 2 ; 0)$, $\mathrm{H}(-6 ; 2 ; 2)$ et $\mathrm{J}\left(\frac{-54}{13} ; \frac{62}{13} ; 0\right)$;
- le plan P d'équation cartésienne $2x+3y+6z-6=0$;
- le plan P' d'équation cartésienne $x-2y+3z-3=0$;
- la droite (d) dont une représentation paramétrique est : $\left\{\begin{array}{l} x=-8+\frac{1}{3}t \\ y=-1+\frac{1}{2}t \\ z=-4+t \end{array}\right. , \quad t \in \mathbb{R}$

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée. Une réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1 : La droite (d) est orthogonale au plan P et coupe ce plan en H.

Affirmation 2 : La mesure en degré de l'angle $\widehat{\mathrm{DCH}}$, arrondie à 10^{-1}, est 17,3°.

Affirmation 3 : Les plans P et P' sont sécants et leur intersection est la droite Δ dont une représentation paramétrique est : $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 3-3t \\ y &=& 0 \\ z &=& t \end{array}\right. , \quad t \in \mathbb{R}$.

Affirmation 4 : Le point J est le projeté orthogonal du point H sur la droite (CD).

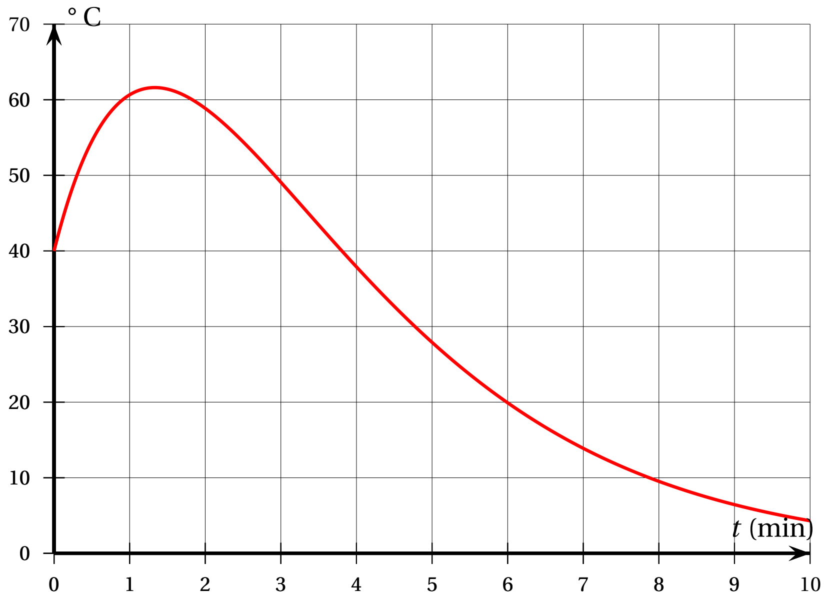
Exercice 4 — 5 points

Dans un laboratoire, on étudie une réaction chimique dans un réacteur fermé, sous certaines conditions. Le traitement numérique des données expérimentales a permis de modéliser l'évolution de la température de cette réaction chimique en fonction du temps.
L'objectif de cet exercice est d'étudier cette modélisation.
La température est exprimée en degré Celsius et le temps est exprimé en minute.
Dans tout l'exercice, on se place sur l'intervalle de temps [0 ; 10].
Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Dans un repère orthogonal du plan, on donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction température en fonction du temps sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$.

1. Déterminer, par lecture graphique, au bout de combien de temps la température redescend à sa valeur initiale à l'instant $t = 0$.



On appelle f la fonction température représentée par la courbe ci-dessus.
On précise que la fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$.
On admet que la fonction f peut s'écrire sous la forme $f(t) = (at+b)\,\mathrm{e}^{-0,5t}$ où a et b sont deux constantes réelles.

2. On admet que la valeur exacte de $f(0)$ est 40. En déduire la valeur de b.
3. On admet que f vérifie l'équation différentielle (E) : $y' + 0,5y = 60\,\mathrm{e}^{-0,5t}$. Déterminer la valeur de a.

Partie B : Étude de la fonction f

On admet que la fonction f est définie pour tout réel t de l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ par

$$f(t) = (60t+40)\,\mathrm{e}^{-0,5t}$$

1. Montrer que pour tout réel t de l'intervalle $[0;10]$, on a : $f'(t) = (40-30t)\,\mathrm{e}^{-0,5t}$.
2. **a.** Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 0]$.
   Dresser le tableau de variations de la fonction f en y faisant figurer les images des valeurs présentes dans le tableau.

   b. Montrer que l'équation $f(t) = 40$ admet une unique solution α strictement positive sur l'intervalle $]0\ ;\ 10]$.

   c. Donner une valeur approchée de α au dixième près et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
3. On définit la température moyenne, exprimée en degré Celsius, de cette réaction chimique entre deux temps t_1 et t_2, exprimés en minute, par

$$\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

a. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que

$$\int_0^4 f(t)\,\mathrm{dt} = 320 - \frac{800}{\mathrm{e}^2}$$

b. En déduire une valeur approchée, au degré Celsius près, de la température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes.moyenne

Baccalauréat Centres étrangers 12 juin 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 6 points

Cet exercice est constitué de trois parties indépendantes

Un magasin est équipé de caisses automatiques en libre-service où le client scanne lui-même ses articles. Le logiciel d'une caisse déclenche régulièrement des demandes de vérification. Un employé du magasin effectue alors un contrôle.

Partie A

Le contrôle peut être

- soit « total » : l'employé du magasin scanne alors à nouveau l'ensemble des articles du client;
- soit « partiel » : l'employé choisit alors un ou plusieurs articles du client pour vérifier qu'ils ont bien été scannés.

Si un contrôle est déclenché, il s'agit une fois sur dix d'un contrôle total.
Lorsqu'un contrôle total est déclenché, une erreur du client est détectée dans 30 % des cas.
Lorsqu'un contrôle partiel est effectué, dans 85 % des cas, il n'y a pas d'erreur.

Un contrôle est déclenché à une caisse automatique.
On considère les évènements suivants :

- T : « Le contrôle est un contrôle total »;
- E : « Une erreur est détectée lors du contrôle ».

On notera $\overline{T}$ et $\overline{E}$ les évènements contraires de T et E.

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation puis déterminer $P\left(\overline{T} \cap E\right)$.
2. Calculer la probabilité qu'une erreur soit détectée lors d'un contrôle.
3. Déterminer la probabilité qu'un contrôle total ait été effectué, sachant qu'une erreur a été détectée. *On donnera la valeur arrondie au centième.*

Partie B

Sur une journée donnée, une caisse automatique déclenche 15 contrôles. La probabilité qu'un contrôle mette en évidence une erreur est $p = 0,165$. La détection d'une erreur lors d'un contrôle est indépendante des autres contrôles.
On note X la variable aléatoire égale au nombre d'erreurs détectées lors des contrôles de cette journée.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactement 5 erreurs soient détectées. *On donnera la valeur arrondie au centième.*

3. Déterminer la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée. *On donnera la valeur arrondie au centième.*
4. On souhaite modifier le nombre de contrôles déclenchés par la caisse de manière à ce que la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée chaque jour soit supérieure à 99 %.

   Déterminer le nombre de contrôles que doit déclencher la caisse chaque jour pour que cette contrainte soit respectée.

Partie C

Le magasin comporte trois caisses automatiques identiques qui, lors d'une journée, ont chacune déclenché 20 contrôles. On note X_1, X_2 et X_3 les variables aléatoires associant à chacune des caisses le nombre d'erreurs détectées lors de cette journée.
On admet que les variables aléatoires X_1, X_2 et X_3 sont indépendantes entre elles et suivent chacune une loi binomiale $\mathscr{B}(20\ ;\ 0{,}165)$.

1. Déterminer les valeurs exactes de l'espérance et de la variance de la variable aléatoire X_1.
2. On définit la variable aléatoire S par $S = X_1 + X_2 + X_3$.

   Justifier que $E(S) = 9{,}9$ et que $V(S) = 8{,}2665$.

   Pour cette question, on utilisera 10 comme valeur de $E(S)$.

   À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, montrer que la probabilité que le nombre total d'erreurs sur la journée soit strictement compris entre 6 et 14 est supérieure à 0,48.

Exercice 2 — Q. C. M. 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les quatre questions sont indépendantes.
Pour chaque question, une seule réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.
Dans tout l'exercice, on considère que l'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\ ;\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath},\ \overrightarrow{k}\right)$.
On considère :

- les points $\text{A}(-3\ ;\ 1\ ;\ 4)$ et $\text{B}(1\ ;\ 5\ ;\ 2)$
- le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $4x + 4y - 2z + 3 = 0$
- la droite (d) dont une représentation paramétrique est $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -6+3t\\ y &=& 1\\ z &=& 9-5t\end{array}\right.$, où $t \in \mathbb{R}$.

1. Les droites (AB) et (d) sont :

   a. sécantes non perpendiculaires. **c.** non coplanaires.

   b. perpendiculaires. **d.** parallèles.

2. La droite (AB) est :

   a. incluse dans le plan $\mathscr{P}$.
   b. strictement parallèle au plan $\mathscr{P}$.
   c. sécante et non orthogonale au plan $\mathscr{P}$.
   d. orthogonale au plan $\mathscr{P}$.

3. On considère le plan P' d'équation cartésienne $2x + y + 6z + 5 = 0$.
   Les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont :

   a. sécants et non perpendiculaires. **c.** confondus.
   b. perpendiculaires. **d.** strictement parallèles.

4. On considère le point C$(0\ ;\ 1\ ;\ -1)$. La valeur de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ arrondie au degré est :

   a. 90° **b.** 51° **c.** 39° **d.** 0°

Exercice 3 6 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 4\ln(x+1) - \frac{x^2}{25}$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en -1.
2. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{100 - 2x - 2x^2}{25(x+1)}$$

3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ puis en déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[2\,;\,6{,}5]$.
4. On considère h la fonction définie sur l'intervalle $[2\,;\,6{,}5]$ par $h(x) = f(x) - x$.
   On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction h :

x	2	$m \approx 2{,}364$	6,5
$h(x)$	$h(2)$	$M \approx 2{,}265$	$h(6{,}5)$

   Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [2\ ;\ 6{,}5]$.

5. On considère le script suivant, écrit en langage Python :

```
from math import *

def f(x) :
    return 4*log(1+x)-(x**2)/25

def bornes(n) :
    p = 1/10**n
    x = 6
    while f(x)-x > 0 :
        x = x + p
    return (x-p, x)
```

On rappelle qu'en langage Python :

- la commande log(x) renvoie la valeur $\ln x$;
- la commande c$**$d renvoie la valeur de c^d.

a. Donner les valeurs renvoyées par la commande bornes(2).
On donnera les valeurs arrondies au centième.

b. Interpréter ces valeurs dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$, et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$

1. Montrer par récurrence que pour tout n entier naturel,

$$2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} < 6,5.$$

2. En déduire que la suite (u_n) converge vers une limite ℓ.
3. On rappelle que le réel α, défini dans la partie A, est la solution de l'équation $h(x) = 0$ sur l'intervalle $[2 ; 6,5]$.
   Justifier que $\ell = \alpha$.

Exercice 4 — 4 points

Partie A

On considère l'équation différentielle

$$(E_1) : \quad y' + 0,48y = \frac{1}{250},$$

où y est une fonction de la variable t appartenant à l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

1. On considère la fonction constante h définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $h(t) = \dfrac{1}{120}$.
   Montrer que la fonction h est solution de l'équation différentielle (E_1).
2. Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle $y' + 0,48y = 0$.
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E_1).

Partie B

On s'intéresse à présent à l'évolution d'une population de bactéries dans un milieu de culture.
À un instant $t = 0$, on introduit une population initiale de 30 000 bactéries dans le milieu.
On note $p(t)$ la quantité de bactéries, exprimée en millier d'individus, présente dans le milieu après un temps t, exprimé en heure.
On a donc $p(0) = 30$.
On admet que la fonction p définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ est dérivable, strictement positive sur cet intervalle et qu'elle est solution de l'équation différentielle (E_2) :

$$p' = \frac{1}{250} p \times (120 - p)$$

Soit y la fonction strictement positive sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ telle que, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, on a $p(t) = \dfrac{1}{y(t)}$.

1. Montrer que si p est solution de l'équation différentielle (E_2), alors y est solution de l'équation différentielle (E_1) : $\quad y' + 0{,}48y = \dfrac{1}{250}$.
2. On admet réciproquement que, si y est une solution strictement positive de l'équation différentielle (E_1), alors $p = \dfrac{1}{y}$ est solution de l'équation différentielle (E_2).
   Montrer que, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, on a :
   $$p(t) = \frac{120}{1 + K\,\mathrm{e}^{-0{,}48t}} \text{ avec } K \text{ une constante réelle.}$$
3. En utilisant la condition initiale, déterminer la valeur de K.
4. Déterminer $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} p(t)$. En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
5. Déterminer le temps nécessaire pour que la population de bactéries dépasse 60 000 individus.
   On donnera le résultat sous la forme d'une valeur arrondie exprimée en heures et minutes.

∽ Baccalauréat Centres étrangers 13 juin 2025 ∾

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 6 points

On se propose de comparer l'évolution d'une population animale dans deux milieux distincts A et B.
Au 1er janvier 2025, on introduit 6 000 individus dans chacun des milieux A et B.

Partie A

Dans cette partie, on étudie l'évolution de la population dans le milieu A.
On suppose que dans ce milieu, l'évolution de la population est modélisée par une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 6$ et de raison 0,93.
Pour tout entier naturel n, u_n représente la population au 1er janvier de l'année $2025 + n$, exprimée en millier d'individus.

1. Donner, selon ce modèle, la population au 1er janvier 2026.
2. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n).
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Dans cette partie, on étudie l'évolution de la population dans le milieu B.
On suppose que dans ce milieu, l'évolution de la population est modélisée par la suite (v_n) définie par

$$v_0 = 6 \text{ et pour tout entier naturel } n,\ v_{n+1} = -0{,}05v_n^2 + 1{,}1v_n.$$

Pour tout entier naturel n, v_n représente la population au 1er janvier de l'année $2025 + n$, exprimée en millier d'individus.

1. Donner, selon ce modèle, la population au 1er janvier 2026.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = -0{,}05x^2 + 1{,}1x.$$

2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0; 11]$.
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a

$$2 \leqslant v_{n+1} \leqslant v_n \leqslant 6.$$

4. En déduire que la suite (v_n) est convergente vers une limite ℓ.
5. **a.** Justifier que la limite ℓ vérifie $f(\ell) = \ell$ puis en déduire la valeur de ℓ.
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Cette partie a pour but de comparer l'évolution de la population dans les deux milieux.

1. En résolvant une inéquation, déterminer l'année à partir de laquelle la population du milieu A sera strictement inférieure à 3 000 individus.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle la population du milieu B sera strictement inférieure à 3 000 individus.
3. Justifier qu'à partir d'une certaine année, la population du milieu B dépassera la population du milieu A.
4. On considère le programme Python ci-contre.
   a. Recopier et compléter ce programme afin qu'après exécution, il affiche l'année à partir de laquelle la population du milieu B est strictement supérieure à la population du milieu A.
   b. Déterminer l'année affichée après exécution du programme.

```
n=0
u = 6
v = 6
while ... :
    u = ...
    v= ...
    n = n+1
print (2025 + n)
```

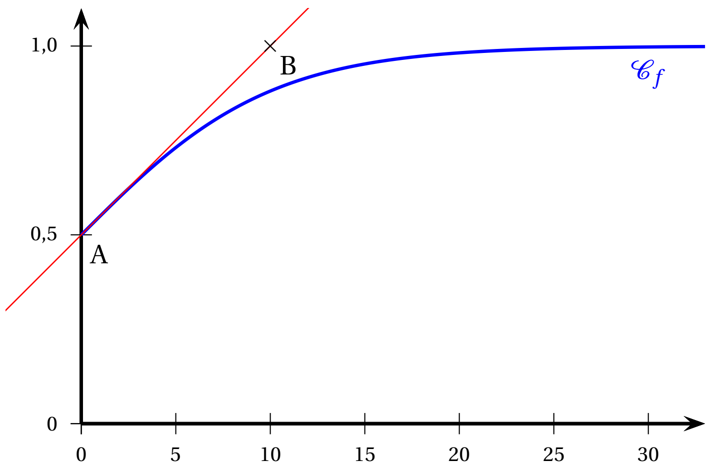
Exercice 2 — 6 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{a + \mathrm{e}^{-bx}}$$

où a et b sont deux constantes réelles strictement positives.
On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
La fonction f admet pour représentation graphique la courbe $\mathcal{C}_f$ ci-dessous :



On considère les points A(0; 0,5) et B(10; 1).
On admet que la droite (AB) est tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A.

1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée de $f(10)$.
2. On admet que $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} f(t) = 1$.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Justifier que $a = 1$.
4. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
5. **a.** Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de x et de la constante b.
   b. En déduire la valeur de b.

