

DIPLOME **N**ATIONAL DU **B**REVET

SESSION 2014

Épreuve de :

MATHÉMATIQUES**SÉRIE GÉNÉRALE***Durée de l'épreuve : 2 h 00**Coefficient : 2***Le candidat répond sur une copie modèle Éducation Nationale.**

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999).

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Exercice n° 1	5 points
Exercice n° 2	6 points
Exercice n° 3	5 points
Exercice n° 4	3 points
Exercice n° 5	4 points
Exercice n° 6	6 points
Exercice n° 7	7 points
Maîtrise de la langue	4 points

Indication portant sur l'ensemble du sujet.

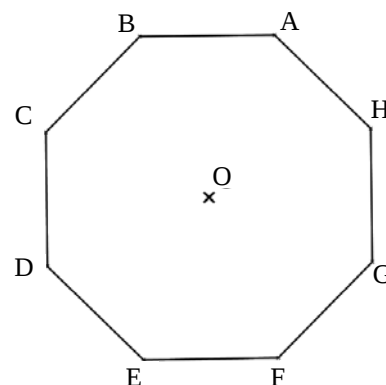
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : (5 points)

Voici un octogone régulier ABCDEFGH.

- 1) Représenter un agrandissement de cet octogone en l'inscrivant dans un cercle de rayon 3 cm. Aucune justification n'est attendue pour cette construction.
- 2) Démontrer que le triangle DAH est rectangle.
- 3) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEH}$.



Exercice 2 : (6 points)

Léa a besoin de nouveaux cahiers. Pour les acheter au meilleur prix, elle étudie les offres promotionnelles de trois magasins. Dans ces trois magasins, le modèle de cahier dont elle a besoin a le même prix avant promotion.

Magasin A

Cahier à l'unité
ou
lot de 3 cahiers pour le prix de 2.

Magasin B

Pour un cahier acheté,
le deuxième à moitié prix.

Magasin C

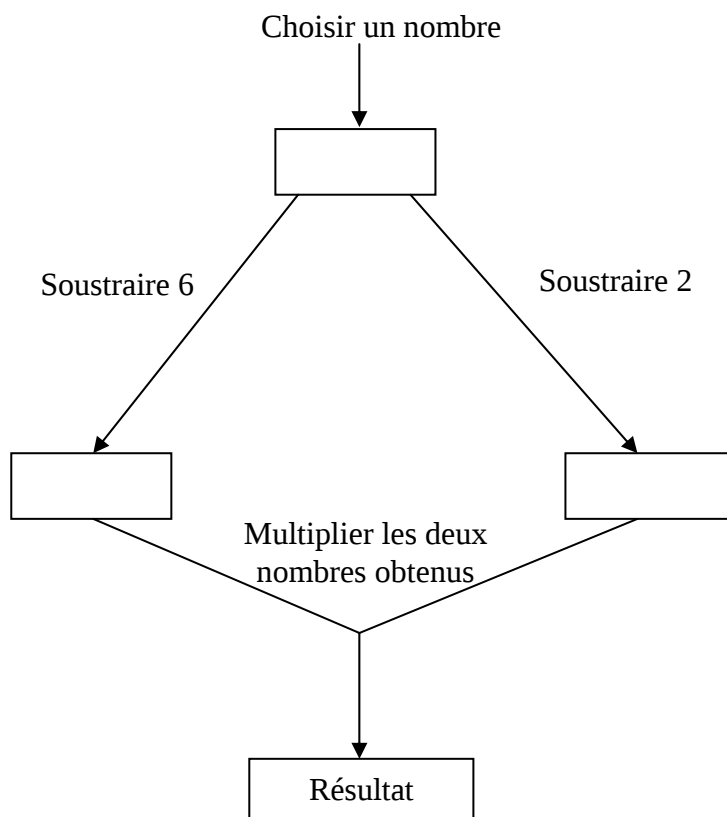
30 % de réduction sur
chaque cahier acheté.

- 1) Expliquer pourquoi le magasin C est plus intéressant si elle n'achète qu'un cahier.
- 2) Quel magasin doit-elle choisir si elle veut acheter :
 - a) deux cahiers ?
 - b) trois cahiers ?
- 3) La carte de fidélité du magasin C permet d'obtenir 10 % de réduction sur le ticket de caisse, y compris sur les articles ayant déjà bénéficié d'une première réduction.

Léa possède cette carte de fidélité, elle l'utilise pour acheter un cahier. Quel pourcentage de réduction totale va-t-elle obtenir ?

