DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2013

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Durée de l'épreuve : 2 h 00
Coefficient : 2

Le candidat répondra sur une copie modèle Éducation Nationale.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 sur 6 à 6 sur 6

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée

(*circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999*)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Barème

Exercice 1 :	**6 points**
Exercice 2 :	**5 points**
Exercice 3 :	**3 points**
Exercice 4 :	**7 points**
Exercice 5 :	**8 points**
Exercice 6 :	**7 points**

Maîtrise de la langue : 4 points

Exercice 1 (6 points)

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3003 dragées au chocolat et 3731 dragées aux amandes.

1) Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles. Chaque corbeille doit avoir la même composition.

Combien lui reste-t-il de dragées non utilisées ?

2) Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.

a) Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.

b) Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins. Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

** Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boîte par exemple.*

Exercice 2 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Toute réponse exacte vaut 1 point. Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte (A ou B ou C).

	A	B	C
1) $\sqrt{(-5)^2}$	N'existe pas	Est égal à - 5	Est égal à 5
2) Si deux surfaces ont la même aire alors	elles sont superposables.	elles ont le même périmètre.	leurs périmètres ne sont pas forcément égaux.
3) Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5)$	f est une fonction affine.	f est une fonction linéaire.	f n'est pas une fonction affine.
4) Hicham a récupéré les résultats d'une enquête sur les numéros qui sont sortis ces dernières années au loto. Il souhaite jouer lors du prochain tirage.	Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui sont souvent sortis.	Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui ne sont pas souvent sortis.	L'enquête ne peut pas l'aider.
5) Une expression factorisée de $(x-1)^2 - 16$ est ...	$(x+3)(x-5)$	$(x-4)(x+4)$	$x^2 - 2x - 15$

Exercice 3 **(3 points)**

« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »

Est-ce vrai ? Justifier.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 4 **(7 points)**

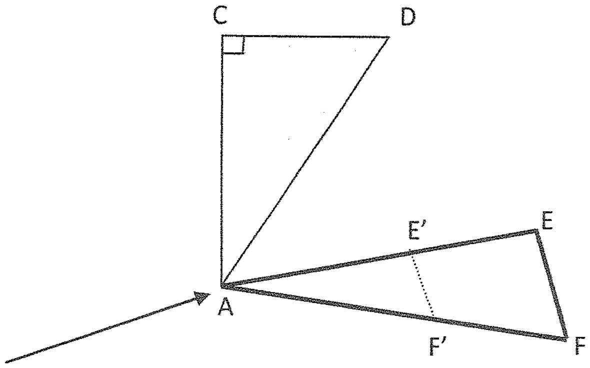
Une commune souhaite aménager des parcours de santé sur son territoire. On fait deux propositions au conseil municipal, schématisés ci-dessous :

- le parcours ACDA
- le parcours AEFA

Ils souhaitent faire un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km.

Peux-tu les aider à choisir le parcours ? Justifie.

Attention : la figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle, mais les codages et les dimensions données sont correctes.



Départ et arrivée.

(E'F') // (EF)