Partie B

On admet, dans la suite de l'exercice, que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{-0,2x}}$$

1. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3. Montrer qu'il existe un unique réel α positif tel que $f(\alpha) = 0,97$.
4. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement du réel a par deux nombres entiers consécutifs.

   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Partie C

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{0,2x}}{1 + \mathrm{e}^{0,2x}}$.
2. En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0;\ 40]$, c'est-à-dire :

$$I = \frac{1}{40}\int_0^{40} \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{-0,2t}}\,\mathrm{d}t.$$

   On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au millième.

Exercice 3 — 4 points

Le codage « base64 », utilisé en informatique, permet de représenter et de transmettre des messages et d'autres données telles que des images, en utilisant 64 caractères : les 26 lettres majuscules, les 26 lettres minuscules, les chiffres de 0 à 9 et deux autres caractères spéciaux.
Les parties A, B *et* C *sont indépendantes.*

Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse aux séquences de 4 caractères en base64. Par exemple, « gP3g » est une telle séquence. Dans une séquence, l'ordre est à prendre en compte : les séquences « m5C2 » et « 5C2m » ne sont pas identiques.

1. Déterminer le nombre de séquences possibles.
2. Déterminer le nombre de séquences si l'on impose que les 4 caractères sont différents deux à deux.
3. **a.** Déterminer le nombre de séquences ne comportant pas de lettre A majuscule

   b. En déduire le nombre de séquences comportant au moins une lettre A majuscule.

   c. Déterminer le nombre de séquences comportant exactement une fois la lettre A majuscule.

   d. Déterminer le nombre de séquences comportant exactement deux fois la lettre A majuscule.

Partie B

On s'intéresse à la transmission d'une séquence de 250 caractères d'un ordinateur à un autre. On suppose que la probabilité qu'un caractère soit mal transmis est égale à 0,01 et que les transmissions des différents caractères sont indépendantes entre elles. On note X la variable aléatoire égale au nombre de caractères mal transmis.

1. On admet que la variable aléatoire X suit la loi binomiale. Donner ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité que tous les caractères soient bien transmis. *On donnera l'expression exacte, puis une valeur approchée à* 10^{-3} *près.*
3. Que pensez-vous de l'affirmation suivante : « La probabilité que plus de 16 caractères soient mal transmis est négligeable » ?

Partie C

On s'intéresse maintenant à la transmission de 4 séquences de 250 caractères.
On note X_1, X_2, X_3 et X_4 les variables aléatoires correspondant aux nombres de caractères mal transmis lors de la transmission de chacune des 4 séquences.
On admet que les variables aléatoires X_1, X_2, X_3 et X_4 sont indépendantes entre elles et suivent la même loi que la variable aléatoire X définie en partie B.
On note $S = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$.
Déterminer, en justifiant, l'espérance et la variance de la variable aléatoire S.

Exercice 4 — 4 points

On se place dans un repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath},~\vec{k}\right)$ de l'espace.
On considère les points A(1 ; 0 ; 3), B(−2 ; 1 ; 2) et C(0 ; 3 ; 2).

1. **a.** Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

   b. Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}-1\\1\\4\end{pmatrix}$ Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal au plan (ABC).

   c. En déduire que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne $-x+y+4z-11=0$.

On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $3x-3y+2z-9=0$ et le plan $\mathscr{P}'$ d'équation cartésienne $x-y-z+2=0$.

2. **a.** Démontrer que les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont sécants. On note (d) leur droite d'intersection.

   b. Déterminer si les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont perpendiculaires.
3. Montrer que la droite (d) est dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.
4. Montrer que le point M(2 ; 1 ; 3) appartient aux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$. En déduire une représentation paramétrique de la droite (d).
5. Montrer que la droite (d) est aussi incluse dans le plan (ABC).
   Que peut-on dire des trois plans (ABC), $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$?

Baccalauréat Métropole 17 juin 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 **5 points**

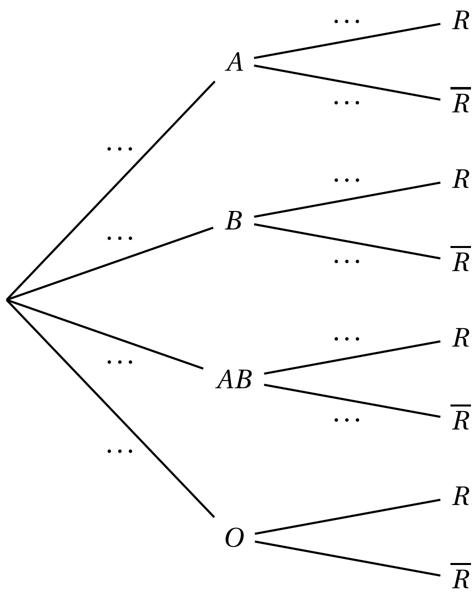
On compte quatre groupes sanguins dans l'espèce humaine : A, B, AB et O.
Chaque groupe sanguin peut présenter un facteur rhésus. Lorsqu'il est présent, on dit que le rhésus est positif, sinon on dit qu'il est négatif.
Au sein de la population française, on sait que :

- 45 % des individus appartiennent au groupe A, et parmi eux 85 % sont de rhésus positif ;
- 10 % des individus appartiennent au groupe B, et parmi eux 84 % sont de rhésus positif ;
- 3 % des individus appartiennent au groupe AB, et parmi eux 82 % sont de rhésus positif.

On choisit au hasard une personne dans la population française.
On désigne par :

- A l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin A » ;
- B l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin B » ;
- AB l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin AB » ;
- O l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin O » ;
- R l'évènement « La personne choisie a un facteur rhésus positif ».

Pour un évènement quelconque E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E et $p(E)$ la probabilité de E.



1. Recopier l'arbre ci-contre en complétant les dix pointillés.
2. Montrer que $p(B \cap R) = 0{,}084$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. On précise que $p(R) = 0{,}8397$.
   Montrer que $p_O(R) = 0{,}83$.
4. On dit qu'un individu est « donneur universel » lorsque son sang peut être transfusé à toute personne sans risque d'incompatibilité.
   Le groupe O de rhésus négatif est le seul vérifiant cette caractéristique.
   Montrer que la probabilité qu'un individu choisi au hasard dans la population française soit donneur universel est de 0,071 4.
5. Lors d'une collecte de sang, on choisit un échantillon de 100 personnes dans la population d'une ville française. Cette population est suffisamment grande pour assimiler ce choix à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui à chaque échantillon de 100 personnes associe le nombre de donneurs universels dans cet échantillon.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Déterminer à 10^{-3} près la probabilité qu'il y ait au plus 7 donneurs universels dans cet échantillon.

c. Montrer que l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X est égale à 7,14 et que sa variance $V(X)$ est égale à 6,63 à 10^{-2} près.

6. Lors de la semaine nationale du don du sang, une collecte de sang est organisée dans N villes françaises choisies au hasard numérotées 1, 2, 3, ... , N où N est un entier naturel non nul.

On considère la variable aléatoire X_1 qui à chaque échantillon de 100 personnes de la ville 1 associe le nombre de donneurs universels dans cet échantillon.

On définit de la même manière les variables aléatoires X_2 pour la ville 2, ... , X_N pour la ville N.

On suppose que ces variables aléatoires sont indépendantes et qu'elles admettent la même espérance égale à 7,14 et la même variance égale à 6,63.

On considère la variable aléatoire $M_N = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_N}{N}$.

a. Que représente la variable aléatoire M_N dans le contexte de l'exercice ?

b. Calculer l'espérance $E(M_N)$.

c. On désigne par $V(M_N)$ la variance de la variable aléatoire M_N.

Montrer que $V(M_N) = \dfrac{6,63}{N}$.

d. Déterminer la plus petite valeur de N pour laquelle l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev permet d'affirmer que :

$$P(7 < M_N < 7,28) \geqslant 0,95.$$

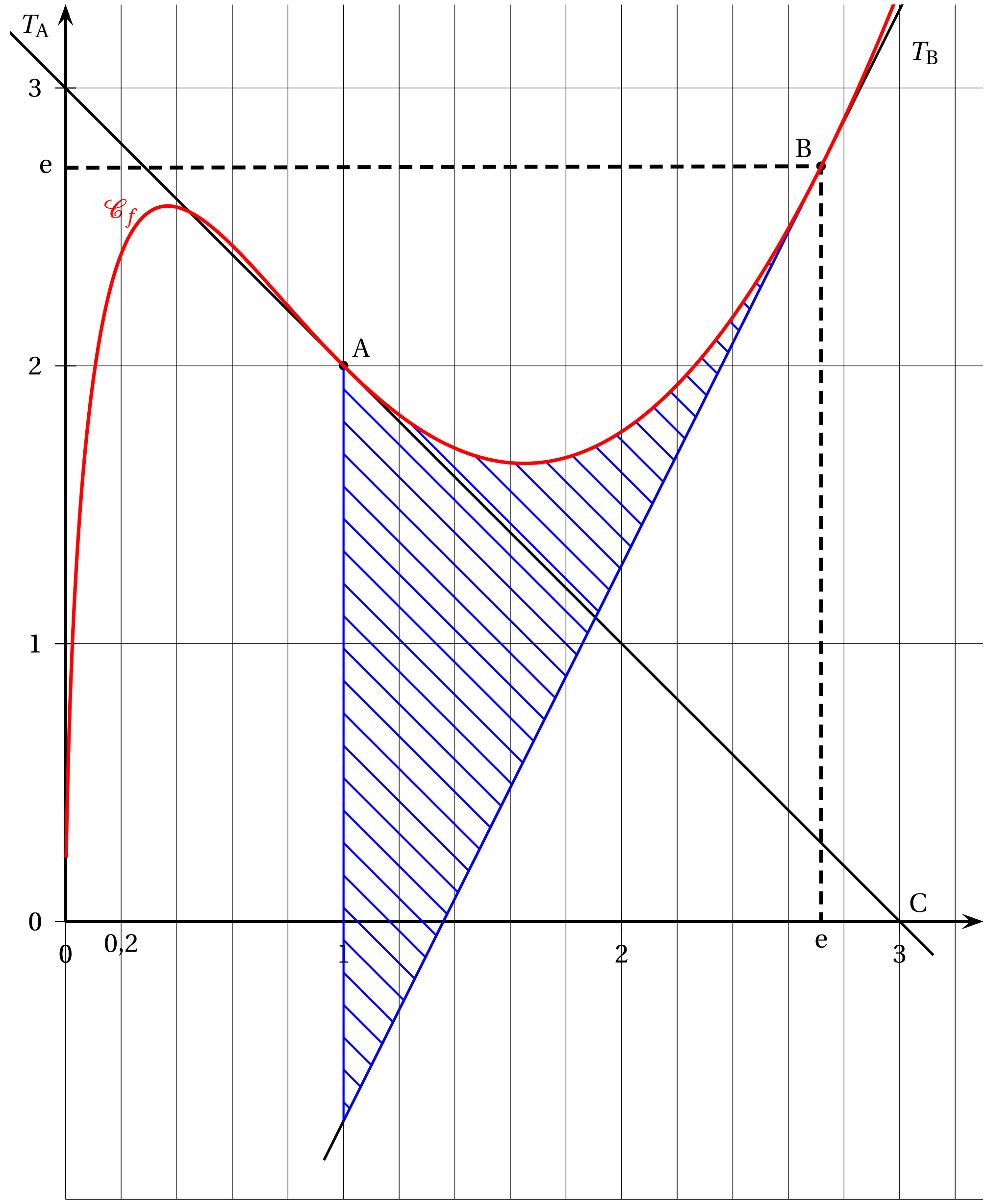
EXERCICE 2 **6 points**

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. On admet qu'elle est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. On note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.

Dans un repère orthogonal, on a tracé ci-dessous :

- la courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $]0 ; 3]$;
- la droite T_{A},tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A(1 ; 2) ;
- la droite T_{B} tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B(e ; e).

On précise par ailleurs que la tangente T_{A} passe par le point C(3 ; 0).



Partie A : Lectures graphiques

On répondra aux questions suivantes en les justifiant à l'aide du graphique.

1. Déterminer le nombre dérivé $f'(1)$.
2. Combien de solutions l'équation $f'(x) = 0$ admet-elle dans l'intervalle $]0\,;\,3]$?
3. Quel est le signe de $f''(0{,}2)$?

Partie B : étude de la fonction f

On admet dans cette partie que la fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x[2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2]$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2X^2 - 3X + 2 = 0$.
   En déduire que $\mathscr{C}_f$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
2. Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$.
   On admettra que la limite de f en 0 est égale à 0.
3. On admet que pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, $f'(x) = 2(\ln x)^2 + \ln x - 1$.
   a. Montrer que pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, $f''(x) = \dfrac{1}{x}(4\ln x + 1)$.
   b. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ et préciser la valeur exacte de l'abscisse du point d'inflexion.
   c. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de la tangente T_{B} sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$.

Partie C : Calcul d'aire

1. Justifier que la tangente T_{B} a pour équation réduite $y = 2x - \text{e}$.
2. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que

$$\int_1^{\text{e}} x\ln x\,\text{d}x = \frac{\text{e}^2 + 1}{4}.$$

3. On note $\mathscr{A}$ l'aire du domaine hachuré sur la figure, délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, la tangente T_{B}, et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \text{e}$.
   On admet que $\displaystyle\int_1^{\text{e}} x(\ln x)^2\,\text{d}x = \frac{\text{e}^2 - 1}{4}$.
   En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$ en unité d'aire.

EXERCICE 3 **4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

1. On considère les points A$(-1\ ;\ 0\ ;\ 5)$ et B$(3\ ;\ 2\ ;\ -1)$.
   Affirmation 1 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3 - 2t \\ y &=& 2 - t \\ z &=& -1 + 3t \end{array}\right. \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

   Affirmation 2 : Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (OAB).

2. On considère :
   - la droite d de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 15 + k \\ y &=& 8 - k \\ z &=& -6 + 2k \end{array}\right.$ avec $k \in \mathbb{R}$;
   - la droite d' de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1 + 4s \\ y &=& 2 + 4s \\ z &=& 1 - 6s \end{array}\right.$ avec $s \in \mathbb{R}$.

   Affirmation 3 : Les droites d et d' ne sont pas coplanaires.

3. On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x - y + z + 1 = 0$.
   Affirmation 4 : La distance du point C(2 ; −1 ; 2) au plan $\mathscr{P}$ est égale à $2\sqrt{3}$.

EXERCICE 4 **5 points**

Une équipe de biologistes étudie l'évolution de la superficie recouverte par une algue marine appelée posidonie, sur le fond de la baie de l'Alycastre, près de l'île de Porquerolles.
La zone étudiée est d'une superficie totale de 20 hectares (ha), et au premier juillet 2024, la posidonie recouvrait 1 ha de cette zone.

Partie A : étude d'un modèle discret

Pour tout entier naturel n, on note u_n la superficie de la zone, en hectare, recouverte par la posidonie au premier juillet de l'année $2024 + n$. Ainsi, $u_0 = 1$.

Une étude conduite sur cette superficie a permis d'établir que pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = -0{,}02u_n^2 + 1{,}3u_n.$$

1. Calculer la superficie que devrait recouvrir la posidonie au premier juillet 2025 d'après ce modèle.
2. On note h la fonction définie sur $[0\,;20]$ par

$$h(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}3x.$$

   On admet que h est croissante sur $[0\,;20]$.
   a. Démontrer que pour tout entier naturel n, $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 20$.
   b. En déduire que la suite (u_n) converge. On note L sa limite.
   c. Justifier que $L = 15$.
3. Les biologistes souhaitent savoir au bout de combien de temps la surface recouverte par la posidonie dépassera les 14 hectares.
   a. Sans aucun calcul, justifier que, d'après ce modèle, cela se produira.
   b. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'en fin d'exécution, il affiche la réponse à la question des biologistes.

```
def seuil():
  n=0
  u= 1
  while ...... :
    n=......
    u=......
  return n
```

Partie B : étude d'un modèle continu

On souhaite décrire la superficie de la zone étudiée recouverte par la posidonie au cours du temps avec un modèle continu.
Dans ce modèle, pour une durée t, en année, écoulée à partir du premier juillet 2024, la superficie de la zone étudiée recouverte par la posidonie est donnée par $f(t)$, où f est une fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ vérifiant :

- $f(0) = 1$;
- f ne s'annule pas sur $[0\,;\,+\infty[$;
- f est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$;

- f est solution sur $[0\ ;\ +\infty[$ de l'équation différentielle

$$(E_1) : \quad y' = 0{,}02y(15 - y).$$

On admet qu'une telle fonction f existe ; le but de cette partie est d'en déterminer une expression.
On note f' la fonction dérivée de f.