Exercice 3 : (5 points)

Voici un programme de calcul :



- 1) Montrer que si on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.
- 2) Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Proposition 1 : Le programme peut donner un résultat négatif.

Proposition 2 : Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, le programme donne $\frac{33}{4}$ comme résultat.

Proposition 3 : Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres.

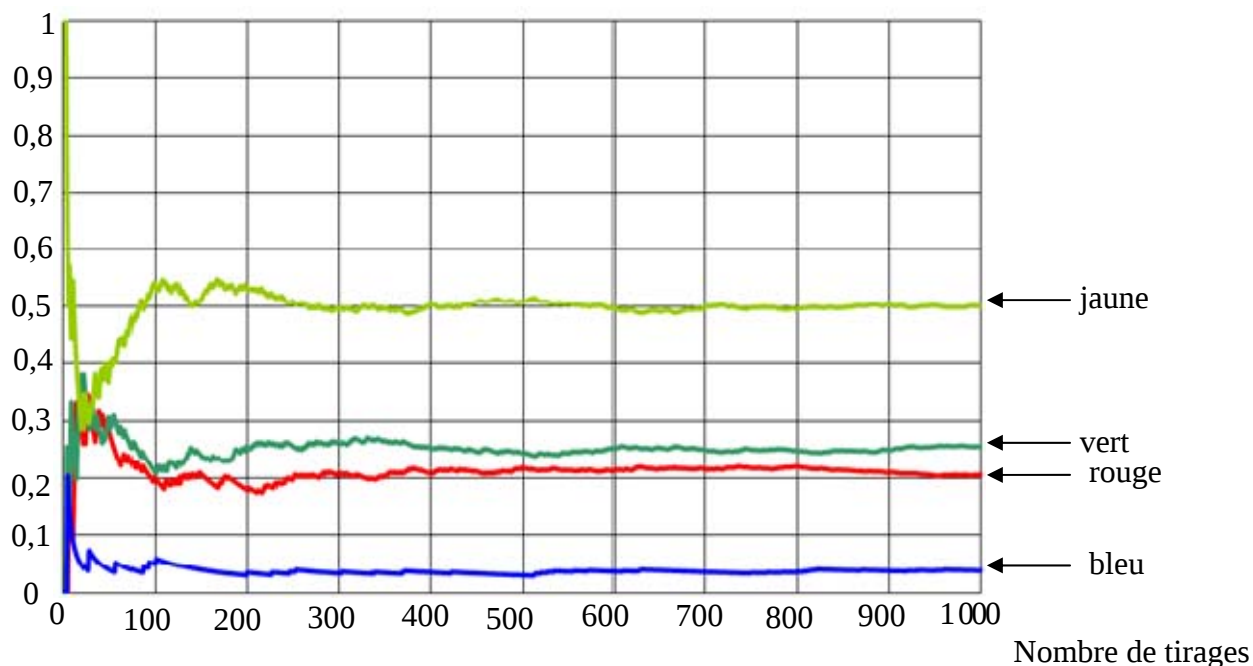
Proposition 4 : La fonction qui, au nombre choisi au départ, associe le résultat du programme est une fonction linéaire.

Exercice 4 : (3 points)

Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

- 1) Le professeur, qui connaît la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs en fonction du nombre de tirages.

Fréquence d'apparition



- a) Quelle couleur est la plus présente dans le sac ? Aucune justification n'est attendue.
- b) Le professeur a construit la feuille de calcul suivante :

	A	B	C
1	Nombre de tirages	Nombre de fois où un jeton rouge est apparu	Fréquence d'apparition de la couleur rouge
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166666667
8	7	1	0,142857143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111111111
11	10	1	0,1

Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?

- 2) On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$.

Combien y a-t-il de jetons rouges dans ce sac ?

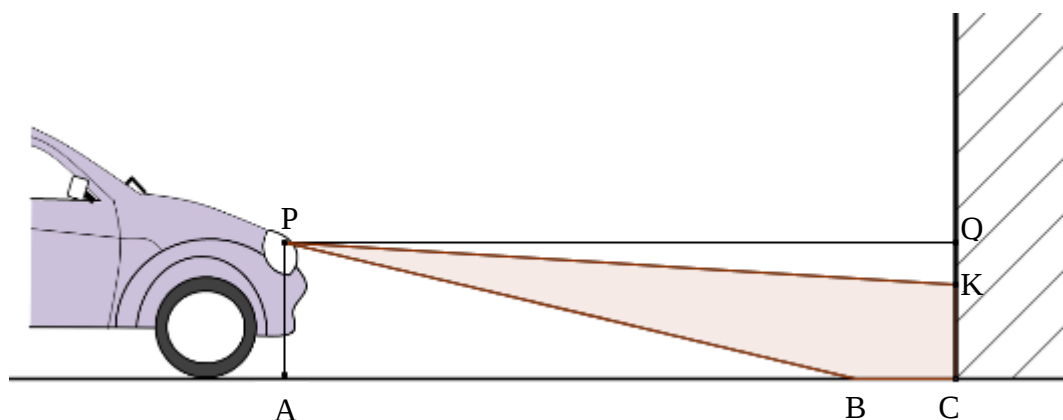
Exercice 5 : (4 points)

Dans ce questionnaire à choix multiple, pour chaque question, des réponses sont proposées, une seule est exacte. Pour chacune des questions, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Questions	Propositions
<u>Question 1</u> Quand on double le rayon d'une boule, son volume est multiplié par :	a) 2 b) 4 c) 6 d) 8
<u>Question 2</u> Une vitesse égale à $36 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ correspond à :	a) $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ b) $60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ c) $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ d) $360 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
<u>Question 3</u> Quand on divise $\sqrt{525}$ par 5, on obtient :	a) $21\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{21}$ c) $\sqrt{21}$ d) $\sqrt{105}$
<u>Question 4</u> On donne : $1\text{To (téraoctet)} = 10^{12} \text{ octets}$ et $1 \text{ Go (gigaoctet)} = 10^9 \text{ octets}$. On partage un disque dur de 1,5 To en dossiers de 60 Go chacun. Le nombre de dossiers obtenus est égal à :	a) 25 b) 1 000 c) 4×10^{22} d) $2,5 \times 10^{19}$

Exercice 6 : (6 points)

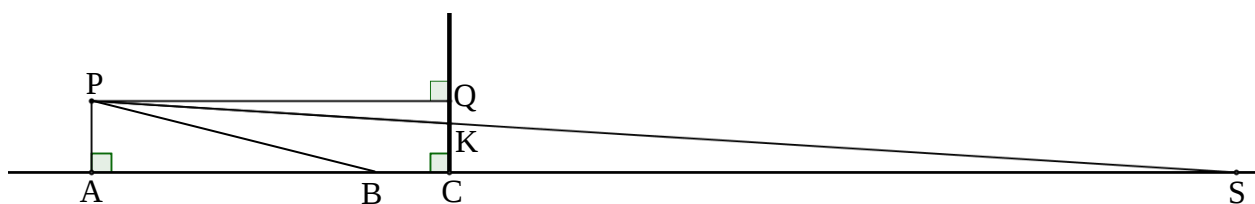
Pour savoir si les feux de croisement de sa voiture sont réglés correctement, Pauline éclaire un mur vertical comme l'illustre le dessin suivant :



Pauline réalise le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) et relève les mesures suivantes :

$PA = 0,65$ m, $AC = QP = 5$ m et $CK = 0,58$ m.

P désigne le phare, assimilé à un point.



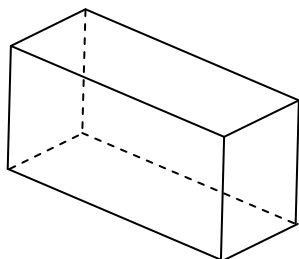
Pour que l'éclairage d'une voiture soit conforme, les constructeurs déterminent l'inclinaison du faisceau. Cette inclinaison correspond au rapport $\frac{QK}{QP}$. Elle est correcte si ce rapport est compris entre 0,01 et 0,015.

- 1) Vérifier que les feux de croisement de Pauline sont réglés avec une inclinaison égale à 0,014.
- 2) Donner une mesure de l'angle $\widehat{QPK}$ correspondant à l'inclinaison. On arrondira au dixième de degré.
- 3) Quelle est la distance AS d'éclairage de ses feux ? Arrondir le résultat au mètre près.

Exercice 7 : (7 points)

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.

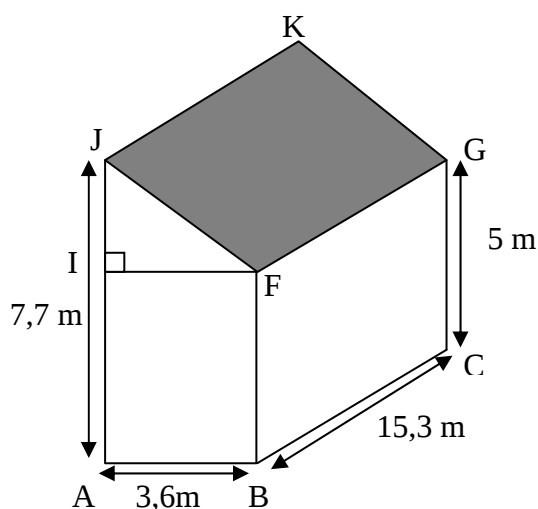
Information 1 : Dimensions des bottes de paille : $90 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}$.



