

Logarithme népérien

Une fiche de cours de Stéphane Pasquet - Mise à jour : 6 mai 2021

(<https://coursapasquet.fr>)

(<https://mathweb.fr>)

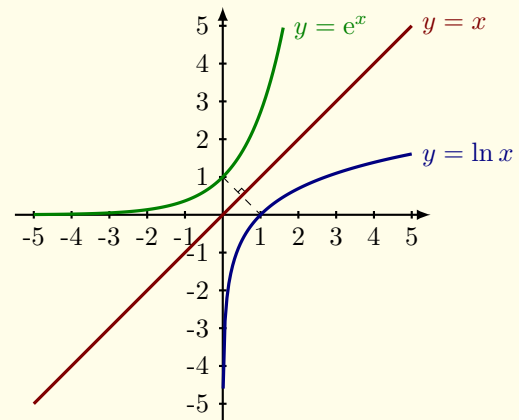
Définition

La fonction *logarithme népérien* est la fonction notée $\ln$, définie sur $]0; +\infty[$, telle que :

$$\ln(e^x) = e^{\ln x} = x$$

pour tout $x > 0$.

On dit que les fonctions exponentielle et logarithme népérien sont réciproques.



Propriétés importantes

$a > 0, b > 0, n \in \mathbb{Z}^*$.

Pour transformer des expressions

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln(a^n) = n \ln(a)$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$$

Pour résoudre des équations et des inéquations

$$a < b \iff \ln(a) < \ln(b)$$

$$a = b \iff \ln(a) = \ln(b)$$

$$a > b \iff \ln(a) > \ln(b)$$

Dérivation

$$\ln'(x) = \frac{1}{x}$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

Limites

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$$

$$n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow 0} x^n \ln(x) = 0$$

$$n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$$