L'angle $\hat{A}$ dans le triangle AEF vaut 30°

AC = 1,4 km

CD = 1,05 km

AE' = 0,5 km

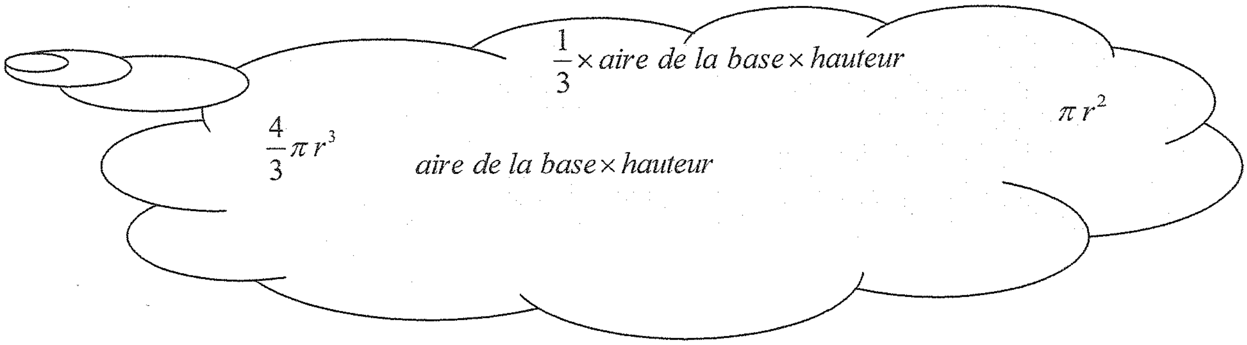
AE = 1,3 km

AF = 1,6 km

E'F' = 0,4 km

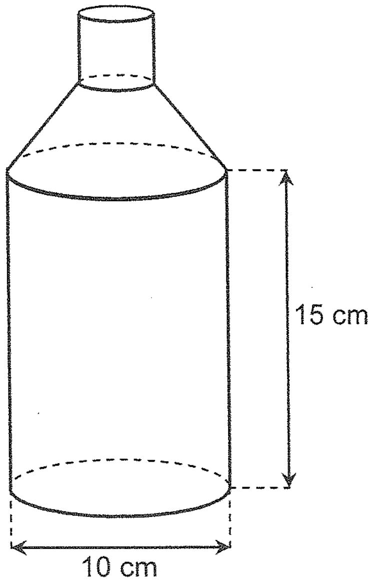
Exercice 5 **(8 points)**

Pense-bête : toutes les formules données ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.



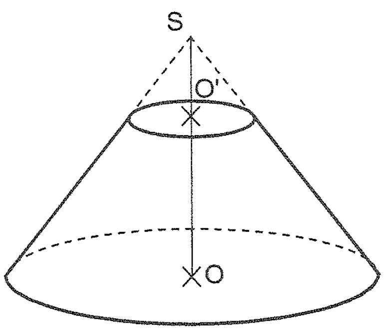
Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est pleine lorsque elle est remplie jusqu'au goulot.

Les dimensions sont notées sur le schéma.



1) Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3.

2) Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par O'. La hauteur SO du grand cône est de 6 cm et la hauteur SO' du petit cône est égale à 2 cm. Le rayon de la base du grand cône est de 5 cm.

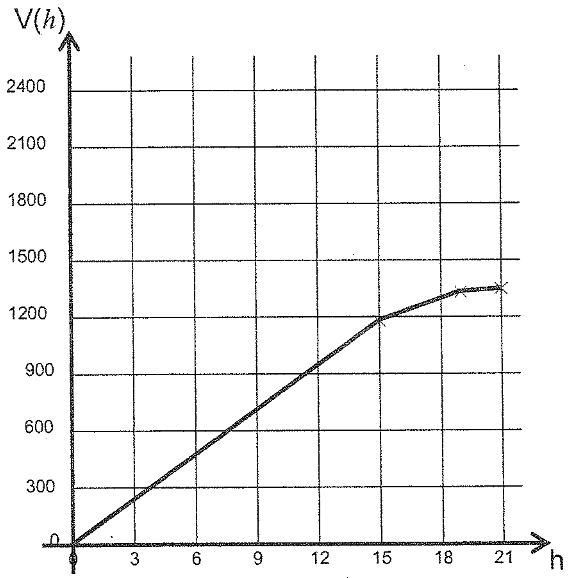


a) Calculer le volume V_1 du grand cône de hauteur SO (donner la valeur exacte).

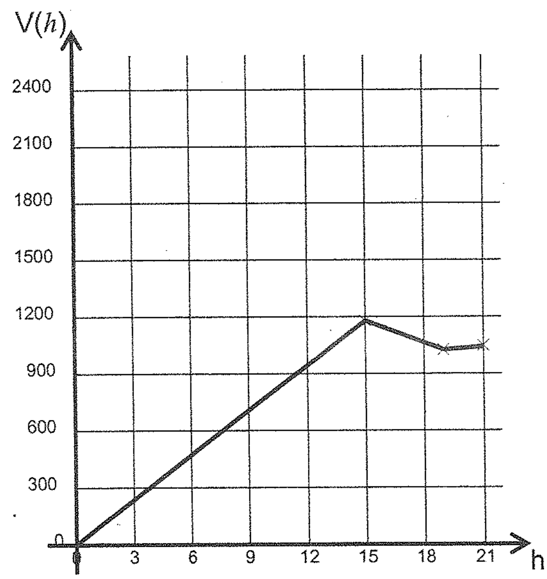
b) Montrer que le volume V_2 du tronc de cône est égal à $\frac{1300\pi}{27}$ cm^3. En donner une valeur arrondie au cm^3.

3) Parmi les quatre graphiques ci-dessous, l'un d'entre eux représente le volume V(h) de la bouteille en fonction de la hauteur h de remplissage du bidon.