1. Soit g la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$.
Montrer que g est solution de l'équation différentielle

$$(E_2) : \quad y' = -0{,}3y + 0{,}02.$$

2. Donner les solutions de l'équation différentielle (E_2).
3. En déduire que pour tout $t \in [0\ ;\ +\infty[$:

$$f(t) = \frac{15}{14\,\mathrm{e}^{-0{,}3t} + 1}.$$

4. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
5. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $f(t) > 14$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Baccalauréat Polynésie 17 juin 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée

Exercice 1 **5 points**

Une équipe américaine a cartographié pour la première fois les allergies alimentaires chez l'enfant aux États-Unis en 2020. L'étude, publiée dans la revue *Clinical Pediatries*, révèle une différence nette entre les zones rurales et les zones urbaines.

On sait qu'en 2020, 17 % de la population des États-Unis habite en zone rurale et 83 % en zone urbaine.

L'étude menée montre que parmi les enfants des États-Unis vivant en zone rurale, il y en a 6,2 % qui sont atteints d'allergie alimentaire.
L'étude révèle aussi que 9 % des enfants des États-Unis sont atteints d'allergie alimentaire.

Pour un évènement E quelconque, on note $P(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ son évènement contraire.
Sauf mention contraire, les probabilités seront données sous forme exacte.

Partie A

On interroge au hasard un enfant dans la population des États-Unis et on note :

- R L'évènement : « l'enfant interrogé habite en zone rurale » ;
- A L'évènement : « l'enfant interrogé est atteint d'allergie alimentaire ».

1. Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité. Cet arbre pourra être complété par la suite.
2. **a.** Calculer la probabilité que l'enfant interrogé habite en zone rurale et soit atteint d'allergie alimentaire.
   b. En déduire la probabilité que l'enfant interrogé habite en zone urbaine et soit atteint d'allergie alimentaire.
   c. L'enfant interrogé habite en zone urbaine. Quelle est la probabilité qu'il soit atteint d'allergie alimentaire ? Arrondir le résultat à 10^{-4}.

Partie B

On réalise une étude en interrogeant au hasard 100 enfants des États-Unis.
On admet que ce choix se ramène à des tirages successifs indépendants avec remise.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre d'enfants atteints d'allergie alimentaire dans l'échantillon considéré.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 10 enfants parmi les 100 interrogés soient atteints d'allergie alimentaire ? Arrondir le résultat à 10^{-4}.

Partie C

On s'intéresse à un échantillon de 20 enfants atteints d'allergie alimentaire choisis au hasard.

L'âge d'apparition des premiers symptômes allergiques de ces 20 enfants est modélisé par les variables aléatoires $A_1, A_2, \ldots,, A_{20}$. On admet que ces variables aléatoires sont indépendantes et suivent la même loi d'espérance 4 et de variance 2,25.
On considère la variable aléatoire :

$$M_{20} = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_{20}}{20}.$$

1. Que représente la variable aléatoire M_{20} dans le contexte de l'exercice ?

2. Déterminer l'espérance et la variance de M_{20}.

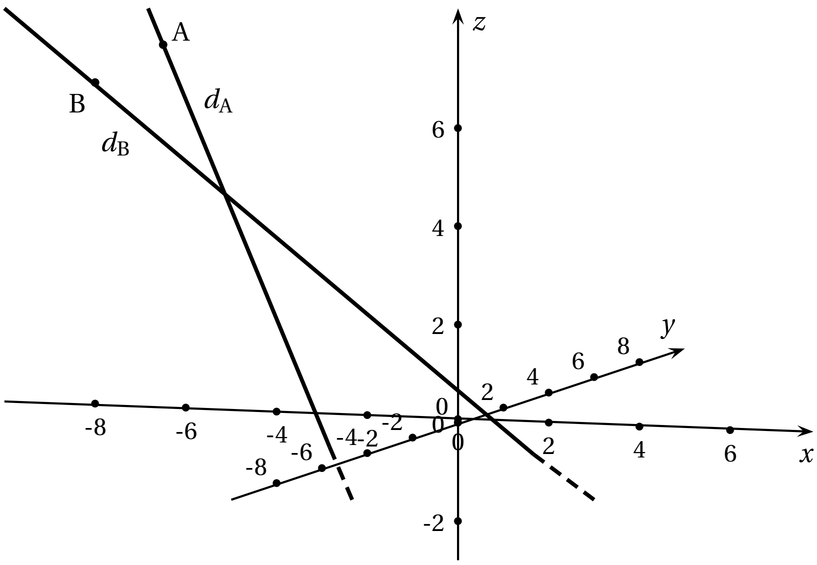
3. Justifier, à l'aide de l'inégalité de concentration, que

$$P(2 < M_{20} < 6) > 0{,}97.$$

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 **5 points**

Deux avions sont en approche d'un aéroport.
On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ dont l'origine O est le pied de la tour de contrôle, et le sol est le plan P_0 d'équation $z = 0$.
L'unité des axes correspond à 1 km.
On modélise les avions par des points.



L'avion Alpha transmet à la tour sa position en A$(-7\,;\,1\,;\,7)$ et sa trajectoire est dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$.

L'avion Bêta transmet une trajectoire définie par la droite d_B passant par le point B dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& -11+5t \\ y &=& -5+\ \ t \\ z &=& 11-4t \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbb{R}$$

1. S'il ne dévie pas de sa trajectoire, déterminer les coordonnées du point S en lequel l'avion Bêta touchera le sol.
2. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite d_{A} caractérisant la trajectoire de l'avion Alpha.

   b. Les deux avions peuvent-ils entrer en collision ?
3. **a.** Démontrer que l'avion Alpha passe par la position E$(-3~;~-1~;~1)$.

   b. Justifier qu'une équation cartésienne du plan P_{E} passant par E et perpendiculaire à la droite d_{A} est :

   $$2x - y - 3z + 8 = 0.$$

   c. Vérifier que le point F$(-1~;~-3~;~3)$ est le point d'intersection du plan P_{E} et de la droite d_{B}.

   d. Calculer la valeur exacte de la distance EF, puis vérifier que cela correspond à une distance de 3 464 m, à 1 m près.
4. La réglementation aérienne stipule que deux avions en approche doivent être à tout instant à au moins 3 milles nautiques l'un de l'autre (1 mille nautique vaut 1 852 m).

   Si les avions Alpha et Bêta sont respectivement en E et F au même instant, leur distance de sécurité est-elle respectée ?

Exercice 3 — 5 points

On munit le plan d'un repère orthonormé.
Pour tout entier naturel n, on considère la fonction f_n définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f_0(x) = \mathrm{e}^{-x} \quad \text{et, pour } n \geqslant 1,\ f_n(x) = x^n\,\mathrm{e}^{-x}.$$

Pour tout entier naturel n, on note $\mathscr{C}_n$ la courbe représentative de la fonction f_n.

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A : Étude des fonctions f_n pour $n \geqslant 1$

On considère un entier naturel $n \geqslant 1$.

1. **a.** On admet que la fonction f_n est dérivable sur $[0~;~+\infty[$.
   Montrer que pour tout $x \geqslant 0$,

   $$f_n'(x) = (n - x)x^{n-1}\,\mathrm{e}^{-x}.$$

   b. Justifier tous les éléments du tableau ci-dessous :

x	0		n		$+\infty$
$f_n'(x)$		$+$	0	$-$	
f_n	0	$\nearrow$	$\left(\frac{n}{\mathrm{e}}\right)^n$	$\searrow$	0

2. Justifier par le calcul que le point A$\left(1~;~\mathrm{e}^{-1}\right)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_n$.

Partie B : Étude des intégrales $\displaystyle\int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x$ pour $n \geqslant 0$

Dans cette partie, on étudie les fonctions f_n sur $[0;1]$ et on considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$I_n = \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

1. Sur le graphique en ANNEXE, on a représenté les courbes $\mathscr{C}_0, \mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_{10}$ et $\mathscr{C}_{100}$.
   a. Donner une interprétation graphique de I_n.
   b. Par lecture de ce graphique, quelle conjecture peut-on émettre sur la limite de la suite (I_n) ?
2. Calculer I_0.
3. **a.** Soit n un entier naturel.
   Démontrer que pour tout $x \in [0\,;\,1]$,
   $$0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n.$$
   b. En déduire que pour tout entier naturel n, on a :
   $$0 \leqslant I_{n+1} \leqslant I_n.$$
4. Démontrer que la suite (I_n) est convergente, vers une limite positive ou nulle que l'on notera ℓ.
5. En utilisant une intégration par parties, démontrer que pour tout entier naturel n on a :
   $$I_{n+1} = (n+1)I_n - \frac{1}{\mathrm{e}}.$$
6. **a.** Démontrer que si $\ell > 0$, l'égalité de la question 5 conduit à une contradiction.
   b. Démontrer que $\ell = 0$. On pourra utiliser la question 6. a.

On donne ci-dessous le script de la fonction `mystere`, écrite en langage Python.
On a importé la constante e.

```
def mystere(n):
  I = 1 - 1/e
  L = [I]
  for i in range(n):
      I = (i + 1)*I - 1/e
      L.append(I)
 return L
```

7. Que renvoie `mystere(100)` dans le contexte de l'exercice ?

Exercice 4 — 5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.

1. On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad y' = \frac{1}{2}y + 4.$$

Affirmation 1 : Les solutions de (E) sont les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x} - 8, \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

2. Dans une classe de terminale, il y a 18 filles et 14 garçons.

On constitue une équipe de volley-ball en choisissant au hasard 3 filles et 3 garçons.

Affirmation 2 : Il y a 297 024 possibilités pour former une telle équipe.

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = \frac{n}{2 + \cos(n)}.$$

Affirmation 3 : La suite (v_n) diverge vers $+\infty$.

4. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points $\mathrm{A}(1\,;\,1\,;\,2)$, $\mathrm{B}(5\,;\,-1\,;\,8)$ et $\mathrm{C}(2\,;\,1\,;\,3)$.

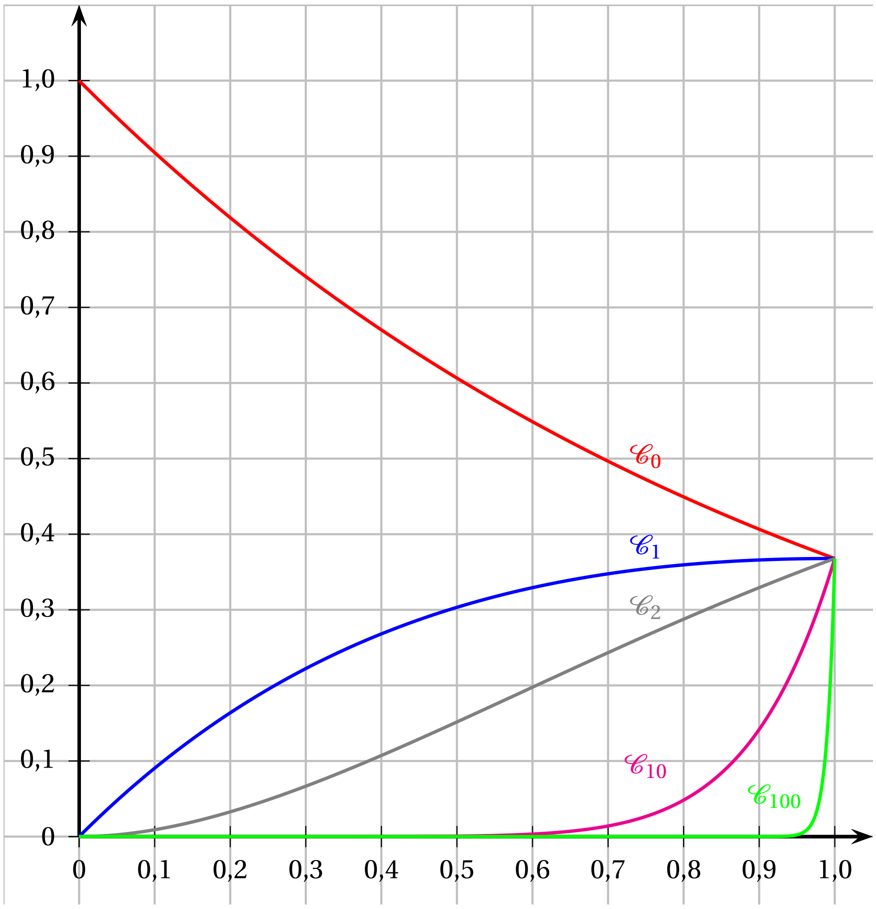
Affirmation 4 : $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 10$ et une mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{BAC}}$ est 30°.

5. On considère une fonction h définie sur $]0\,;\,+\infty]$ dont la dérivée seconde est définie sur $]0\,;\,+\infty]$ par :

$$h''(x) = x\ln x - 3x.$$

Affirmation 5 : La fonction h est convexe sur $\left[\mathrm{e}^3\,;\,+\infty\right[$.

ANNEXE : exercice 3



Baccalauréat Métropole 18 juin 2025

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 **5 points**

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.
Dans cet exercice on s'intéresse à des personnes venues séjourner dans un centre multi-sports au cours du week-end.
Les résultats des probabilités demandées seront arrondis au millième si nécessaire.

Partie A

Le centre propose aux personnes venues pour un week-end une formule d'initiation au roller composée de deux séances de cours.
On choisit au hasard une personne parmi celles ayant souscrit à cette formule.

On désigne par A et B les évènements suivants :

- A : « La personne chute pendant la première séance » ;
- B : « La personne chute pendant la deuxième séance ».

Pour un évènement E quelconque, on note $P(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ son événement contraire.
Des observations permettent d'admettre que $P(A) = 0,6$.
De plus on constate que :

- Si la personne chute pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de 0,3 ;
- Si la personne ne chute pas pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de 0,4.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ et interpréter le résultat.
3. Montrer que $P(B) = 0,34$.
4. La personne ne chute pas pendant la deuxième séance de cours.
   Calculer la probabilité qu'elle n'ait pas chuté lors de la première séance.
5. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 personnes ayant souscrit à la formule, associe le nombre d'entre elles n'ayant chuté ni lors de la première ni lors de la deuxième séance.
   On assimile le choix d'un échantillon de 100 personnes à un tirage avec remise.
   On admet que la probabilité qu'une personne ne chute ni lors de la première ni lors de la deuxième séance est de 0,24.
   a. Montrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b. Quelle est la probabilité d'avoir, dans un échantillon de 100 personnes ayant souscrit à la formule, au moins 20 personnes qui ne chutent ni lors de la première ni lors de la deuxième séance ?

c. Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On choisit au hasard une personne venue un week-end au centre multisport. On note T_1 la variable aléatoire donnant son temps d'attente total en minute avant les accès aux activités sportives pendant la journée du samedi et T_2 la variable aléatoire donnant son temps d'attente total en minutes avant les accès aux activités sportives pendant la journée du dimanche.
On admet que :

- T_1 suit une loi de probabilité d'espérance $E(T_1) = 40$ et d'écart-type $\sigma(T_1) = 10$;
- T_2 suit une loi de probabilité d'espérance $E(T_2) = 60$ et d'écart-type $\sigma(T_2) = 16$;
- les variables aléatoires T_1 et T_2 sont indépendantes.

On note T la variable aléatoire donnant le temps total d'attente avant les accès au activités sportives lors des deux jours, exprimé en minute. Ainsi on a $T = T_1 + T_2$.

1. Déterminer l'espérance $E(T)$ de la variable aléatoire T. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Montrer que la variance $V(T)$ de la variable aléatoire T est égale à 356.
3. À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, montrer que, pour une personne choisie au hasard parmi celles venues un week-end au centre multisports, la probabilité que son temps total d'attente T soit strictement compris entre 60 et 140 minutes est supérieure à 0,77.

EXERCICE 2 — 5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$. On considère :

- les points A$(-1\,;\,2\,;\,1)$, B$(1\,;\,-1\,;\,2)$ et C$(1\,;\,1\,;\,1)$;
- la droite d dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$d : \left\{\begin{array}{rcl} x &=& \frac{3}{2} + 2t \\ y &=& 2 + t \\ z &=& 3 - t \end{array}\right. \quad \text{avec } t \in \mathbb{R};$$

- la droite d' dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$d : \left\{\begin{array}{rcl} x &=& s \\ y &=& \frac{3}{2} + s \\ z &=& 3 - 2s \end{array}\right. \quad \text{avec } s \in \mathbb{R};$$

Partie A

1. Montrer que les droites d et d' sont sécantes au point S$\left(-\frac{1}{2}\,;\,1\,;\,4\right)$.

2. **a.** Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x+2y+4z-7=0.$$

3. Démontrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.

4. **a.** Démontrer que le point H$(-1~;~0~;~2)$ est le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC).

b. En déduire qu'il n'existe aucun point M du plan (ABC) tel que S$M < \dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

Partie B

On considère un point M appartenant au segment [CS]. On a donc $\overrightarrow{\text{C}M} = k\overrightarrow{\text{CS}}$ avec k réel de l'intervalle $[0\,;1]$.

1. Déterminer les coordonnées du point M en fonction de k.

2. Existe-t-il un point M sur le segment [CS] tel que le triangle (MAB) soit rectangle en M ?

EXERCICE 3 **4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n}.$$

Affirmation 1 : La suite (u_n) converge vers $\dfrac{5}{3}$.