Information 2 : Le prix de la paille est de 40 € par tonne.

Information 3 : 1 m^3 de paille a une masse de 90 kg.

- 1) Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).
- 2) Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques. Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.



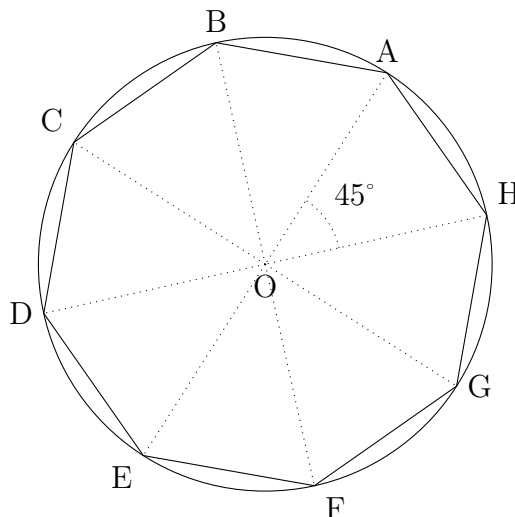
Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur. Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

- a) Combien de bottes devra-t-il commander ?
- b) Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Correction

Exercice 1 (5 points)

- 1 On trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm puis on place le point A n'importe où sur le cercle (à peu près comme sur la figure de l'énoncé).
Ensuite, on se dit que pour un octogone régulier, l'angle au centre est $360^\circ \div 8 = 45^\circ$. Donc on place le point B de sorte que $\widehat{AOB} = 45^\circ$. On fait de même pour les autres points.



- 2 Par construction, $\widehat{HOD} = 4 \times 45^\circ = 180^\circ$ donc [DH] est un diamètre du cercle.
De plus, A est sur le cercle.
Or, tout triangle inscrit dans un cercle dont un côté est un diamètre est rectangle.
Ainsi, DAH est rectangle en A.
- 3 L'angle $\widehat{BEH}$ intercepte le petit arc $\widehat{BH}$ et est inscrit dans le cercle. Ainsi, sa mesure est la moitié de l'angle au centre $\widehat{BOH}$ qui intercepte le même arc.
Ainsi, $\widehat{BEH} = 2 \times 45 \div 2 = 45^\circ$.

Exercice 2 (6 points)

- 1 Dans les magasins A et B, le premier cahier est au prix normal, alors que dans le magasin C, la réduction porte directement sur le premier cahier acheté.
Donc si Léa achète un seul cahier, le magasin C est plus intéressant.
- 2 a. Pour deux cahiers, le magasin A n'est pas intéressant car l'avantage ne porte que sur un lot de 3 cahiers.
Dans le magasin B, elle devra payer le prix normal d'un cahier plus sa moitié, soit 1,5 fois le prix d'un cahier.
Dans le magasin C, un cahier vaut 70 % du prix normal, soit 0,7 fois son prix. Donc, pour deux cahiers, elle paiera $0,7 \times 2$ fois le prix d'un cahier, donc 1,4 fois le prix d'un cahier.
Le magasin C est donc plus intéressant pour 2 cahiers.
- b. Pour 3 cahiers, dans le magasin A, elle paiera 2 fois le prix d'un cahier.
Dans le magasin B, $1,5 + 1$ fois, soit 2,5 fois le prix d'un cahier.
Dans le magasin C, $3 \times 0,7$ fois, soit 2,1 fois le prix d'un cahier.
Le magasin A est donc plus intéressant pour 3 cahiers.

3 Posons x le prix d'un cahier.

30 % de réduction mène au prix de $0,7x$.

À cela s'ajoutent 10 % de $0,7x$, donc le prix final sera : $0,9 \times 0,7x = 0,63x$.

$1 - 0,63 = 0,37$ donc le pourcentage total sera de 37 %.

Exercice 3 (5 points)

1 On choisit « 8 » comme nombre de départ.

$8 - 6 = 2$ et $8 - 2 = 6$. $2 \times 6 = 12$ donc le résultat final est 12.