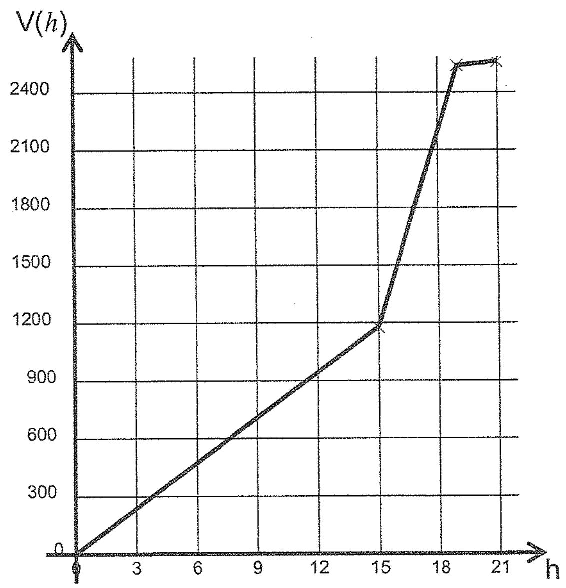
Quel est ce graphique ? Pourquoi les autres ne sont-ils pas convenables ?



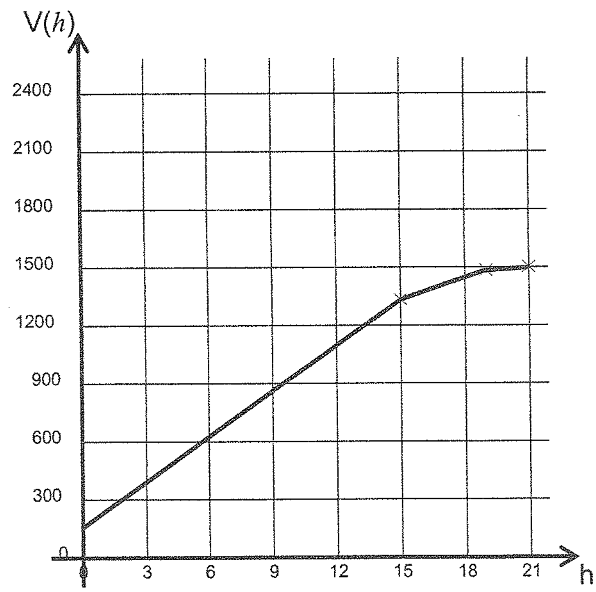
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

Exercice 6 (7 points)

Voici le classement des médailles d'or reçues par les pays participant aux jeux olympiques pour le cyclisme masculin (Source : Wikipédia).

Bilan des médailles d'or de 1896 à 2008

Nation	Or
France	40
Italie	32
Royaume-Uni	18
Pays-Bas	15
États-Unis	14
Australie	13
Allemagne	13
Union soviétique	11
Belgique	6
Danemark	6
Allemagne de l'Ouest	6
Espagne	5
Allemagne de l'Est	4

Nation	Or
Russie	4
Suisse	3
Suède	3
Tchécoslovaquie	2
Norvège	2
Canada	1
Afrique du Sud	1
Grèce	1
Nouvelle-Zélande	1
Autriche	1
Estonie	1
Lettonie	1
Argentine	1

1) Voici un extrait du tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40	
2	Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1	26

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule O2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu une médaille d'or ?

2) **a)** Calculer la moyenne de cette série (arrondir à l'unité).

b) Déterminer la médiane de cette série.

c) En observant les valeurs prises par la série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.

3) Pour le cyclisme masculin, 70 % des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. Quel est le nombre de pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze (arrondir le résultat à l'unité) ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Correction

Exercice 1 (6 points)

1 Arthur souhaite constituer 20 corbeilles identiques ; effectuons donc la division euclidienne de 3 003 et 3 731 par 20.

$$\begin{array}{r|l} 3\,0\,0\,3 & 2\,0 \\ \cline{2-2} 1\,0\,0 & 1\,5\,0 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3\,7\,3\,1 & 2\,0 \\ \cline{2-2} 1\,7\,3 & 1\,8\,6 \\ 1\,3\,1 & \\ 1\,1 & \end{array}$$

Il lui restera donc 3 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.