2. On considère la suite (w_n) définie par :

$$w_0 = 0 \text{ et, pour tout entier naturel } n, w_{n+1} = 3w_n - 2n + 3.$$

Affirmation 2 : Pour tout entier naturel n, $w_n \geqslant n$.

3. On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans un repère orthonormé sur la figure (Fig. 1) en page suivante.

On précise que :

- T est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 8 ;
- L'axe des abscisses est la tangente horizontale à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

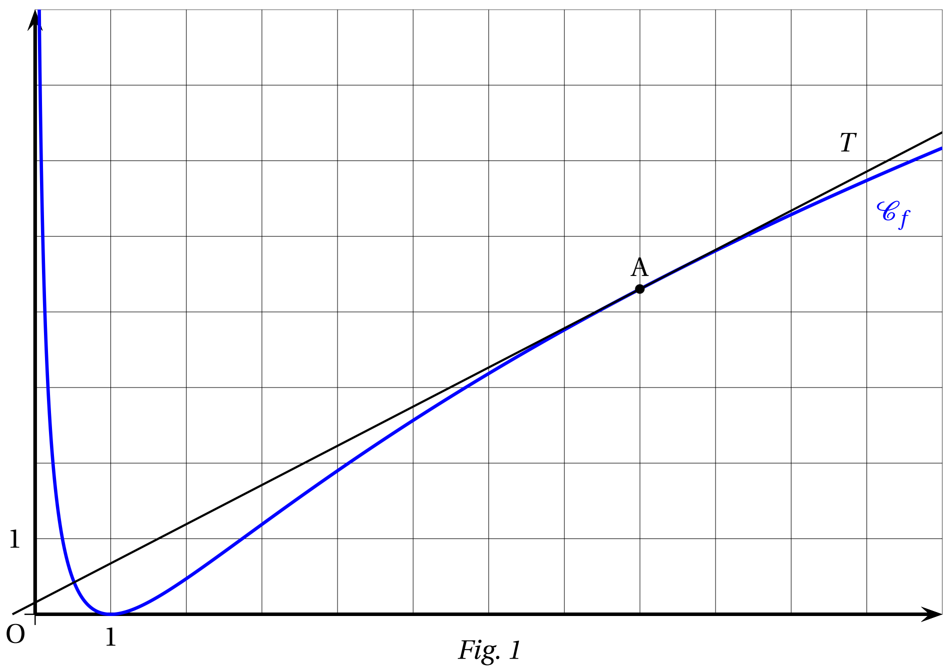


Fig. 1

Affirmation 3 : D'après le graphique, la fonction f est convexe sur son ensemble de définition.

4. **Affirmation 4 :** Pour tout réel $x > 0$, $\quad \ln(x) - x + 1 \leqslant 0$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.

EXERCICE 4 **6 points**

L'objet de cet exercice est l'étude de l'arrêt d'un chariot sur un manège, à partir du moment où il entre dans la zone de freinage en fin de parcours.
On note t le temps écoulé, exprimé en seconde, à partir du moment où le chariot arrive sur la zone de freinage.
On modélise la distance parcourue par le chariot dans la zone de freinage, exprimée en mètre, en fonction de t, à l'aide d'une fonction notée d définie sur $[0\,;\,+\infty[$.
On a ainsi $d(0) = 0$.
Par ailleurs, on admet que cette fonction d est dérivable sur son ensemble de définition.
On note d' sa fonction dérivée.

Partie A

Sur la figure (Fig. 2) ci-dessous, on a tracé dans un repère orthonormé :

- la courbe représentative $\mathscr{C}_d$ de la fonction d ;
- la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_d$ au point A d'abscisse 4,7 ;
- l'asymptote Δ à $\mathscr{C}_d$ en $+\infty$.

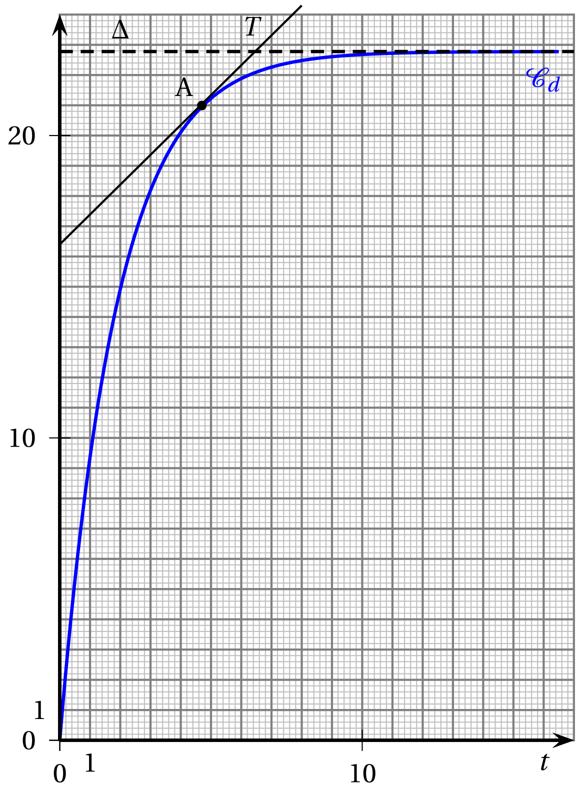


Fig.2

Dans cette partie, aucune justification n'est attendue.

Avec la précision que permet le graphique, répondre aux questions ci-dessous.
D'après ce modèle :

1. Au bout de combien de temps le chariot aura-t-il parcouru 15 m dans la zone de freinage ?
2. Quelle longueur minimale doit-être prévue pour la zone de freinage ?
3. Que vaut $d'(4{,}7)$? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On rappelle que t désigne le temps écoulé, en seconde, à partir du moment où le chariot arrive sur la zone de freinage.
On modélise la vitesse instantanée du chariot, en mètre par seconde $\left(\text{m.s}^{-1}\right)$, en fonction de t, par une fonction v définie sur $[0\,;\,+\infty[$.
On admet que :

- la fonction v est dérivable sur son ensemble de définition, et on note v' sa fonction dérivée ;
- la fonction v est une solution de l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' + 0{,}6y = \mathrm{e}^{-0{,}6t},$$

  où y est une fonction inconnue et où y' est la fonction dérivée de y.
  On précise de plus que, lors de son arrivée sur la zone de freinage, la vitesse du chariot est égale à $12\ \text{m.s}^{-1}$, c'est-à-dire $v(0) = 12$.

1. a. On considère l'équation différentielle

$$(E') : \quad y' + 0{,}6y = 0.$$

Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E') sur $[0\,;\,+\infty[$.

b. Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(t) = t\,\mathrm{e}^{-0{,}6t}$.

Vérifier que la fonction g est une solution de l'équation différentielle (E).

c. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) sur $[0\,;\,+\infty[$.

d. En déduire que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, on a :

$$v(t) = (12 + t)\,\mathrm{e}^{-0{,}6t}.$$

2. Dans cette question, on étudie la fonction v sur $[0\,;\,+\infty[$.

a. Montrer que pour tout réel $t \in [0\,;\,+\infty[$, $v'(t) = (-6{,}2 - 0{,}6t)\,\mathrm{e}^{-0{,}6t}$.

b. En admettant que :

$$v(t) = 12\,\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{1}{0{,}6} \times \frac{0{,}6t}{\mathrm{e}^{0{,}6t}},$$

déterminer la limite de v en $+\infty$.

c. Étudier le sens de variation de la fonction v et dresser son tableau de variation complet. Justifier.

d. Montrer que l'équation $v(t) = 1$ admet une solution unique α, dont on donnera une valeur approchée au dixième.

3. Lorsque la vitesse du chariot est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde, un système mécanique se déclenche permettant son arrêt complet.

Déterminer au bout de combien de temps ce système entre en action. Justifier.

Partie C

On rappelle que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$:

$$v(t) = (12 + t)\,\mathrm{e}^{-0{,}6t}.$$

On admet que pour tout réel t dans l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$:

$$d(t) = \int_0^t v(x)\,\mathrm{d}x.$$

1. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que la distance parcourue par le chariot entre les instants 0 et t est donnée par :

$$d(t) = \mathrm{e}^{-0{,}6t}\left(-\frac{5}{3}t - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9}.$$

2. On rappelle que le dispositif d'arrêt se déclenche lorsque la vitesse du chariot est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde.

Déterminer, selon ce modèle, une valeur approchée au centième de la distance parcourue par le chariot dans la zone de freinage avant le déclenchement de ce dispositif.

∽ Baccalauréat Polynésie 18 juin 2025 ∾

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée

Exercice 1 — 5 points

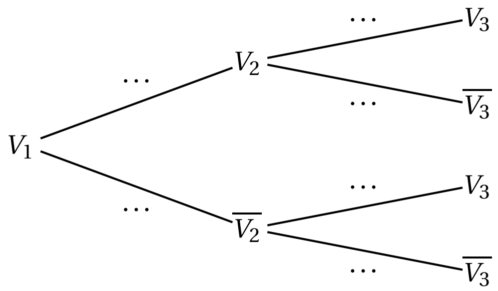
Dans tout l'exercice, les probabilités seront, si nécessaire, arrondies à 10^{-3} près.
Une donnée binaire est une donnée qui ne peut prendre que deux valeurs : 0 ou 1.
Une donnée de ce type est transmise successivement d'une machine à une autre.
Chaque machine transmet la donnée reçue soit de manière fidèle, c'est-à-dire en transmettant l'information telle qu'elle l'a reçue (1 devient 1 et 0 devient 0), soit de façon contraire (1 devient 0 et 0 et devient 1).
La transmission est fidèle dans 90 % des cas, et donc contraire dans 10 % des cas.
Dans tout l'exercice, la première machine reçoit toujours la valeur 1.

Partie A

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on note :

- V_n l'évènement : og la n-ième machine détient la valeur 1 fg;
- $\overline{V_n}$ l'évènement : og la n-ième machine détient la valeur 0 fg.

1. **a.** Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



b. Démontrer que $P(V_3) = 0{,}82$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

c. Sachant que la troisième machine a reçu la valeur 1, calculer la probabilité que la deuxième machine ait aussi reçu la valeur 1.

2. Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on note $p_n = P(V_n)$.
La première machine a reçu la valeur 1, on a donc $p_1 = 1$.

a. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$p_{n+1} = 0{,}8p_n + 0{,}1.$$

b. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$,

$$p_n = 0{,}5 \times 0{,}8^{n-1} + 0{,}5.$$

c. Calculer la limite de p_n lorsque n tend vers l'infini. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Pour modéliser en langage Python la transmission de la donnée binaire décrite en début d'exercice, on considère la fonction `simulation` qui prend en paramètre un entier naturel n qui représente le nombre de transmissions réalisées d'une machine à une autre, et qui renvoie la liste des valeurs successives de la donnée binaire.
On donne ci-dessous le script incomplet de cette fonction.
On rappelle que l'instruction `rand()` renvoie un nombre aléatoire de l'intervalle $[0; 1[$.

```
1   def simulation(n):
2       donnee = 1
3       liste = [donnee]
4       for k in range(n):
5           if rand() <0.1
6               donnee = 1 - donnee
7           liste.append(donnee)
9       return liste
```

Par exemple, `simulation(3)` peut renvoyer $[1,\ 0,\ 0,\ 1]$.Cette liste traduit :

- qu'une donnée binaire a été successivement transmise trois fois entre quatre machines ;
- la première machine qui détient la valeur 1 a transmis de façon contraire cette donnée à la deuxième machine ;
- la deuxième machine a transmis la donnée qu'elle détient de façon fidèle à la troisième ;
- la troisième machine a transmis de façon contraire la donnée qu'elle détient à la quatrième.

1. Déterminer le rôle des instructions des lignes 5 et 6 de l'algorithme ci-dessus.

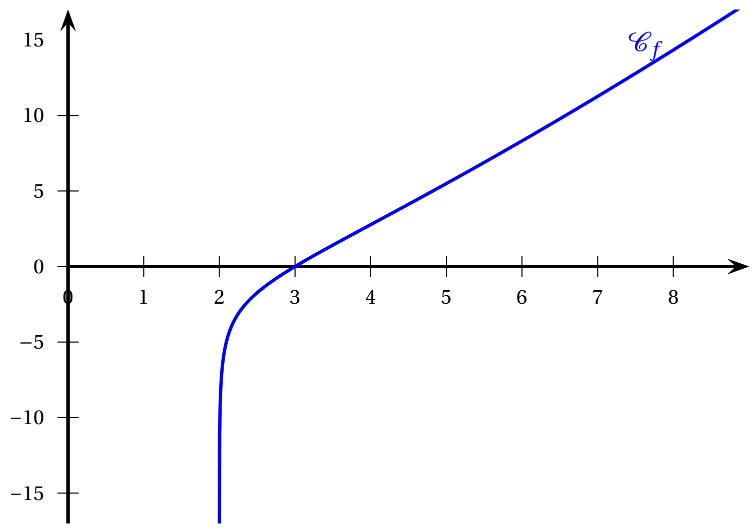
2. Calculer la probabilité que simulation(4) renvoie la liste $[1, 1, 1, 1, 1]$ et la probabilité que `simulation(6)` renvoie la liste $[1,\ 0, 1, 0, 0, 1, 1]$.

Exercice 2 — 5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x\ln(x-2).$$

Une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



1. Conjecturer, à l'aide du graphique, le sens de variation de f ses limites aux bornes de son ensemble de définition ainsi que les éventuelles asymptotes.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur $]2\,;\,+\infty[$.
3. Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$.
   Ce résultat confirme-t-il l'une des conjectures faites à la question 1. ?
4. Démontrer que pour tout x appartenant à $]2\,;\,+\infty[$:
$$f'(x) = \ln(x-2) + \frac{x}{x-2}.$$
5. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par $g(x) = f'(x)$.
   a. Démontrer que pour tout x appartenant à $]2\,;\,+\infty[$, on a :
$$g'(x) = \frac{x-4}{(x-2)^2}.$$
   b. On admet que $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} g(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.
   En déduire le tableau des variations de la fonction g sur $]2\,;\,+\infty[$. On fera apparaître la valeur exacte de l'extremum de la fonction g.
   c. En déduire que, pour tout x appartenant à $]2\,;\,+\infty[$, $g(x) > 0$.
   d. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $]2\,;\,+\infty[$.
6. Étudier la convexité de la fonction f sur $]2\,;\,+\infty[$ et préciser les coordonnées d'un éventuel point d'inflexion de la courbe représentative de la fonction f.
7. Combien de valeurs de x existe-t-il pour lesquelles la courbe représentative de f admet une tangente de coefficient directeur égal à 3 ?

Exercice 3 — 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.
On considère les points suivants :

$$\mathrm{A}(1\,;3\,;0),\quad \mathrm{B}(-1\,;\,4\,;\,5),\quad \mathrm{C}(0\,;1\,;0)\quad \text{et}\quad \mathrm{D}(-2\,;\,2\,;\,1).$$

1. Montrer que les points A, B et C déterminent un plan.

2. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

3. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$.

a. Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC).

b. Justifier que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :

$$2x - y + z + 1 = 0.$$

c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.

4. On appelle H le point de coordonnées $\left(-\frac{2}{3}\ \frac{4}{3}\,;\,\frac{5}{3}\right)$.
Vérifier que H est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

5. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V = \dfrac{1}{3}B \times h$, où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est sa hauteur relative à cette base.

a. Montrer que $\mathrm{DH} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

b. En déduire le volume du tétraèdre ABCD.

6. On considère la droite d de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1-2k\\ y &=& -3k\\ z &=& 1+\ k\end{array}\right. \quad \text{où } k \text{ décrit } \mathbb{R}.$$

La droite d et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?

Exercice 4 — 5 points

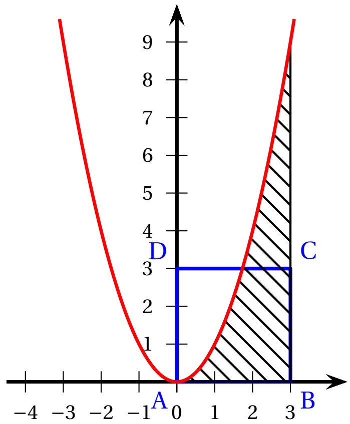
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Soient E et F les ensembles $E = \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\,;\,7\}$ et $F = \{0\,;\,1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\,;\,7\,;\,8\,;\,9\}$.

Affirmation n° 1 : Il y a davantage de 3-uplets d'éléments distincts de E que de combinaisons à 4 éléments de F.

2. Dans le repère orthonormé ci-contre, on a représenté la fonction carré, notée f, ainsi que le carré ABCD de côté 3.

Affirmation n° 2 : La zone hachurée et le carré ABCD ont la même aire.



3. On considère l'intégrale J ci-dessous :

$$J = \int_1^2 x \ln(x)\,\mathrm{d}x.$$

Affirmation n° 3 : Une intégration par parties permet d'obtenir : $J = \dfrac{7}{11}$.

