

Bac – Métropole – jour 1 – juin 2024

Métropole – 19 juin 2024

Spécialité maths – Sujet 1 – Correction

L'énoncé de ce sujet de bac est disponible [ici](https://toutmonexam.fr/epreuve.php?id=5916) (<https://toutmonexam.fr/epreuve.php?id=5916>).

Ex 1

Exercice 1

1. • D'après les limites composées $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$. Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

Par conséquent, l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe C_f .

Affirmation 1 vraie.

- La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

Pour tout réel x on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 5e^{-x} - 5xe^{-x} \\ &= 5(1 - x)e^{-x} \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} f'(x) + f(x) &= 5e^{-x} - 5xe^{-x} + 5xe^{-x} \\ &= 5e^{-x} \end{aligned}$$

La fonction f est bien solution de l'équation différentielle (E) .

Affirmation 2 vraie

2. • Si on considère les suites (u_n) , (v_n) et (w_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -1$, $w_n = 1$ et $v_n = (-1)^n$.

On a bien $u_n \leq v_n \leq w_n$ ainsi que (u_n) converge vers -1 et (w_n) converge vers 1 .

Or (v_n) n'admet pas de limite.

Affirmation 3 fausse

Remarque : Les deux suites (u_n) et (w_n) sont constantes. Il n'était pas précisé dans l'énoncé que les suites devaient être strictement monotones.

On peut cependant le faire en considérant, pour tout entier naturel n , $u_n = -1 - \frac{1}{n}$ et $w_n = 1 + \frac{1}{n}$.

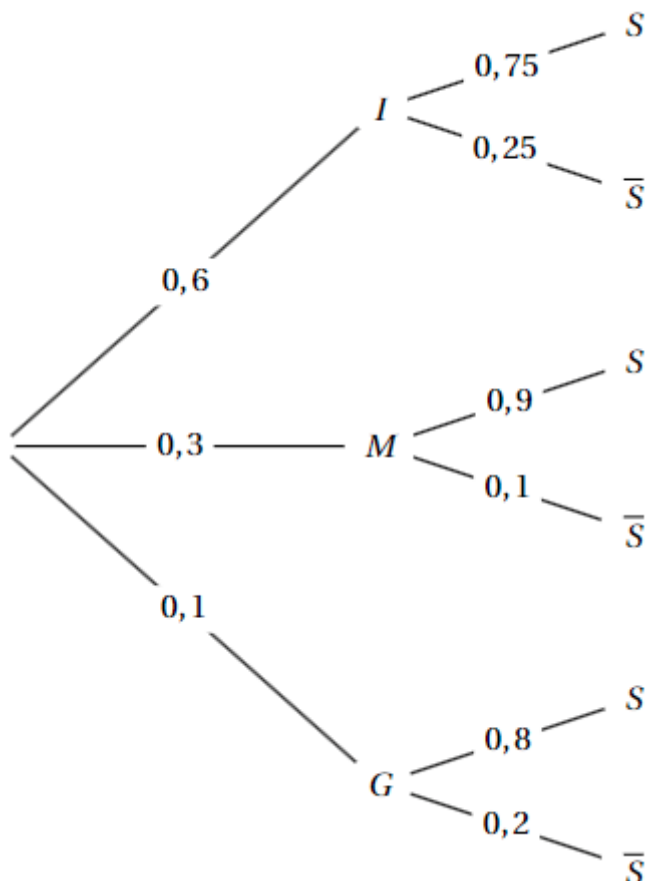
- La suite (u_n) est croissante donc, pour entier naturel n , on a $u_0 \leq u_n$.
- La suite (w_n) est décroissante donc, pour tout entier naturel n , on a $w_n \leq w_0$.
- Or $u_n \leq v_n \leq w_n$ donc $u_0 \leq u_n \leq v_n \leq w_n \leq w_0$.