2 Pour vérifier si les affirmations sont vraies ou fausses, posons x le nombre de départ.

Ainsi, le nombre final sera :

$$(x - 6)(x - 2) = x^2 - 2x - 6x + 12 = x^2 - 8x + 12.$$

Proposition 1 : VRAIE. En effet, le produit $(x - 6)(x - 2)$ est négatif quand on choisit x entre 2 et 6. Par exemple, si $x = 4$, le résultat final sera $(4 - 6)(4 - 2) = -2 \times 2 = -4 < 0$.

Proposition 2 : VRAIE. si on choisit $x = \frac{1}{2}$, le résultat final sera :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 8 \times \frac{1}{2} + 12 &= \frac{1}{4} - 4 + 12 = \frac{1}{4} + 8 \\ &= \frac{1 + 32}{4} \\ &= \frac{33}{4}. \end{aligned}$$

Proposition 3 : VRAIE. Le produit $(x - 2)(x - 6)$ s'annule pour $x = 2$ et $x = 6$.

Proposition 4 : FAUX car une fonction linéaire est de la forme ax . Or, le résultat final est $x^2 - 8x + 12$.

Exercice 4 (3 points)

1 a. La couleur la plus présente dans le sac est le jaune car la fréquence d'apparition des jetons jaunes est plus forte que les autres.

b. La formule qui permet de calculer la fréquence est : $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$ donc la formule à rentrer dans la cellule C2 est :

$$=B2/A2$$

car B2 représente le nombre de jetons obtenus et A2 représente le nombre de tirages.

2 Il y a 20 jetons au total et la probabilité d'obtenir un jeton rouge se calcule en faisant : $\frac{\text{nombre de jetons rouges}}{20}$. Si cette probabilité est égale à $\frac{1}{5}$, c'est que le nombre de jetons

rouges est le cinquième de 20, soit $\frac{20}{5} = 4$.

Il y a donc 4 jetons rouges.

Exercice 5 (4 points)**Question 1 :** Réponse (d) : 8.En effet, on multiplie par 2^3 le volume, soit 8.**Question 2 :** Réponse (a).En effet, 36 km, c'est 36 000 m et 1 h = 3 600 s. Or, $36\,000 \div 3\,600 = 10$. Donc 36 km/h = 10 m/s.**Question 3 :** Réponse (c).En effet, $\sqrt{525} = \sqrt{25 \times 21} = 5\sqrt{21}$ donc en divisant par 5, il reste $\sqrt{21}$.**Question 4 :** Réponse (a).En effet, 1,5 To = $1,5 \times 10^{12}$ octets et 60 Go = 60×10^9 octets.Et $\frac{1,5 \times 10^{12}}{60 \times 10^9} = 25$.**Exercice 6** (6 points)**1** $PA = QC = 0,65$ m et $CK = 0,58$ m donc $QK = 0,65 - 0,58 = 0,07$ m.Ainsi, $\frac{QK}{QP} = \frac{0,07}{5} = \underline{0,014}$.**2** Le triangle QPK est rectangle en Q donc :

$$\tan \widehat{QPK} = \frac{QK}{QP}$$

$$= 0,014$$

$$\widehat{QPK} = \tan^{-1}(0,014)$$

$$\boxed{\widehat{QPK} \approx 0,8^\circ}$$

3 Le triangle PAS est rectangle en A donc :

$$\tan \widehat{APS} = \frac{AS}{AP}$$

$$\tan(90 - 0,8) = \frac{AS}{0,65}$$

$$AS = 0,65 \times \tan(89,2)$$

$$AS \approx 46,55$$

Ainsi, $AS \approx 47$ mètres.**Exercice 7** (7 points)**1** Le volume (en m^3) d'une botte de paille est :

$$0,9 \times 0,45 \times 0,35 = 0,14175.$$

Sa masse (en kg) est donc :

$$90 \times 0,14175 = 12,7575.$$

40 € pour 1 000 kg donne x € pour 12,7575 kg.

$$x = \frac{40 \times 12,7575}{1\,000} = 0,5103.$$

Le prix d'une botte de paille est donc bien égal à 0,51 €.

- 2** a. $15,3 \div 0,45 = 34$ donc il devra mettre 34 bottes de pailles en longueur.
Le triangle IJF est rectangle en I donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} JF^2 &= IJ^2 + IF^2 \\ &= 2,7^2 + 3,6^2 \\ &= 20,25 \\ JF &= \sqrt{20,25} \\ JF &= 4,5 \end{aligned}$$

Et $4,5 \div 0,9 = 5$ donc il mettra 5 bottes en largeur.

$5 \times 34 = 170$ donc il lui faudra 170 bottes de pailles en tout.

- b. $0,51 \times 170 = 86,7$. Le coût total de paille est donc 86,70 €.