4. Sur $\mathbb{R}$, on considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' = 2y - \mathrm{e}^{x}.$$

Affirmation n° 4 : La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2x}$ est solution de l'équation différentielle (E).

5. Soit x donné dans $[0\,;1[$. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = (x-1)\,\mathrm{e}^{n} + \cos(n).$$

Affirmation n° 5 : La suite (u_n) diverge vers $-\infty$.

Baccalauréat Polynésie 2 septembre 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée

Exercice 1 — 5 points

En France il y a deux formules pour obtenir le permis de conduire :

- Suivre à partir de 15 ans une formation de conduite accompagnée pendant 2 ans ;
- Suivre la formation classique (sans conduite accompagnée) à partir de 17 ans.

En France actuellement, parmi les jeunes qui suivent une formation au permis de conduire, 16 % choisissent la formation de conduite accompagnée, et parmi eux, 74,7 % réussissent l'examen de conduite dès leur première tentative.
En suivant la formation classique, le taux de réussite dès la première tentative est seulement de 56,8 %.

On choisit au hasard un jeune français qui a déjà passé l'examen de conduite et on considère les évènements A et R suivants :

- A : « le jeune a suivi la formation de conduite accompagnée » ;
- R : « le jeune a eu le permis dès sa première tentative ».

On arrondira les résultats à 10^{-3} près, si nécessaire.

Partie A

1. Dresser un arbre de probabilités modélisant cette situation.
2. **a.** Démontrer que $P(R) = 0{,}59664$.
   Dans la suite, on gardera la valeur 0,597 arrondie à 10^{-3} près.

   b. Donner ce résultat en pourcentage et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.
3. On choisit un jeune ayant eu son permis dès sa première tentative. Quelle est la probabilité qu'il ait suivi la formation de conduite accompagnée ?
4. Quelle devrait être la proportion de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée si on voulait que le taux de réussite global (quelle que soit la formation choisie) dès la première tentative à l'examen de conduite dépasse 70 % ?

Partie B

Une auto-école présente pour la première fois à l'examen de conduite 10 candidats qui ont suivi la formation de conduite accompagnée. On modélise le fait de passer les examens de conduite par des épreuves aléatoires indépendantes.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de ces 10 candidats qui auront leur permis dès la première tentative.

1. Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}747$.
2. Calculer $P(X \geqslant 6)$. Interpréter ce résultat.
3. Déterminer $E(X)$ et $V(X)$.
4. Il y a aussi 40 candidats qui n'ont pas suivi la formation de conduite accompagnée et qui se présentent pour la première fois à l'examen de conduite. De la même manière, on note Y la variable aléatoire qui donne le nombre de ces candidats qui auront le permis à la première tentative. On admet que Y est indépendante de la variable X et qu'en fait $E(Y) = 22{,}53$ et $V(Y) = 9{,}81$.

   On note alors Z la variable aléatoire comptant le nombre total de candidats (parmi les 50) qui auront le permis de conduire dès la première tentative dans cette auto-école.

   a. Exprimer Z en fonction de X et Y. En déduire $E(Z)$ et $V(Z)$.

   b. En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, montrer que la probabilité qu'il y ait moins de 20 ou plus de 40 candidats qui aient leur permis dès la première tentative est inférieure à 0,12.

Exercice 2 (5 points)

On étudie l'évolution de la population d'une espèce animale au sein d'une réserve naturelle.
Les effectifs de cette population ont été recensés à différentes années. Les données collectées sont présentées dans le tableau suivant :

Année	2000	2005	2010	2015
Nombre d'individus	50	64	80	100

Pour anticiper l'évolution de cette population, la direction de la réserve a choisi de modéliser le nombre d'individus en fonction du temps.
Pour cela, elle utilise une fonction, définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, dont la variable x représente le temps écoulé, en année, à partir de l'année 2000.
Dans son modèle, l'image de 0 par cette fonction vaut 50, ce qui correspond au nombre d'individus en l'an 2000.

Partie A. Modèle 1

Dans cette partie, la direction de la réserve fait l'hypothèse que la fonction cherchée satisfait l'équation différentielle suivante :

$$y' = 0{,}05y - 0{,}5 \quad (E_1)$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E_1) avec la condition initiale $y(0) = 50$.
2. Comparer les résultats du tableau avec ceux que l'on obtiendrait avec ce modèle.

Partie B. Modèle 2

Dans cette partie, la direction de la réserve fait l'hypothèse que la fonction cherchée satisfait l'équation différentielle suivante :

$$y' = 0{,}05y(1 - 0{,}00125y)$$

On note f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{800}{1 + 15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}}$$

et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants.
Pour toute la suite de l'exercice, on pourra utiliser ces résultats sans les démontrer, sauf pour la question 5.

	Instruction	Résultat
1	$f(x) := \dfrac{800}{1 + 15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}}$	$f(x) = \dfrac{800}{1 + 15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}}$
2	$f'(x) :=$ Dérivée $(f(x))$	$f'(x) = \dfrac{600\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}}{\left(1 + 15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}\right)^2}$
3	$f''(x) :=$ Dérivée $(\ f'(x)\ )$	$f''(x) = \dfrac{30\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}}{\left(1 + 15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x}\right)^3}\left(15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1\right)$
4	Résoudre $(\ 15\,\mathrm{e}^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0\ )$	$x \leqslant 20\ln(15)$

1. Démontrer que la fonction f vérifie $f(0) = 50$ et que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = 0{,}05f(x)(1 - 0{,}00125f(x))$$

   On admet que cette fonction f est l'unique solution de (E_2) prenant la valeur initiale de 50 en 0.
2. Avec ce nouveau modèle f, estimer l'effectif de cette population en 2050. Arrondir le résultat à l'unité.
3. Calculer la limite de f en $+\infty$. Que peut-on en déduire quant à la courbe C ? Interpréter cette limite dans le cadre de ce problème concret.
4. Justifier que la fonction f est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
5. Démontrer le résultat obtenu en ligne 4 du logiciel.
6. On admet que la vitesse de croissance de la population de cette espèce, exprimée en nombre d'individus par an, est modélisée par la fonction f'.
   a. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et déterminer les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe C.
   b. La direction de la réserve affirme :
   « Au vu de ce modèle, la vitesse de croissance de la population de cette espèce va augmenter pendant un peu plus de cinquante ans, puis va diminuer ». La direction a-t-elle raison ? Justifier.

Exercice 3 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 2 + \ln\left(u_n^2 - 3\right).$$

On admet que cette suite est bien définie.

Partie A : Exploitation de programmes Python

1. Recopier et compléter le script Python ci-dessous pour que `suite(k)` qui prend en paramètre un entier naturel `k`, renvoie la liste des k premières valeurs de la suite (u_n).

Remarque : On précise que, pour tout réel strictement positif `a`, `log(a)` renvoie la valeur du logarithme népérien de `a`.

```
def suite(k):
  L = []
  u = 5
  for i in range(......):
    L.append(u)
    u=............
  return(......)
```

2. On a exécuté `suite(9)` ci-dessous. Émettre deux conjectures : l'une sur le sens de variation de la suite (u_n) et l'autre sur son éventuelle convergence.

```
>>> suite(9)
[ 5, 5.091042453358316, 5.131953749864703,
5.150037910978289, 5.157974010229213, 5.1614456706362954,
5.162962248594583, 5.163624356938671, 5.163913344065642]
```

3. On a ensuite créé la fonction `mystere(n)` donnée ci-dessous et exécuté `mystere(10000)`, ce qui a renvoyé 1.

Cet affichage contredit-il la conjecture émise sur le sens de variation de la suite (u_n) ? Justifier.

```
def mystere(n):
  L = suite(n)
  c = 1
  for i in range(n - 1):
    if L[i] > L[i + 1]:
      c = 0
  return c
```

```
>>> mystere(10000)
1
```

Partie B : Étude de la convergence de la suite (u_n)

On considère la fonction g définie sur $[2\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = 2 + \ln\left(x^2 - 3\right)$$

On admet que g est dérivable sur $[2\ ;\ +\infty[$ et on note g' sa fonction dérivée.

1. Démontrer que la fonction g est croissante sur $[2\ ;\ +\infty[$.
2. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n :

$$4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6.$$

   b. En déduire que la suite (u_n) converge.

Partie C : Étude de la valeur de la limite

On considère la fonction f définie sur $[\,2 ; +\infty\,[$ par :

$$f(x) = 2 + \ln\left(x^2 - 3\right) - x.$$

On admet que f est dérivable sur $[2\ ;\ +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
On donne le tableau de variations de f suivant. On ne demande aucune justification.

x	2		3		$+\infty$
$f(x)$			$\ln(6) - 1$		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	0				$-\infty$

1. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions sur $[2\ ;\ +\infty[$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

   b. Donner la valeur exacte de α et une valeur approchée à 10^{-3} près de β.
2. On note ℓ la limite de la suite (u_n).
   Justifier que $f(\ell) = 0$ et déterminer ℓ.

Exercice 4 (5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = x\ln(x)$.
   Affirmation 1 :
   $$\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$$

2. Soient n et k deux entiers naturels non nuls tels que $k \leqslant n$.
   Affirmation 2 :
   $$n \times \binom{n-1}{k-1} = k \times \binom{n}{k}$$

3. Pour les trois affirmations suivantes, on considère que l'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.

   Soit d la droite de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& t+1\\ y &=& 2t+1\\ z &=& -t\end{array}\right.,\quad t \in \mathbb{R}.$

   Soit d' la droite de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 2t'-1\\ y &=& -t'+2\\ z &=& t'+1\end{array}\right.,\quad t' \in \mathbb{R}.$

   Soit P le plan d'équation cartésienne : $2x + y - 2z + 18 = 0$.
   Soit A le point de coordonnées $(-1\,;\,-3\,;\,2)$ et B le point de coordonnées $(-5\,;\,-5\,;\,6)$.
   On appelle plan médiateur du segment [AB] le plan passant par le milieu du segment [AB] et orthogonal à la droite (AB).

   Affirmation 3 : Le point A appartient à la droite d.

   Affirmation 4 : Les droites d et d' sont sécantes.

   Affirmation 5 : Le plan P est le plan médiateur du segment [AB].

Baccalauréat Asie 5 septembre 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^{-2x}.$$

On admet que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' la dérivée de la fonction f.
On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée.
Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1. Pour tout réel x, on a $f'(x) = (-2x+1)\,\mathrm{e}^{-2x}$.

Affirmation 2. La fonction f est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle :

$$y' + 2y = \mathrm{e}^{-2x}.$$

Affirmation 3. La fonction f est convexe sur $]-\infty\,;\,1]$.

Affirmation 4. L'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.

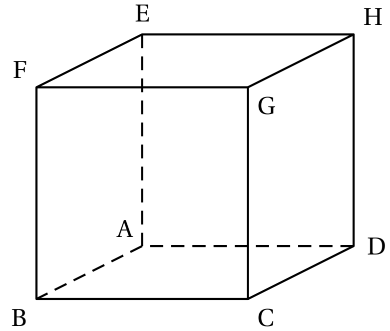
Affirmation 5. L'aire du domaine délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ est égale à $\dfrac{1}{4} - \dfrac{3\,\mathrm{e}^{-2}}{4}$.

Exercice 2 — 5 points

« *Dans un triangle non équilatéral, la droite d'Euler est la droite qui passe par les trois points suivants* :

- *le centre du cercle circonscrit à ce triangle (cercle passant par les trois sommets de ce triangle).*
- *le centre de gravité de ce triangle situé à l'intersection des médianes de ce triangle.*
- *l'orthocentre de ce triangle situé à l'intersection des hauteurs de ce triangle* ».

Le but de l'exercice est d'étudier un exemple de droite d'Euler.
On considère un cube ABCDEFGH de côté une unité.
L'espace est muni du repère orthonormé $\left(\mathrm{A}\,;\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,;\,\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,;\,\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.
On note I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [BG].



1. Donner sans justification les coordonnées des points A, B, G, I et J.
2. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AJ).

   b. Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IG) est :

$$\left\{\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \\ y = \qquad t \\ z = \qquad t \end{array}\right. \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

   c. Démontrer que les droites (AJ) et (IG) sont sécantes en un point S de coordonnées $S\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$.
3. **a.** Montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\,(0\,;\,-1\,;\,1)$ est normal au plan (ABG).

   b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABG).

   c. On admet qu'une représentation paramétrique de la droite (d) de vecteur directeur $\overrightarrow{n}$ et passant par le point K de coordonnées $\left(\frac{1}{2}\,;\,0\,;\,1\right)$ est :

$$\left\{\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = \quad -t \\ z = 1 + t \end{array}\right. \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

   Montrer que cette droite (d) coupe le plan (ABG) en un point L de coordonnées $L\left(\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\right)$.

   d. Montrer que le point L est équidistant des points A, B et G.
4. Montrer que le triangle ABG est rectangle en B.
5. **a.** Identifier le centre du cercle circonscrit, le centre de gravité et l'orthocentre du triangle ABG (aucune justification n'est attendue).

   b. Vérifier par un calcul que ces trois points sont effectivement alignés.

Exercice 3 — 4,75 points

Dominique répond à un QCM comportant 10 questions.
Pour chaque question, il est proposé 4 réponses dont une seule est exacte.
Dominique répond au hasard à chacune des 10 questions en cochant, pour chaque question, exactement une case parmi les 4.
Pour chacune des questions, la probabilité qu'il réponde correctement est donc $\frac{1}{4}$.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de bonnes réponses à ce QCM.

1. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X et donner les paramètres de cette loi.
2. Quelle est la probabilité que Dominique obtienne exactement 5 bonnes réponses ? Arrondir le résultat à 10^{-4} près.
3. Donner l'espérance de X et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. On suppose dans cette question qu'une bonne réponse rapporte un point et qu'une mauvaise réponse fait perdre 0,5 point. La note finale peut donc être négative.

   On note Y la variable aléatoire qui donne le nombre de points obtenus.

a. Calculer $P(Y = 10)$, on donnera la valeur exacte du résultat.
b. À partir de combien de bonnes réponses la note finale de Dominique est-elle positive ? Justifier.
c. Calculer $P(Y \leqslant 0)$, on donnera une valeur approchée au centième.
d. Montrer que $Y = 1{,}5X - 5$.
e. Calculer l'espérance de la variable aléatoire Y.

Exercice 4 — 5,25 points

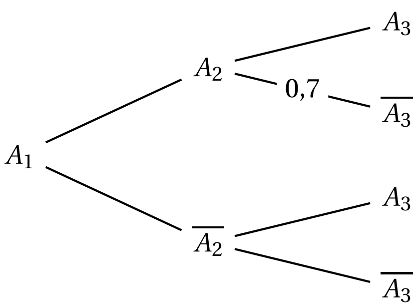
Soit n un entier naturel non nul.
Dans le cadre d'une expérience aléatoire, on considère une suite d'évènements A_n et on note p_n la probabilité de l'évènement A_n.
Pour les parties **A** et **B** de l'exercice, on considère que :

- Si l'évènement A_n est réalisé alors l'évènement A_{n+1} est réalisé avec une probabilité 0,3.
- Si l'évènement A_n n'est pas réalisé alors l'évènement A_{n+1} est réalisé avec une probabilité 0,7.

On suppose que $p_1 = 1$.

Partie A :

1. Recopier et compléter les probabilités sur les branches de l'arbre des probabilités ci-dessous :

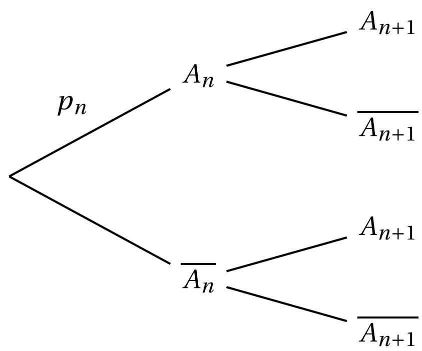


2. Montrer que $p_3 = 0{,}58$.
3. Calculer la probabilité conditionnelle $P_{A_3}(A_2)$, arrondir le résultat à 10^{-2} près.

Partie B :

Dans cette partie, on étudie la suite (p_n) avec $n \geqslant 1$.

1. Recopier et compléter les probabilités sur les branches de l'arbre des probabilités ci-dessous :



2. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel n non nul : $p_{n+1} = -0{,}4p_n + 0{,}7$.

   On considère la suite (u_n), définie pour tout entier naturel n non nul par :

   $u_n = p_n - 0{,}5$.

   b. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   c. En déduire l'expression de u_n, puis de p_n en fonction de n.

   d. Déterminer la limite de la suite (p_n).

Partie C :

Soit $x \in]0\,;\,1[$, on suppose que $P_{\overline{A_n}}(A_{n+1}) = P_{A_n}\left(\overline{A_{n+1}}\right) = x$. On rappelle que $p_1 = 1$.