2 *a.* Effectuons la division euclidienne de 3 003 par 90.

$$\begin{array}{r|l} 3\,0\,0\,3 & 9\,0 \\ \cline{2-2} 3\,0\,3 & 3\,3 \\ 3\,3 & \end{array}$$

« 90 » ne divise pas 3 003, ce qui est suffisant pour dire qu'ils ne pourront pas faire 90 ballotins.

b. Le nombre de ballotins doit être un diviseur de 3 003 et de 3 731. Comme ils veulent le nombre maximal de ballotins, il faut que ce diviseur commun soit le plus grand ; il faut donc calculer le PGCD de 3 731 et 3 003.
Utilisons pour cela l'algorithme d'Euclide :

$$\boxed{\begin{aligned} 3\,731 &= 1 \times 3\,003 + 728 \\ 3\,003 &= 4 \times 728 + 91 \\ 728 &= 8 \times 91 + 0 \end{aligned}}$$

Ainsi, $\text{PGCD}(3\,731\,;3\,003) = 91$.

Or,

$$3\,731 \div 91 = 41 \qquad \text{et} \qquad 3\,003 \div 91 = 33$$

donc il y aura 91 ballotins dans lesquels se trouveront 41 dragées au chocolat et 33 dragées aux amandes.

Exercice 2 (4 points)

1 Réponse C. En effet, $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$.

2 Réponse C. En effet, si on considère un carré de côté 2 cm, alors son aire sera 4 cm^2 et son périmètre sera $4 \times 2 = 8$ cm.
Si on considère maintenant un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 1 cm, son aire sera $1 \times 4 = 4$ cm^2 (donc identique à celle du carré) mais son périmètre sera $2 \times (1+2) = 2 \times 3 = 6$ cm, qui n'est pas égal à celui du carré.

3 Réponse C. Le loto est un jeu aléatoire : chaque numéro a autant de chance de sortir que les autres. Ainsi, ce n'est pas parce qu'un numéro est sorti fréquemment qu'il sortira lors du prochain tirage.

4 Réponse A. En effet, on a :

$$\begin{aligned} (x-1)^2 - 16 &= (x-1)^2 - 4^2 \\ &= [(x-1)-4][(x-1)+4] \\ &= (x-1-4)(x-1+4) \\ &= (x-5)(x+3) \end{aligned}$$

Exercice 3 (3 points)
Posons x le nombre choisi au départ.

- « Je lui ajoute 3 » signifie que l'on obtient : $x + 3$.
- « et je multiplie le résultat par 7 » veut dire que l'on a : $7 \times (x + 3) = 7x + 21$.
- « J'ajoute le triple du nombre de départ » signifie que l'on fait : $7x + 21 + 3x = 10x + 21$.
- « et j'enlève 21 » signifie que l'on a : $10x + 21 - 21 = 10x$.

Le résultat final sera toujours le nombre de départ multiplié par 10. L'affirmation est donc exacte.

Exercice 4 (7 points)

- **Commençons par calculer le périmètre du triangle ACD.**

  Ce triangle est rectangle en C donc, d'après le théorème de Pythagore,

$$\begin{aligned} AD^2 &= AC^2 + CD^2 \\ AD^2 &= 1,4^2 + 1,05^2 \\ AD^2 &= 1,96 + 1{,}102\,5 \\ AD^2 &= 3{,}062\,5 \\ AD &= \sqrt{3{,}062\,5} \\ AD &= 1,75 \end{aligned}$$

  Ainsi, le périmètre de ACD est $1,75 + 1,4 + 1,05 = 4,2$ km.

- **Calculons maintenant le périmètre du triangle AEF.**

  Dans ce triangle,
  → A, E', E sont alignés dans cet ordre ;
  → A, F', F sont alignés dans cet ordre ;
  → (E'F') // (EF)

  Ainsi, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{\mathrm{AE'}}{\mathrm{AE}} = \frac{\mathrm{AF'}}{\mathrm{AF}} = \frac{\mathrm{E'F'}}{\mathrm{EF}}$$

  d'où, en remplaçant par les mesures que l'on a :

$$\frac{0,5}{1,3} = \frac{\mathrm{AF'}}{1,6} = \frac{0,4}{\mathrm{EF}}.$$

  On en déduit alors :

$$\mathrm{EF} = \frac{1,3 \times 0,4}{0,5} = 1,04.$$

  Le périmètre de AEF est donc :

$$1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94.$$

- **On compare la marge des périmètres par rapport à 4.**
  $4,2 - 4 = 0,2$ et $4 - 3,94 = 0,06$.

Donc le périmètre le plus proche de 4 km est celui de AEF.