Affirmation 4 vraie

Ex 2

Exercice 2

1. On obtient l'arbre pondéré suivant :



([https://www.annales2maths.com/wp-content/](https://www.annales2maths.com/wp-content/uploads/2024/06/bac-metropole-juin-2024-jour-1-ex2-arbre-pondere.png)

[uploads/2024/06/bac-metropole-juin-2024-jour-1-ex2-arbre-pondere.png](https://www.annales2maths.com/wp-content/uploads/2024/06/bac-metropole-juin-2024-jour-1-ex2-arbre-pondere.png))

2. On veut calculer

$$\begin{aligned}
 P(S \cap I) &= P(I)P_I(S) \\
 &= 0,6 \times 0,75 \\
 &= 0,45
 \end{aligned}$$

La probabilité que le client ait réalisé son achat sur internet et soit satisfait du service clientèle est égale à 0,45.

Ex 3

Exercice 3

1. a. On a $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -25/2 \end{pmatrix}$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires car ils n'ont pas la même composante nulle.

D'une part $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = -5 + 5 + 0 = 0$

D'autre part $\vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 + 0 + 0 = 0$

Ainsi $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (CAD) .

Il est donc normal au plan (CAD) .

b. Une équation cartésienne du plan (CAD) est donc de la forme $x - y + d = 0$

Or $C(0; 0; 10)$ appartient à ce plan. Donc $0 - 0 + d = 0 \Leftrightarrow d = 0$.

Une équation cartésienne du plan (CAD) est donc $x - y = 0$.

2. **a.** Si on prend $t = 1$ dans la représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ on obtient le point de coordonnées $\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; 0\right)$.

De plus $\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0$: Le point précédent appartient également au plan (CAD) .

Par conséquent H a pour coordonnées $\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; 0\right)$.

b. On a $\overrightarrow{BH} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ -5/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{5}{2}\vec{n}$.

Donc $\overrightarrow{BH}$ est normal au plan (CAD) .

Par conséquent H est le projeté orthogonal de B sur le plan (CAD) .

3. **a.** (BH) est orthogonal au plan (CAD) . Elle est donc en particulier orthogonale à la droite (AH) . H appartient à ces deux droites. Elles sont donc perpendiculaires.
Ainsi ABH est rectangle en H .

Ex 4

Exercice 4

Partie A : étude de la fonction f

1. **a.** $\lim_{x \rightarrow 0} x - 2 = -2$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$

Donc $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

b. La fonction f est dérivable par hypothèse sur $]0; +\infty[$.

Pour tout réel $x > 0$ on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + \frac{1}{2x} \\ &= \frac{2x + 1}{2x} \end{aligned}$$

c. Pour tout réel $x > 0$ on a $2x + 1 > 0$ et $2x > 0$ donc $f'(x) > 0$.

La fonction f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

d. f' est dérivable sur $]0; +\infty[$ par hypothèse.

Pour tout réel $x > 0$ on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -\frac{1}{2x^2} \\ &< 0 \end{aligned}$$

La fonction f est donc concave sur $]0; +\infty[$.

2. **a.** La fonction f est continue (car dérivable) et strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

De plus $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty; +\infty[$.

D'après le théorème de la bijection (ou corollaire du théorème des valeurs intermédiaires) l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]0; +\infty[$.

$$f(1) = 1 - 2 = -1 < 0 \text{ et } f(2) = \frac{1}{2} \ln(2) > 0.$$

Ainsi $f(1) \leq f(\alpha) \leq f(2)$. La fonction f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ donc $1 \leq \alpha \leq 2$.

Énoncé



Télécharger (PDF, 479KB) (https://cdn.ti-planet.org/downloads2/1718806148/spe_mathematiques_2024_metropole_1_sujet_officiel_1.pdf)

Bac G (<https://www.annales2maths.com/category/bac-g/>) 2024 (<https://www.annales2maths.com/tag/2024/>)
 permalink (<https://www.annales2maths.com/corrige-bac-metropole-jour-1-juin-2024/>)

Me contacter (<mailto:contact@annales2maths.com>)

(<https://www.facebook.com/annales2maths/>)

(<https://twitter.com/annales2maths>)

(<https://www.instagram.com/annales2maths/>)

(<https://www.snapchat.com/add/annales2maths1>)

Suivre
l'actualité





(<http://www.loquidy.net/concours-et-resultats.html>)

Informations diverses

Comment réviser? (<https://www.annales2maths.com/comment-travailler-ses-maths/>)

Soutien scolaire (<https://www.annales2maths.com/soutien-scolaire/>)

© 2014 - 2023 Corrections de sujets de mathématiques de baccalauréats et de brevets des collèges