1. Montrer que pour tout entier naturel n non nul : $p_{n+1} = (1-2x)p_n + x$.
2. Démontrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n non nul :

$$p_n = \frac{1}{2}(1-2x)^{n-1} + \frac{1}{2}$$

3. Montrer que la suite (p_n) est convergente et donner sa limite.

Baccalauréat Métropole[1] 9 septembre 2025

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 **5 points**

Partie A

On considère l'équation différentielle

$$(E) \qquad y' + 0{,}4y = \mathrm{e}^{-0{,}4t}$$

où y est une fonction de la variable réelle t.
On cherche l'ensemble des fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ qui sont solutions de cette équation.

1. Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(t) = t\,\mathrm{e}^{-0{,}4t}$.
   Vérifier que u est solution de (E).
2. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
   On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(t) = f(t) - u(t)$.
   Soit (H) l'équation différentielle $y' + 0{,}4y = 0$.
   a. Démontrer que si la fonction g est solution de l'équation différentielle (H) alors la fonction f est solution de l'équation différentielle (E).

   On admettra que la réciproque est vraie.

   b. Résoudre l'équation différentielle (H).
   c. En déduire les solutions de (E).
   d. Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$.

Partie B

On s'intéresse à la glycémie chez une personne venant de prendre un repas.
La glycémie en $\mathrm{g} \cdot \mathrm{L}^{-1}$, en fonction du temps t, exprimé en heure, écoulé depuis la fin du repas, est modélisée par la fonction f définie sur $[0\,;6]$ par :

$$f(t) = (t+1)\,\mathrm{e}^{-0{,}4t}.$$

1. **a.** Montrer que, pour tout $t \in [0\,;\,6]$, $f'(t) = (-0{,}4t + 0{,}6)\,\mathrm{e}^{-0{,}4t}$.
   b. Étudier les variations de f sur $[0\,;6]$ puis dresser son tableau de variations sur cet intervalle.
2. Une personne est en hypoglycémie lorsque sa glycémie est inférieure à $0{,}7\ \mathrm{g} \cdot \mathrm{L}^{-1}$.
   a. Démontrer que sur l'intervalle $[0\,;6]$ l'équation $f(t) = 0{,}7$ admet une unique solution que l'on notera α.
   b. Au bout de combien de temps après avoir pris son repas cette personne est-elle en hypoglycémie ?
   On exprimera ce temps à la minute près.
3. On souhaite déterminer la glycémie moyenne en $\mathrm{g} \cdot \mathrm{L}^{-1}$ chez cette personne lors des six heures qui suivent le repas.

1. Antilles–Guyane–Amérique du Nord

a. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que :

$$\int_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t = -23{,}75\,\mathrm{e}^{-2{,}4} + 8{,}75.$$

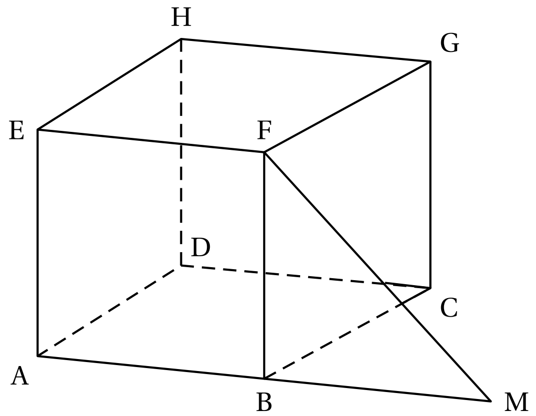
b. Calculer la glycémie moyenne en $\mathrm{g}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ chez cette personne lors des six heures qui suivent le repas.

c. En remarquant que la fonction f est solution de l'équation différentielle (E), expliquer comment on aurait pu obtenir ce résultat autrement.

Exercice 2 — 5 points

On considère le cube ABCDEFGH.

On place le point M tel que $\overrightarrow{\mathrm{BM}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$.



Partie A

1. Montrer que les droites (FG) et (FM) sont perpendiculaires.
2. Montrer que les points A, M, G et H sont coplanaires.

Partie B

On se place dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{A}; \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}, \overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{GM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ et montrer qu'ils ne sont pas colinéaires.
2. **a.** Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (GM) est :

$$\left\{\begin{array}{l c l} x & = & 1+t \\ y & = & 1-t \\ z & = & 1-t \end{array}\right. \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

   b. On admet qu'une représentation paramétrique de la droite (AH) est :

$$\left\{\begin{array}{l c l} x & = & 0 \\ y & = & k \\ z & = & k \end{array}\right. \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

   Montrer que le point d'intersection de (GM) et (AH), que l'on nommera N, a pour coordonnées $(0\,;2\,;2)$.
3. **a.** Montrer que le triangle AMN est un triangle rectangle en A.
   b. Calculer l'aire de ce triangle.
4. Soit J le centre de la face BCGF.
   a. Déterminer les coordonnées du point J.

b. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{FJ}}$ est un vecteur normal au plan (AMN).

c. Montrer que J appartient au plan (AMN). En déduire qu'il est le projeté orthogonal du point F sur le plan (AMN).

5. On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un tétraèdre ou d'une pyramide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h,$$

$\mathcal{B}$ étant l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.

Montrer que le volume du tétraèdre AMNF est le double du volume de la pyramide BCGFM.

@

Exercice 3 — 6 points

Le but de cet exercice est d'étudier les convergences de deux suites vers une même limite.

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[2\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \sqrt{3x-2}.$$

1. Justifier les éléments du tableau de variations ci-dessous :

x	2	$+\infty$
$f(x)$	2 $\nearrow$	$+\infty$

On admet que la suite (u_n) vérifiant $u_0 = 6$ et, pour tout n entier naturel, $u_{n+1} = f(u_n)$ est bien définie.

2. a. Démontrer par récurrence que, pour tout n entier naturel : $2 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 6$.

b. En déduire que la suite (u_n) converge.

3. On appelle ℓ la limite de (u_n).

On admet qu'elle est solution de l'équation $f(x) = x$. Déterminer la valeur de ℓ.

4. On considère la fonction `rang` écrite ci-dessous en langage Python.

On rappelle que sqrt(x) renvoie la racine carrée du nombre x.

```
from math import *

def rang(a) :
  u = 6
  n=0
  while u > = a :
    u = sqrt(3*u - 2)
    n = n+1
  return n
```

a. Pourquoi peut-on affirmer que `rang`(2.000001) renvoie une valeur?

b. Pour quelles valeurs du paramètre a l'instruction `rang`(a) renvoie-t-elle un résultat?

Partie B

On admet que la suite (v_n) vérifiant $v_0 = 6$ et, pour tout n, entier naturel, $v_{n+1} = 3 - \dfrac{2}{v_n}$ est bien définie.

1. Calculer v_1.
2. Pour tout n entier naturel, on admet que $v_n \neq 2$ et on pose :

$$w_n = \frac{v_n - 1}{v_n - 2}$$

   a. Démontrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 2 et préciser son premier terme w_0.

   b. On admet que, pour tout n entier naturel,

$$w_n - 1 = \frac{1}{v_n - 2}.$$

   En déduire que, pour tout n entier naturel,

$$v_n = 2 + \frac{1}{1{,}25 \times 2^n - 1}$$

   c. Calculer la limite de (v_n).
3. Déterminer le plus petit entier naturel n pour lequel $v_n < 2{,}01$ en résolvant l'inéquation.

Partie C

À l'aide des parties précédentes, déterminer le plus petit entier N tel que pour tout $n \geqslant N$, les termes v_n et u_n appartiennent à l'intervalle $]1{,}99\,;\,2{,}01[$.

Exercice 4 — 4 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Un musée propose des visites avec ou sans audioguide. Les billets peuvent être achetés en ligne ou directement au guichet.

1. Lorsqu'une personne achète son billet en ligne, un code de validation lui est envoyé par SMS afin qu'elle confirme son achat.

   Ce code est généré de façon aléatoire et est constitué de 4 chiffres deux à deux distincts, le premier chiffre étant différent de 0.

   Affirmation 1 : Le nombre de codes différents pouvant être générés est 5 040.
2. Une étude a permis de considérer que :
   — la probabilité qu'une personne choisisse l'audioguide sachant qu'elle a acheté son billet en ligne est égale à 0,8 ;
   — la probabilité qu'une personne achète son billet en ligne est égale à 0,7 ;
   — la probabilité qu'une personne opte pour une visite sans audioguide est égale à 0,32.

   Affirmation 2 : La probabilité qu'un visiteur ne prenne pas l'audioguide sachant qu'il a acheté son billet au guichet est supérieure à deux tiers.

3. On choisit au hasard 12 visiteurs de ce musée.

On suppose que le choix de l'option « audioguide » est indépendant d'un visiteur à l'autre.

Affirmation 3 : La probabilité qu'exactement la moitié de ces visiteurs opte pour l'audioguide est égale à $924 \times 0{,}2176^6$.

4. Lorsqu'une personne dispose d'un audioguide, elle peut choisir parmi trois parcours :

— un premier d'une durée de cinquante minutes,
— un deuxième d'une durée d'une heure et vingt minutes,
— un troisième d'une durée d'une heure et quarante minutes.

Le temps de parcours peut être modélisé par une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	50 min	1 h 20 min	1 h 40 min
$P(X = x_i)$	0,1	0,6	0,3

Affirmation 4 : L'espérance de X est 77 minutes.

Baccalauréat Métropole 10 septembre 2025

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 **6 points**

El Niño est un phénomène océanique à grande échelle du Pacifique équatorial qui affecte le régime des vents, la température de la mer et les précipitations sur l'ensemble du globe. Certaines années, ce phénomène est dit « dominant ». Les scientifiques cherchent à modéliser l'apparition de ce phénomène.

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes

Partie A - Premier modèle

À partir d'un échantillon de données, on considère une première modélisation :

— chaque année, la probabilité que le phénomène El Niño soit dominant est égale à 0,4 ;

— la survenue du phénomène El Niño se fait de façon indépendante d'une année sur l'autre.

On note X la variable aléatoire qui, sur une période de 10 ans, associe le nombre d'années où El Niño est dominant.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
2. a. Calculer la probabilité que, sur une période de 10 ans, le phénomène El Niño soit dominant exactement 2 années.
   b. Calculer $P(X \leqslant 2)$. Que signifie ce résultat dans le contexte de l'exercice ?
3. Calculer $E(X)$. Interpréter ce résultat.

Partie B - Second modèle

Après une étude d'un recueil de données plus important sur les 50 dernières années, une autre modélisation apparait plus pertinente :

— si le phénomène El Niño est dominant une année, alors la probabilité qu'il le soit encore l'année suivante est 0,5

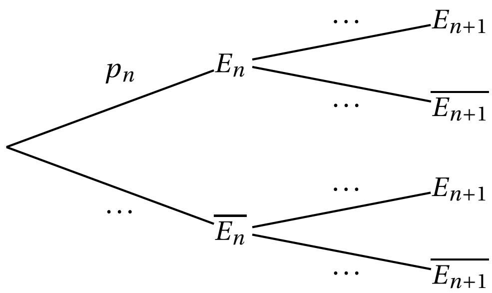
— par contre, si le phénomène El Niño n'est pas dominant une année, alors la probabilité qu'il soit dominant l'année suivante est 0,3.

On considère que l'année de référence est 2023.
On note pour tout entier naturel n :

- E_n l'évènement « le phénomène El Niño est dominant l'année $2023 + n$ » ;
- p_n la probabilité de l'évènement E_n.

En 2023, El Niño n'était pas dominant. On a ainsi $p_0 = 0$.

1. Soit n un entier naturel. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Justifier que $p_1 = 0{,}3$.
3. En vous aidant de l'arbre, montrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}3$$

On cherche à prévoir l'évolution de l'apparition du phénomène El Niño.

4. **a.** Conjecturer les variations et la limite éventuelle de la suite (p_n).
   b. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $p_n \leqslant \dfrac{3}{8}$.
   c. Déterminer le sens de variation de la suite (p_n).
   d. En déduire la convergence de la suite (p_n).

On cherche à déterminer la limite de la suite (p_n).

5. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = p_n - \dfrac{3}{8}$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,2 et préciser son premier terme.
   b. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$p_n = \frac{3}{8}\left(1 - 0{,}2^n\right).$$

   c. Calculer la limite de la suite (p_n).
   d. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est juste ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Dans une classe de 24 élèves, il y a 14 filles et 10 garçons.
   Affirmation 1 :
   Il est possible de constituer 272 groupes différents de quatre élèves composés de deux filles et deux garçons.
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\sin(2x+\pi)$ et C sa courbe représentative dans un repère donné.
   Affirmation 2 :
   Une équation de la tangente à C au point d'abscisse $\dfrac{\pi}{2}$ est $y = 6x - 3\pi$.
3. On considère la fonction F définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $F(x) = (2x+1)\ln(x)$.
   Affirmation 3 :
   La fonction F est une primitive de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{x}$.

4. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = 45\,\mathrm{e}^{\,0,06t} + 20$.
   Affirmation 4 :
   La fonction g est l'unique solution de l'équation différentielle

$$(E_1) : \quad y' + 0,06y = 1,2 \text{ vérifiant } g(0) = 65.$$

5. On considère l'équation différentielle :

$$(E_2) : \quad y' - y = 3\,\mathrm{e}^{\,0,4x}$$

   où y est une fonction positive de la variable réelle x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et y' la fonction dérivée de la fonction y.
   Affirmation 5 :
   Les solutions de l'équation (E_2) sont des fonctions convexes sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 3 **4 points**

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,8]$ par

$$f(x) = \frac{10\ln\left(-x^2 + 7x + 9\right)}{x}$$

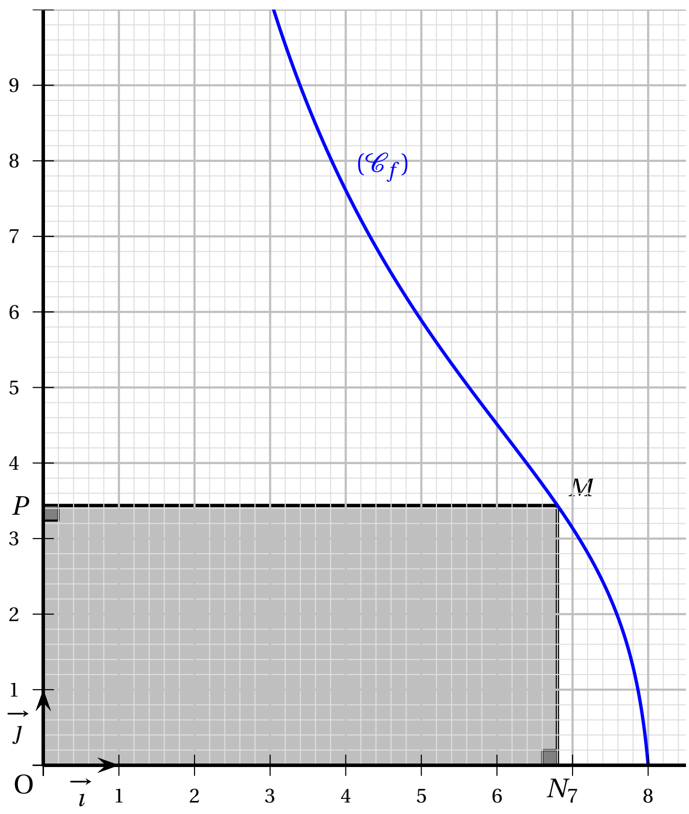
Soit C_f la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$.

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-x^2 + 7x + 8 \geqslant 0$.
2. En déduire que pour tout $x \in]0\,;\,8]$, on a $f(x) \geqslant 0$.
3. Interpréter graphiquement ce résultat.

Partie B

La courbe C_f est représentée ci-dessous.
Soit M le point de C_f d'abscisse x avec $x \in]0\,;\,8]$.
On appelle N et P les projetés orthogonaux du point M respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.
Dans cette partie, on s'intéresse à l'aire $\mathscr{A}(x)$ du rectangle $\mathrm{O}NMP$.



1. Donner les coordonnées des points N et P en fonction de x.
2. Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,8]$,

$$\mathscr{A}(x) = 10\ln\left(-x^2 + 7x + 9\right)$$

3. Existe-t-il une position du point M pour laquelle l'aire du rectangle ONMP est maximale ? Si elle existe, déterminer cette position.

Partie C

On considère un réel strictement positif k.
On souhaite déterminer la plus petite valeur de x, approchée au dixième, appartenant à $[3{,}5\,;\,8]$ pour laquelle l'aire $\mathscr{A}(x)$ devient inférieure ou égale à k.
Pour ce faire, on considère l'algorithme ci-dessous.
Pour rappel, en langage Python, $\ln(x)$ s'écrit log (x).

```
from math import *

def A(x) :
  return 10*log (- 1* x**2 + 7*x + 9)

def pluspetitevaleur(k) :
  x = 3.5
  while A(x).......... :
    x = x + 0.1
  return ...........
```

1. Recopier et compléter les lignes 8 et 10 de l'algorithme.
2. Quel nombre renvoie alors l'instruction `pluspetitevaleur`(30) ?
3. Que se passe-t-il lorsque $k = 35$? Justifier.

EXERCICE 4 **5 points**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.
On considère les points

$$\mathrm{A}(4\,;\,-1\,;\,3),\quad \mathrm{B}(-1\,;\,1\,;\,-2),\quad \mathrm{C}(0;4;5) \text{ et } \mathrm{D}(-3\,;\,-4\,;\,6).$$

1. **a.** Vérifier que les points A, B, C ne sont pas alignés.
   On admet qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $29x + 30y - 17z = 35$.

   b. Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires ? Justifier.

On admet que lorsque quatre points ne sont pas coplanaires, il existe un unique point situé à égale distance de ces quatre points.
L'objectif de cet exercice est de déterminer le point H se situant à égale distance des quatre points A, B, C, D.
On définit le plan médiateur d'un segment comme le plan passant par le milieu de ce segment et orthogonal à la droite portant ce segment. C'est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

2. Soit P_1 le plan médiateur du segment [AB].
   a. Déterminer les coordonnées du milieu du segment [AB].
   b. En déduire qu'une équation cartésienne de P_1 est : $5x - 2y + 5z = 10$.
3. On note P_2 le plan médiateur du segment [CD].
   a. Soit M un point du plan P_2 de coordonnées $(x\,;\ y\,;\ z)$.
   Exprimer MC^2 et MD^2 en fonction des coordonnées de M.
   En déduire qu'une équation cartésienne du plan P_2 est : $-3x - 8y + z = 10$.
   b. Justifier que les plans P_1 et P_2 sont sécants.
4. Soit Δ la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -2-1{,}9t\\ y &=& t\\ z &=& 4+2{,}3t \end{array}\right. \quad \text{où } t \in \mathbb{R}$$

   Démontrer que Δ est la droite d'intersection de P_1 et P_2.

On note P_3 le plan médiateur du segment [AC].
On admet qu'une équation cartésienne du plan P_3 est : $8x - 10y - 4z = -15$.

5. Démontrer que la droite Δ et le plan P_3 sont sécants.
6. Justifier que le point d'intersection entre Δ et P_3 est le point H.

Baccalauréat Amérique du Sud 13 novembre 2025

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 1

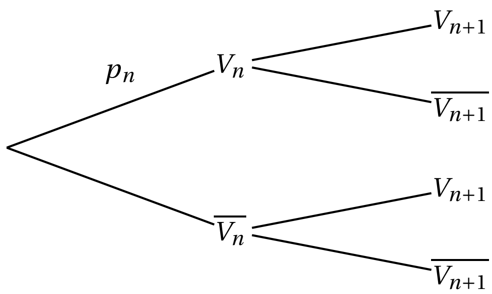
Exercice 1 — 4 points

Un étudiant mange tous les jours au restaurant universitaire. Ce restaurant propose des plats végétariens et des plats non végétariens.

- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est 0,9.
- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat non végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est 0,7.

Pour tout entier naturel n, on note V_n, l'évènement « l'étudiant a choisi un plat végétarien le n^{e} jour » et p_n la probabilité de V_n.
Le jour de la rentrée, l'étudiant a choisi le plat végétarien. On a donc $p_1 = 1$.

1. **a.** Indiquer la valeur de p_2.
   b. Montrer que $p_3 = 0{,}88$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
   c. Sachant que le 3^{e} jour l'étudiant a choisi un plat végétarien, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un plat non végétarien le jour précédent ?
   On arrondira le résultat à 10^{-2}.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



3. Justifier que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}7$.
4. On souhaite disposer de la liste des premiers termes de la suite (p_n) pour $n \geqslant 1$.
   Pour cela, on utilise une fonction appelée `repas` programmée en langage Python dont on propose trois versions, indiquées ci-dessous.

Programme 1
```
def repas(n):
  p=1
  L=[p]
  for k in range(1,n):
    p = 0.2*p+0.7
    L. append(p)
   return(L)
```

Programme 2
```
def repas(n):
  p=1
  L=[p]
  for k in range(1,n+1):
    p = 0.2*p+0.7
    L. append(p)
  return(L)
```

Programme 3
```
def repas(n):
  p=1
  L=[p]
  for k in range(1,n):
    p = 0.2*p+0.7
    L.append(p+1)
  return(L)
```

4. **a.** Lequel de ces programmes permet d'afficher les n premiers termes de la suite (p_n) ? Aucune justification n'est attendue.
   b. Avec le programme choisi à la question **a.** donner le résultat affiché pour $n = 5$.
5. Démontrer par récurrence que, pour tout naturel $n \geqslant 1$, $p_n = 0{,}125 \times 0{,}2^{n-1} + 0{,}875$.

6. En déduire la limite de la suite (p_n).

Exercice 2 — 5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Deux équipes de footballeurs de 22 et 25 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match. Chaque joueur d'une équipe serre une seule fois la main de chaque joueur de l'autre équipe.

   Affirmation 1

   47 poignées de mains ont été échangées.

2. Une course oppose 18 concurrents. On récompense indistinctement les trois premiers en offrant le même prix à chacun.

   Affirmation 2

   Il y a 4 896 possibilités de distribuer ces prix.

3. Une association organise une compétition de course de haies qui permettra d'établir un podium (le podium est constitué des trois meilleurs sportifs classés dans leur ordre d'arrivée). Sept sportifs participent au tournoi. Jacques est l'un d'entre eux.

   Affirmation 3

   Il y a 90 podiums différents dont Jacques fait partie.

4. Soit X_1 et X_2 deux variables aléatoires de même loi donnée par le tableau ci-dessous :

x_i	-2	-1	2	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,4	0,3	0,2

   On suppose que X_1 et X_2 sont indépendantes et on considère Y la variable aléatoire somme de ces deux variables aléatoires.

   Affirmation 4

   $P(Y = 4) = 0{,}25$.

5. Un nageur s'entraîne dans l'objectif de parcourir le 50 mètres nage libre en moins de 25 secondes. Au fil des entraînements, il s'avère que la probabilité qu'il y parvienne s'établit à 0,85.

   Il effectue, sur une journée, 20 parcours chronométrés sur 50 mètres. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où il nage cette distance en moins de 25 secondes lors de cette journée.

   On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}85$.

   Affirmation 5

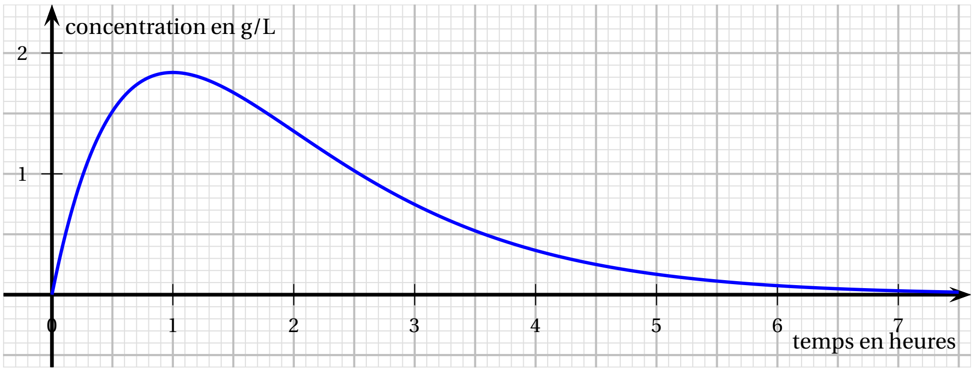
   Sachant qu'il a atteint au moins 15 fois son objectif, une valeur approchée à 10^{-3} de la probabilité qu'il l'ait atteint au moins 18 fois est 0,434.

Exercice 3 — 6 points

On se propose d'étudier la concentration dans le sang d'un médicament ingéré par une personne pour la première fois. Soit t le temps (en heures) écoulé depuis l'ingestion de ce médicament.

On admet que la concentration de ce médicament dans le sang, en gramme par litre de sang, est modélisée par une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

Partie A : lectures graphiques



On a représenté ci-dessus la courbe représentative de la fonction f. Avec la précision permise par le graphique, donner sans justification :

1. Le temps écoulé depuis l'instant de l'ingestion de ce médicament et l'instant où la concentration de médicament dans le sang est maximale selon ce modèle.
2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(t) \geqslant 1$.
3. La convexité de la fonction f sur l' intervalle $[0\,;\,8]$.

Partie B : détermination de la fonction *f*

On considère l'équation différentielle

$$(E) : \qquad y' + y = 5\,\mathrm{e}^{-t},$$

d'inconnue y, où y est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
On admet que la fonction f est une solution de l'équation différentielle (E).

1. Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + y = 0$.
2. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $u(t) = at\,\mathrm{e}^{-t}$ avec $a \in \mathbb{R}$.
   Déterminer la valeur du réel a telle que la fonction u soit solution de l'équation (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
4. La personne n'ayant pas pris ce médicament auparavant, on admet que $f(0) = 0$.
   Déterminer l'expression de la fonction f.

Partie C : étude de la fonction *f*

Dans cette partie, on admet que f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = 5t\,\mathrm{e}^{-t}$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ puis dresser son tableau de variation complet.
3. Démontrer qu'il existe deux réels t_1 et t_2 tels que $f(t_1) = f(t_2) = 1$.
   On donnera une valeur approchée à 10^{-2} des réels t_1 et t_2.
4. Pour une concentration du médicament supérieure ou égale à 1 gramme par litre de sang, il y a un risque de somnolence.
   Quelle est la durée en heures et minutes du risque de somnolence lors de la prise de ce médicament ?

Partie D : concentration moyenne

La concentration moyenne du médicament (en gramme par litre de sang) durant la première heure est donnée par :

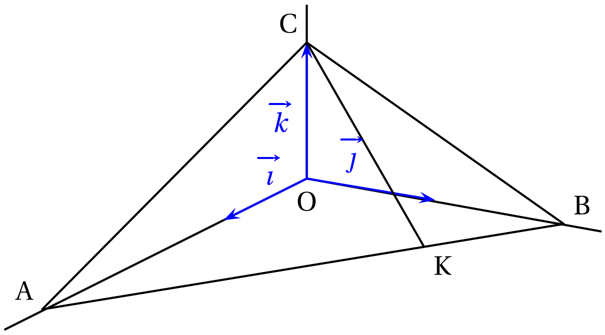
$$T_m = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$$

où f est la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = 5t\,\mathrm{e}^{-t}$.
Calculer cette concentration moyenne.
On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près.

EXERCICE 4 **5 points**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.
On considère les points

$$\mathrm{A}\left(2\sqrt{3}\,;\,0\,;\,0\right),\quad \mathrm{B}(0\,;2\,;0),\quad \mathrm{C}(0\,;0\,;1)\quad \text{et}\quad \mathrm{K}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\,\frac{3}{2}\,;\,0\right).$$



1. Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (CK) est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y & = & \frac{3}{2}t \\ y & = & -t+1 \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R})$$

2. Soit M(t) un point de la droite (CK) paramétrée par un réel t.
Établir que $\mathrm{OM}(t) = \sqrt{4t^2 - 2t + 1}$.
3. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \mathrm{OM}(t)$.
   a. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   b. En déduire la valeur de t pour laquelle f atteint son minimum.
4. En déduire que le point $\mathrm{H}\left(\frac{\sqrt{3}}{8}\,;\,\frac{3}{8}\,;\,\frac{3}{4}\right)$ est le projeté orthogonal du point O sur la droite (CK).
5. Démontrer, à l'aide de l'outil produit scalaire, que le point H est l'orthocentre (intersection des hauteurs d'un triangle) du triangle ABC.
6. **a.** Démontrer que la droite (OH) est orthogonale au plan (ABC).
   b. En déduire une équation du plan (ABC).
7. Calculer, en unité d'aire, l'aire du triangle ABC.

Baccalauréat Amérique du Sud 14 novembre 2025

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

Exercice 1 — 6 points

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près en cas de besoin.
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes l'une de l'autre.

Partie A

Au tennis, le joueur qui est au service peut, en cas d'échec lors du premier service, servir une deuxième balle.
En match, Abel réussit son premier service dans 70 % des cas. Lorsque le premier service est réussi, il gagne le point dans 80 % des cas.
En revanche, après un échec à son premier service, Abel gagne le point dans 45 % des cas.

Abel est au service.
On considère les évènements suivants :

- S : « Abel réussit son premier service »
- G : « Abel gagne le point ».

1. Décrire l'évènement $\overline{S}$ puis traduire la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer $P(S \cap G)$.

3. Justifier que la probabilité de l'évènement G est égale à 0,695.

4. Abel a gagné le point. Quelle est la probabilité qu'il ait réussi son premier service ?

5. Les évènements S et G sont-ils indépendants ? Justifier.

Partie B

À la sortie d'une usine de fabrication de balles de tennis, une balle est jugée conforme dans 85 % des cas.

1. On teste successivement 20 balles. On considère que le nombre de balles est suffisamment grand pour assimiler ces tests à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de balles conformes parmi les 20 testées.

  a. Quelle est la loi suivie par X et quels sont ses paramètres ? Justifier.

  b. Calculer $P(X \leqslant 18)$.

  c. Quelle est la probabilité qu'au moins deux balles ne soient pas conformes parmi les 20 balles testées ?

  d. Déterminer l'espérance de X.

2. On teste maintenant n balles successivement. On considère les n tests comme un échantillon de n variables aléatoires X indépendantes suivant la loi de Bernoulli de paramètre 0,85.

On considère la variable aléatoire

$$M_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n} = \frac{X_1}{n} + \frac{X_2}{n} + \frac{X_3}{n} + \ldots + \frac{X_n}{n}$$

  a. Déterminer l'espérance et la variance de M_n.

  b. Après avoir rappelé l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, montrer que, pour tout entier naturel n, $P(0{,}75 < M_n < 0{,}95) \geqslant 1 - \dfrac{12{,}75}{n}$.

c. En déduire un entier n tel que la moyenne du nombre de balles conformes pour un échantillon de taille n appartienne à l'intervalle $]0{,}75\,;\,0{,}95[$ avec une probabilité supérieure à 0,9.

Exercice 2 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Dans toutes les questions suivantes, l'espace est rapporté à un repère orthonormé.

1. On considère la droite Δ_1 de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1-3t\\ y &=& 4+2t\\ z &=& t\end{array}\right.$, où $t \in \mathbb{R}$ ainsi que la droite Δ_2 de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -4+\ s\\ y &=& 2+2s\\ z &=& -1+\ s\end{array}\right.$, où $s \in \mathbb{R}$.

a. Les droites Δ_1 et Δ_2 sont parallèles.

b. Les droites Δ_1 et Δ_2 sont orthogonales.

c. Les droites Δ_1 et Δ_2 sont sécantes.

2. On considère la droite d de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1+\ t\\ y &=& 3-\ t\\ z &=& 1+2t\end{array}\right.$, où $t \in R$, et le plan P d'équation cartésienne : $4x+2y-z+3=0$.

a. La droite d est incluse dans le plan P.

b. La droite d est parallèle strictement au plan P.

c. La droite d est sécante au plan P.

3. On considère les points A(3 ; 2 ; 1), B(7 ; 3 ; 1), C(−1 ; 4 ; 5) et D(−3 ; 3 ; 5).

a. Les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

b. Les points A, B et C sont alignés.

c. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

4. On considère les plans Q et Q' d'équation cartésienne respective $3x-2y+z+1=0$ et $4x+y-z+3=0$.

a. Le point R(1 ; 1 ; −2) appartient aux deux plans.

b. Les deux plans sont orthogonaux.

c. Les deux plans sont sécants avec pour intersection la droite de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& t\\ y &=& 7t+4\\ z &=& 11t+7\end{array}\right.$, où $t \in \mathbb{R}$.

Exercice 3 4 points

On considère les suites (v_n) et (w_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} v_0 & = & \ln(4) \\ v_{n+1} & = & \ln\left(-1+2\,\mathrm{e}^{v_n}\right) \end{array}\right. \qquad \text{et} \qquad w_n = (-1 + \mathrm{e}^{v_n}.$$

On admet que la suite (v_n) est bien définie et strictement positive.

	A	B	C
1	n	v_n	w_n
2	0	1,38629436	3
3	1	1,94591015	6
4	2	2,56494936	12
5	3	3,21887582	24
6	4	3,8918203	48
7	5	4,57471098	96
8	6	5,26269019	192
9	7	5,95324333	384
10	8	6,6450909 7	768
11	9	7,33758774	1536
12	10	8,03040956	3072
13	11	8,72339402	6144
14	12	9,41645983	12288
15	13	10,1095663	24576
16	14	10,8026932	49152
17	15	11,4958302	98304
18	16	12,1889723	196608
19	17	12,8821169	393216

1. Donner les valeurs exactes de v_1 et w_0.

2. **a.** Une partie d'une feuille de calcul où figurent les indices et les termes des suites (v_n) et (w_n) est reproduite ci-contre.

Parmi les trois formules ci-dessous, choisir la formule qui, saisie dans la cellule B3 puis recopiée vers le bas, permettra d'obtenir les valeurs de la suite (v_n) dans la colonne B.

Formule 1	LN(−1 + 2 * EXP(B2))
Formule 2	= LN(−1 + 2 * EXP(B2))
Formule 3	= LN(−1 + 2 * EXP(A2))

b. Conjecturer le sens de variation de la suite (v_n).

c. À l'aide d'un raisonnement par récurrence, valider votre conjecture concernant le sens de variation de la suite (v_n).

3. **a.** Démontrer que la suite (w_n) est géométrique.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $v_n = \ln\left(1 + 3 \times 2^n\right)$.

c. Déterminer la limite de la suite (v_n).

4. Justifier que l'algorithme suivant écrit en langage Python renvoie un résultat quel que soit le choix de la valeur du nombre S.

```
from math import*
def seuil(S):
    V=ln(4)
    n=0
    while V < S :
      n=n+1
      V=ln(2*exp(V)-1)
    return(n)
```

Exercice 4 **6 points**

Partie A : dénombrement

On considère l'ensemble des nombres entiers relatifs **non nuls** compris entre -30 et 30 ; cet ensemble peut s'écrire ainsi : $\{-30\ ;\ -29\ ;\ -28\ ;\ \dots -1\ ;\ 1\ ;\ \dots\ ;\ 28\ ;\ 29\ ;\ 30\}$. Il comporte 60 éléments.
On choisit dans cet ensemble successivement et sans remise un entier relatif a puis un entier relatif c.

1. Combien de couples $(a\ ;\ c)$ différents peut-on ainsi obtenir ?

On considère l'évènement M : « l'équation $ax^2+2x+c=0$ possède deux solutions réelles distinctes », où a et c sont les entiers relatifs précédemment choisis.

2. Montrer que l'évènement M a lieu si et seulement si $ac<1$.
3. Expliquer pourquoi l'évènement contraire $\overline{M}$ comporte 1 740 issues.
4. Quelle est la probabilité de l'évènement M ? On arrondira le résultat à 10^{-2}.

Partie B : équation différentielle

On considère l'équation différentielle

$$(E):\quad y'+10y=\left(30x^2+22x-8\right)\mathrm{e}^{-5x+1}\quad \text{avec}\quad x\in\mathbb{R}$$

où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y'+10y=0$.
2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

   $$f(x)=(6x^2+2x-2)\,\mathrm{e}^{-5x+1}.$$

   On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Justifier que f est une solution particulière de (E).
3. Donner l'expression de toutes les solutions de (E).

Partie C : étude de fonction

On propose d'étudier dans cette partie la fonction f rencontrée à la partie B question 2.
On rappelle que, pour tout réel x, $f(x)=\left(6x^2+2x-2\right)\mathrm{e}^{-5x+1}$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.

1. On admet que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$.
   Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$
2. En utilisant la partie A, montrer que $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points (les coordonnées de ces points ne sont pas attendues).
3. En utilisant les parties A et B, montrer que $\mathscr{C}_f$ possède deux tangentes horizontales.
4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f.
5. Déterminer en justifiant le nombre de solution(s) de l'équation $f(x)=1$.
6. Pour tout réel m strictement supérieur à 0,2, on définit I_m par $I_m=\displaystyle\int_{0,2}^{m} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \left(-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{-5x+1}$$

est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

b. Existe-t-il une valeur de m pour laquelle $I_m = 0$?
Interpréter graphiquement ce résultat.

Baccalauréat Nouvelle-Calédonie 20 novembre 2025
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 1

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.
La qualité de rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Exercice 1 — 5 points

On dispose d'un sac et de deux urnes A et B.

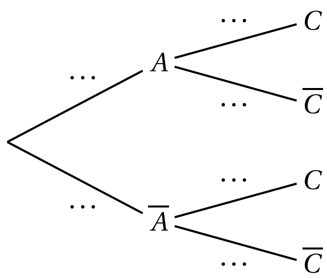
- Le sac contient 4 boules : 1 boule avec la lettre A et 3 boules avec la lettre B.
- L'urne A contient 5 billets : 3 billets de 50 euros et 2 billets de 10 euros.
- L'urne B contient 4 billets : 1 billet de 50 euros et 3 billets de 10 euros.

Un joueur prend au hasard une boule dans le sac :

- si c'est une boule avec la lettre A, il prend au hasard un billet dans l'urne A.
- si c'est une boule avec la lettre B, il prend au hasard un billet dans l'urne B.

On note les évènements suivants :

- A : le joueur obtient une boule avec la lettre A.
- C : le joueur obtient un billet de 50 euros.



1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre représentant la situation.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement « *le joueur obtient une boule avec la lettre* A *et un billet de* 50 € ?
3. Démontrer que la probabilité $P(C)$ est égale à 0,337 5.
4. Le joueur a obtenu un billet de 10 euros.
   L'affirmation « *Il y a plus de* 80 % *de chances qu'il ait au préalable obtenu une boule avec la lettre* B » est-elle vraie ? Justifier.
5. On note X_1 la variable aléatoire qui donne la somme, en euros, obtenue par le joueur.
   Exemple : si le joueur obtient un billet de 50 €, on a $X_1 = 50$.
   Montrer que l'espérance $E(X_1)$ est égale à 23,50 et que la variance $V(X_1)$ est égale à 357,75.
6. Après avoir remis la boule dans le sac et le billet dans l'urne où il a été pris, le joueur joue une deuxième partie. On note X_2 la variable aléatoire qui donne la somme obtenue par le joueur lors de cette deuxième partie.
   On note Y la variable aléatoire ainsi définie : $Y = X_1 + X_2$.
   a. Montrer que $E(Y) = 47$.
   b. Expliquer pourquoi on a $V(Y) = V(X_1) + V(X_2)$.

7. Le joueur joue d'eux-mêmes une troisième, une quatrième,..., une centième partie.
   On définit donc de la même façon les variables aléatoires $X_3, X_4, \ldots, X_{100}$.
   On note Z la variable aléatoire définie par $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_{100}$.
   Démontrer que la probabilité que Z appartienne à l'intervalle $]1950\ ;\ 2750[$ est supérieure ou égale à 0,75.

Exercice 2 — 4 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k}\right)$, on considère les points :

$$\text{A}(4\ ;\ -4\ ;\ 4),\quad \text{B}(5\ ;\ -3\ ;\ 2),\quad \text{C}(6\ ;\ -2;\ ;\ 3),\quad \text{D}(5;\ 1;\ 1)$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x - y - 8 = 0.$$

3. On note d la droite passant par le point D et orthogonale au plan (ABC).
   - **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.
   - **b.** On note H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
     Déterminer les coordonnées du point H.
   - **c.** Montrer que DH $= 2\sqrt{2}$.
4. - **a.** Montrer que le volume de la pyramide ABCD est égal à 2.
     On rappelle que le volume V d'une pyramide se calcule à l'aide de la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

     où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base de la pyramide et h la hauteur correspondante.
   - **b.** On admet que l'aire du triangle BCD est égale à $\dfrac{\sqrt{42}}{2}$.
     En déduire la valeur exacte de la distance du point A au plan (BCD).

Exercice 3 6 points

On considère n un entier naturel non nul.
On considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $[0~;~1]$ par :

$$f_n(x) = x^n \mathrm{e}^{1-x}.$$

On admet que la fonction f_n est dérivable sur $[0~;~1]$ et on note f_n' sa fonction dérivée.

Partie A

Dans cette partie on étudie le cas où $n = 1$.
On étudie donc la fonction f_1 définie sur $[0~;~1]$ par :

$$f_1(x) = x\mathrm{e}^{1-x}.$$

1. Montrer que $f_1'(x)$ est strictement positive pour tout réel x de $[0~;~1[$.
2. En déduire le tableau de variations de la fonction f_1 sur l'intervalle $[0~;~1]$.
3. En déduire que l'équation $f_1(x) = 0{,}1$ admet une unique solution dans l'intervalle $[0~;~1]$

Partie B

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par

$$u_n = \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{c'est-à-dire} \quad u_n = \int_0^1 x^n \mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x.$$

On admet que $u_1 = \mathrm{e} - 2$.

1. **a.** Justifier que pour tout $x \in [0~;~1]$ et pour tout entier naturel n non nul,

$$0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n$$

.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n non nul,

$$0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n.$$

   c. Montrer que la suite (u_n) est convergente.

2. **a.** À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que pour tout entier naturel n non nul on a :

$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1.$$

   b. On considère le script Python ci-dessous définissant la fonction `suite()` :

```
from math import exp

def suite():
  u = ...
  for n in range (1, ...):
      u = ...
  return
```

Recopier et compléter le script Python ci-dessus pour que la fonction `suite(n)` renvoie la valeur de $\displaystyle\int_0^1 x^8\,\mathrm{e}^{1-x}\,\mathrm{d}x$.

3. **a.** Démontrer que pour tout entier naturel n non nul on a :

$$u_n \leqslant \frac{\mathrm{e}}{n+1}.$$

b. En déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 4 — 5 points

*Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**, en justifiant la réponse.*
Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.
Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(x) - x^2.$$

Affirmation 1 : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

2. On considère l'équation différentielle

$$(E):\quad -2y' + 3y = \sin x + 8\cos x.$$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2\cos x - \sin x.$$

Affirmation 2 : La fonction f est solution de l'équation différentielle (E).

3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(3x+1) + 8.$$

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 25$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = g(u_n).$$

On admet que la suite (u_n) est strictement positive.
Affirmation 3 : La suite (u_n) est décroissante.

4. On considère une fonction affine h définie sur $\mathbb{R}$.
On note k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = x^4 + x^2 + h(x)$.
Affirmation 4 : La fonction k est convexe sur $\mathbb{R}$.

5. Une anagramme d'un mot est le résultat d'une permutation des lettres de ce mot.
Exemple : le mot BAC est possède 6 anagrammes : BAC, BCA, ABC, ACB, CAB, CBA.
Affirmation 5 : Le mot EULER possède 120 anagrammes.

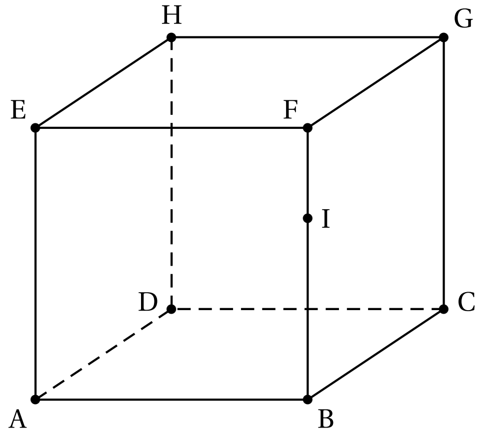
Baccalauréat Nouvelle-Calédonie 21 novembre 2025
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.
La qualité de rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Exercice 1 — 4 points

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

On considère un cube ABCDEFGH d'arête 1 et le point I défini par $\overrightarrow{FI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$.
On pourra se placer dans le repère orthonormé de l'espace $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.



1. On considère le triangle HAC.
   Affirmation 1 : Le triangle HAC est un triangle rectangle.
2. On considère les droites (HF) et (DI).
   Affirmation 2 : Les droites (HF) et (DI) sont sécantes.
3. On considère un réel α appartenant à l'intervalle $]0\,;\,\pi[$.
   On considère le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}\sin(\alpha)\\ \sin(\pi-\alpha)\\ \sin(-\alpha)\end{pmatrix}$.
   Affirmation 3 : Le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur normal au plan (FAC).
4. Le cube ABCDEFGH possède 8 sommets. On s'intéresse au nombre N de segments que l'on peut construire en reliant 2 sommets distincts quelconques du cube.
   Affirmation 4 : $N = \frac{8^2}{2}$.

Exercice 2 6 points

Dans le repère orthonormé (O; I, J) ci-contre, on a représenté :

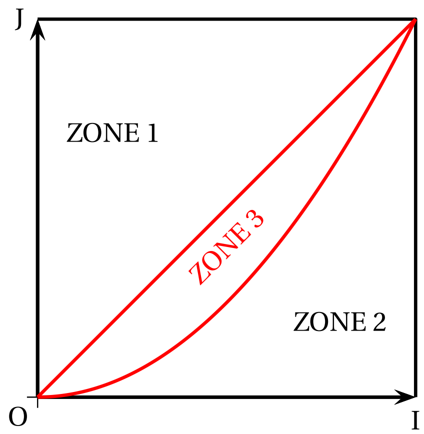
— la droite d'équation $y = x$;

— la droite d'équation $y = 1$;

— la droite d'équation $x = 1$;

— la parabole d'équation $y = x^2$.

On peut ainsi partager le carré OIKJ en trois zones.



Les parties B *et* C *peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre*

Partie A

Démontrer les résultats figurant dans le tableau ci-dessous.

ZONE	ZONE 1	ZONE 2	ZONE 3
AIRE	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{6}$

Partie B : un premier jeu

Un joueur lance une fléchette sur le carré ci-dessus. On admet que la probabilité qu'elle tombe sur une zone est égale à l'aire de cette zone. Ainsi, la probabilité que la fléchette tombe sur la ZONE 3 est égale à $\dfrac{1}{6}$.

- Si la fléchette tombe sur la ZONE 3, alors le joueur lance une pièce équilibrée. Si la pièce tombe sur PILE, alors le joueur gagne, sinon il perd.
- Si la fléchette tombe sur une autre zone que la ZONE 3, alors le joueur lance un dé équilibré à six faces. Si le dé tombe sur la FACE 6, alors le joueur gagne, sinon il perd.

On note les évènements suivants :

T : « la fléchette tombe sur la ZONE 3 »;

G : « le joueur gagne ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\dfrac{2}{9}$.
3. On sait que le joueur a gagné. Quelle est la probabilité que la fléchette soit tombée sur la ZONE 3?

Partie C : un second jeu

Un joueur, appelé joueur n^{o} 1, lance une fléchette sur le carré précédent. Comme dans la partie B, on admet que la probabilité que la fléchette tombe sur chacune des zones est égale à l'aire de cette zone.
Le joueur gagne une somme égale, en euros, au numéro de la zone. Par exemple, si la fléchette tombe sur la ZONE 3, le joueur gagne 3 euros.
On note X_1 la variable aléatoire donnant le gain du joueur n° 1. On note respectivement $E(X_1)$ et $V(X_1)$ l'espérance et la variance de la variable aléatoire X_1.

1. **a.** Calculer $E(X_1)$.
   b. Montrer que $V(X_1) = \dfrac{5}{9}$.
2. Un joueur n° 2 et un joueur n° 3 jouent à leur tour, dans les mêmes conditions que le joueur n° 1. On admet que les parties de ces trois joueurs sont indépendantes les unes des autres.
   On note X_2 et X_3 les variables aléatoires donnant les gains des joueurs n° 2 et n° 3. On note Y la variable aléatoire définie par $Y = X_1 + X_2 + X_3$.
   a. Déterminer la probabilité que l'on ait $Y = 9$.
   b. Calculer $E(Y)$.
   c. Justifier que $V(Y) = \dfrac{5}{3}$.

Exercice 3 — 5 points

On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = \ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} + 2\right)$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \ln(9)$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

1. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que $f(2\ln(2)) = 2\ln(2)$.
3. Montrer que $u_1 = \ln(5)$.
4. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a :

$$2\ln(2) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$

5. En déduire que la suite (u_n) converge.
6. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $X^2 - X - 2 = 0$.
   b. En déduire l'ensemble des solutions sur R de l'équation :

$$\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 2 = 0$$

   c. En déduire l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = x$.
   d. Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 4 — 5 points

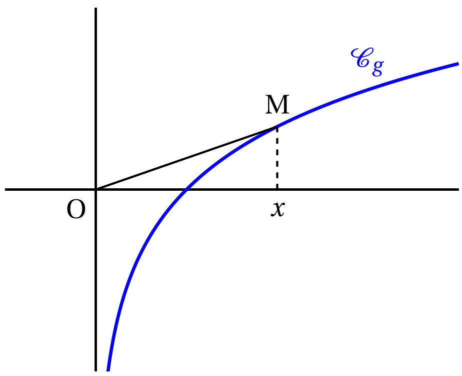
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2} + 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
   En déduire les éventuelles asymptotes à la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, on a :
   $$f'(x) = \frac{1 - 2\ln(x)}{x^3}$$
3. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
4. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution, notée α, sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
   b. Donner un encadrement du réel α d'amplitude 0,01.
   c. En déduire le signe de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
5. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :
   $$g(x) = \ln(x)$$
   On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé d'origine O. On considère un réel x strictement positif et le point M de la courbe $\mathscr{C}_g$ d'abscisse x. On note OM la distance entre les points O et M.

   a. Exprimer la quantité OM^2 en fonction du réel x.
   b. Montrer que, lorsque le réel x parcourt l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, la quantité OM^2 admet un minimum en α.
   c. La valeur minimale de la distance OM, lorsque le réel x parcourt l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, est appelée distance du point O à la courbe $\mathscr{C}_g$. On note d cette distance.
   Exprimer d à l'aide de α.



Index