Exercice 5 (8 points)

1 *Remarque : il y a* <u>*une seule*</u> *partie cylindrique constituant la bouteille ; l'autre cylindre constitue le goulot. Il ne faut donc pas calculer son volume ici.*

Le volume d'un cylindre se calcule avec la formule :

$$\text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

Donc, ici :

$$\begin{aligned}
\mathscr{V}_{\text{cylindre}} &= \underbrace{\pi \times 5^2}_{\text{base}} \times 15 \\
\mathscr{V}_{\text{cylindre}} &= 25 \times 15 \times \pi \\
\boxed{\mathscr{V}_{\text{cylindre}} = 375\pi}
\end{aligned}$$

<u>Une valeur arrondie au cm^3 de ce volume est 1 178 cm^3.</u>

2 *a.* Le volume du cône de hauteur SO est, en cm^3 :

$$\begin{aligned}
\mathrm{V}_1 &= \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 6 \\
\mathrm{V}_1 &= \frac{1}{3} \times 6 \times 25\pi \\
\boxed{\mathrm{V}_1 = 50\pi}
\end{aligned}$$

b. Le cône de hauteur SO' est une réduction du cône de hauteur SO donc le coefficient de réduction est :

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Par conséquent, son volume est, en cm^3 :

$$\begin{aligned}
\mathrm{V}'_1 &= \left(\frac{1}{3}\right)^3 \mathrm{V}_1 \\
\mathrm{V}'_1 &= \frac{1}{27} \times 50\pi \\
\mathrm{V}'_1 &= \frac{50}{27}\pi.
\end{aligned}$$

Ainsi, le volume du tronc de cône est, en cm^3 :

$$\begin{aligned}
\mathrm{V}_2 &= \mathrm{V}_1 - \mathrm{V}'_1 \\
\mathrm{V}_2 &= 50\pi - \frac{50}{27}\pi \\
\mathrm{V}_2 &= \frac{50 \times 27}{27}\pi - \frac{50}{27}\pi \\
\boxed{\mathrm{V}_2 = \frac{1\,300}{27}\pi}
\end{aligned}$$

<u>Une valeur arrondie de ce volume au cm^3 est 151 cm^3.</u>

3

- Si $0 \leqslant h \leqslant 15$, seul le cylindre se remplit.
  Le volume est alors :
  $$\pi \times r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times h = 25\pi h.$$
  Le graphique doit donc commencer par une fonction linéaire de coefficient directeur 25π, soit à peu près 78,5. Pour $h = 15$, on voit avoir :
  $$V(15) = 25\pi \times 15 \approx 1\,178.$$
  Le graphique 4 est donc exclut.
- Si $h \geqslant 15$, le volume augmente donc le graphique 2 est exclut car le deuxième « morceau » de courbe descend au lieu de monter.
- Si $h = 19$, le volume est égal à peu près à :
  $$\mathscr{V}_{\text{cylindre}} + \mathrm{V}_2 \approx 1\,178 + 151 \approx 1\,329.$$
  Ainsi, on peu exclure le graphique 3 car sur ce graphique, on peut lire $V(19) > 2\,400$.

Ainsi, seul le graphique 1 convient.

Exercice 6 (7 points)

1 La formule saisie dans la cellule O2 est :

$$\boxed{\texttt{=SOMME(B2:N2)}}$$

2 *a.* On calcule :

$$m = \frac{8 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + \cdots + 1 \times 18 + 1 \times 32 + 1 \times 40}{26}$$
$$m = \frac{205}{26}$$
$$m \approx 7,88$$

La moyenne de cette série est donc environ 8 médailles.

b. La moitié de 26 est égale à 13.
$8 + 2 + 2 + 2 = 14$ donc la médiane est 4. (« 4 » est la valeur qui partage la série en deux séries d'effectif total égal à 13)

c. Les effectifs correspondant aux nombres 1, 2, 3 et 4 sont supérieurs à ceux correspondant aux autres nombres de médailles, ce qui justifie la différence entre médiane et moyenne.

3 Notons x le nombre de pays médaillés. 70 % des pays médaillés correspond alors à

$$\frac{70}{100} \times x = 0,7x.$$

Or, il y a 26 pays qui ont obtenu une médaille d'or donc :

$$0,7x = 26$$

d'où :

$$x = \frac{26}{0,7} \approx 37.$$

Il y a donc eu 37 pays médaillés.

$$37 - 26 = 11.$$

Il y a donc eu 11 pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze.