DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2015

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Durée de l'épreuve : 2 h 00

Le candidat répondra sur une copie modèle Éducation Nationale.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 sur 5 à 5 sur 5

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée

(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

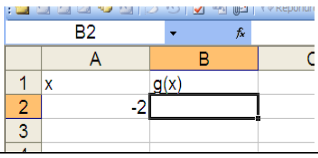
Barème

Exercice 1 : 5 points
Exercice 2 : 4 points
Exercice 3 : 6 points
Exercice 4 : 6 points
Exercice 5 : 4 points
Exercice 6 : 7 points
Exercice 7 : 4 points

Maîtrise de la langue : 4 points

<u>Exercice 1</u> (5 points)

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste.
Sur votre copie, indiquer le numéro de la question et recopier l'affirmation juste.
On ne demande pas de justifier.

	Questions	A	B	C
1	La forme développée de $(x-1)^2$ est :	$(x-1)(x+1)$	x^2-2x+1	x^2+2x+1.
2	Une solution de l'équation : $2x^2+3x-2=0$ est	0	2	-2
3	On considère la fonction $f : x \rightarrow 3x+2$. Un antécédent de -7 par la fonction f est :	-19	-3	-7
4	Lorsqu'on regarde un angle de 18° à la loupe de grossissement 2, on voit un angle de :	9°	36°	18°
5	On considère la fonction $g : x \rightarrow x^2 + 7$. Quelle est la formule à entrer dans la cellule B2 pour calculer $g(-2)$? 	= A2^2 + 7	= - 2² + 7	=A2*2 + 7

<u>Exercice 2</u> (4 points)

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat. Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après mise en paquet, il reste ni œufs, ni poissons.

1. Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifier.

2. Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

Exercice 3 **(6 points)**

Peio, un jeune Basque décide de vendre des glaces du **1er juin au 31 août inclus** à Hendaye.

Pour vendre ses glaces, Peio hésite entre deux emplacements :

- une paillotte sur la plage
- une boutique au centre-ville.

En utilisant les informations ci-dessous, aidez Peio à choisir l'emplacement le plus rentable.

Information 1 : ***les loyers des deux emplacements proposés :***

• **la paillotte sur la plage** : 2500 € par mois.

•**la boutique au centre-ville** : 60 € par jour.

Information 2 : ***la météo à Hendaye***

Du 1er juin au 31 août inclus :
• Le soleil brille 75% du temps
• Le reste du temps, le temps est nuageux ou pluvieux.

Information 3 : ***prévisions des ventes par jour selon la météo :***

	Soleil	***Nuageux – pluvieux***
La paillotte	500 €	50 €
La boutique	350 €	300 €

On rappelle que le mois de juin comporte 30 jours et les mois de juillet et août comportent 31 jours.

Toute piste de recherche même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 4 (6 points)

La dernière bouteille de parfum de chez Chenal a la forme d'une pyramide SABC à base triangulaire de hauteur [AS] telle que :

- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A ;
- AB = 7,5 cm et AS = 15 cm.

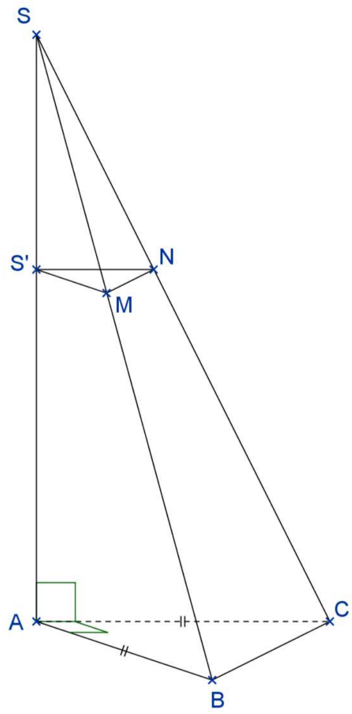
1. Calculer le volume de la pyramide *SABC*. (On arrondira au cm^3 près.)

2. Pour fabriquer son bouchon *SS'MN*, les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan *P* parallèle à sa base et passant par le point *S*' tel que *SS*' = 6 *cm*.

a) Quelle est la nature de la section plane *S'MN* obtenue ?

b) Calculer la longueur *S'N*.

3. Calculer le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille en cm^3.



Exercice 5 (4 points)

Un jeu télévisé propose à des candidats deux épreuves :

- Pour la première épreuve, le candidat est face à 5 portes : une seule porte donne accès à la salle du trésor alors que les 4 autres s'ouvrent sur la salle de consolation.

- Pour la deuxième épreuve, le candidat se retrouve dans une salle face à 8 enveloppes.

  Dans la salle du trésor : 1 enveloppe contient 1 000 € , 5 enveloppes contiennent 200 €. Les autres contiennent 100 €.
  Dans la salle de consolation : 5 enveloppes contiennent 100 € et les autres sont vides.

Il doit choisir une seule enveloppe et découvre alors le montant qu'il a gagné.

1) Quelle est la probabilité que le candidat accède à la salle du trésor ?

2) Un candidat se retrouve dans la salle du trésor.
   a) Représenter par un schéma la situation.
   b) Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins 200 € ?
3) Un autre candidat se retrouve dans la salle de consolation.
   Quelle est la probabilité qu'il ne gagne rien ?

Attention : dans l'exercice 6, il faut lire : $\widehat{BAC} = 60°$ et non $\widehat{ABC} = 60°$.
(note de Stéphane Pasquet)

<u>Exercice 6</u> (7 points)

[AB] est un segment de milieu O tel que $\mathrm{AB} = 12\ cm$.
Le point C appartient au cercle de centre O passant par A. De plus $AC = 6\ cm$

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 60 °.

1) Construire la figure en vraie grandeur.

2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

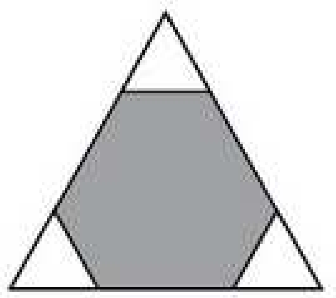
a) Le triangle ABC est rectangle.
b) Le segment [BC] mesure $10\ cm$.

c) L'angle $\widehat{AOC}$ mesure $60°$.
d) L'aire du triangle ABC est $18\sqrt{3}\ \ cm$².

e) L'angle $\widehat{BOC}$ mesure $31°$.

<u>Exercice 7</u> (4 points)

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone gris restant. Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?



Toute trace de recherche, même non aboutie, figurera sur la copie et sera prise en compte dans la notation.

Correction du DNB 2015 Pondichéry

Disponible sur `http://www.mathweb.fr`

DNB 2015

par
Stéphane PASQUET

29 avril 2015

Exercice 1 (5 points)

1. Réponse B. $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$: c'est une identité remarquable.
2. Réponse C. Il suffit de remplacer x par les 3 valeurs proposées. on voir alors que :
   - $2\times 0^2 + 3\times 0 - 2 = -2$
   - $2\times 2^2 + 3\times 2 - 2 = 8 + 6 - 2 = 12$
   - $2\times(-2)^2 + 3\times(-2) - 2 = 8 - 6 - 2 = 0$

   On obtient « 0 » pour $x = -2$.
3. Réponse B. Un antécédent de -7 par la fonction f est une valeur de x pour laquelle $3x + 2 = -7$, soit $3x = -7 - 2$, donc $3x = -9$, c'est-à-dire $x = \dfrac{-9}{3} = -3$.
4. Réponse C. Un angle conserve toujours la même mesure, qu'on le regarde avec une loupe, un télescope ou nos yeux (un agrandissement conserve la mesure des angles).
5. Réponse A. On voit que la cellule A2 contient la valeur de x que l'on souhaite (à savoir -2). Donc on remplace x par « A2 » dans l'expression de $g(x)$: $x^2 + 7$ devient $\text{A2}^2 + 7$. Et comme toute formule de tableur, on met le signe « = » avant.

Exercice 2 (4 points)

1. Si le chocolatier pouvait faire 19 paquets, il y aurait $\dfrac{2\,622}{19}$ œufs de Pâques et $\dfrac{2\,530}{19}$ poissons en chocolat.
   Or, $\dfrac{2\,622}{19} = 138$ et $\dfrac{2\,530}{19} \approx 133{,}16$. Ce dernier résultat n'est pas entier donc le chocolatier ne peut pas faire 19 paquets.
2. On cherche le plus grand nombre de paquets possibles, donc le plus grand nombre entier qui divise à la fois 2 622 et 2 530. On cherche donc pgcd(2 622; 2 530). On va utiliser l'algorithme d'Euclide pour cela :

$$\begin{aligned} 2\,622 &= 2\,530 + 92 \\ 2\,530 &= 27\times 92 + 46 \\ 92 &= 2\times 46 + 0 \end{aligned}$$

Le dernier reste non nul est 46. Ainsi, le chocolatier peut faire 46 paquets.

Dans ce cas, il y aura dans chacun des paquets $\dfrac{2\,530}{46} = 55$ poissons en chocolat et $\dfrac{2\,622}{46} = 57$ œeufs de Pâques.

Exercice 3 (6 points)

- Exploitons l'information 1.
  Peio reste 3 mois complet donc :
  - ⋆ s'il choisit la paillote sur la plage, il devra payer : $3 \times 2\,500$ €, soit 7 500 €.
  - ⋆ s'il choisit la boutique en centre ville, il devra payer : $(30+31+31)\times 60$ €, soit 5 520 €.
- Pour connaître ses recettes, exploitons les informations 2 et 3 :
  Le soleil brille 75 % du temps, soit $\dfrac{75}{100} \times (30+31+31) = 69$ jours.
  Le temps sera donc pluvieux pendant $(30+31+31) - 69 = 23$ jours.
  - ⋆ S'il choisit la paillote, il gagnera : $69 \times 500 + 23 \times 50 = 35\,650$ €.
  - ⋆ S'il choisir la boutique en centre ville, il gagnera : $69 \times 500 + 23 \times 300 = 41\,400$ €.
- Le bénéfice sera alors :
  - ⋆ S'il choisit la paillote, $35\,650 - 7\,500 = 28\,150$ €.
  - ⋆ S'il choisit la boutique en centre ville, $41\,400 - 5\,520 = 35\,880$ €.

  Le bénéfice maximum est donc envisageable s'il prend la boutique en centre ville.

Exercice 4 (6 points)

1. Le volume d'une pyramide est donné par la formule :
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{ABC}} \times \text{AS}.$$
   L'aire de ABC est :
$$\mathcal{A}_{\text{ABC}} = \frac{\text{AB}\times\text{AC}}{2} = \frac{7,5^2}{2} = 28,125.$$
   Donc :
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 28,125 \times 15$$
$$\boxed{\mathcal{V} = 140,625\ \text{cm}^3}$$

2. (a) S'MN est un triangle rectangle isocèle. En effet, c'est une réduction du triangle rectangle isocèle ABC et nous savons qu'une réduction conserve les longueurs.

   (b) Dans le triangle SAC, (S'N) et (AC) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès :
$$\frac{\text{SS}'}{\text{SA}} = \frac{\text{S}'\text{N}}{\text{AC}}$$
   soit :
$$\frac{6}{15} = \frac{\text{S}'\text{N}}{7,5}.$$
   On a alors :
$$\boxed{\text{S}'\text{N} = \frac{6\times 7,5}{15} = 3}$$

3. Le coefficient de réduction est $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. Ainsi, le volume de la pyramide SS'MN est :

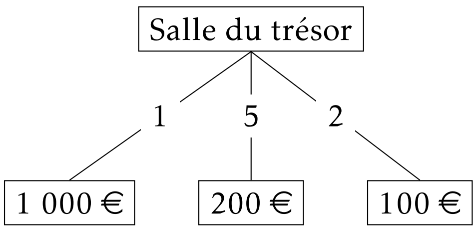
$$\mathcal{V}' = \frac{2}{5}\mathcal{V} = \frac{2}{5} \times 140,625 = 56,25 \text{ cm}^3.$$

Le volume maximal de parfum est donc :

$$\boxed{\mathcal{V} - \mathcal{V}' = 140,625 - 56,25 = 84,375 \text{ cm}^3}$$

Exercice 5 (4 points)

1. Il y a 5 portes dont 1 qui conduit à la salle du trésor ; par conséquent, la probabilité que le candidat se retrouve dans la salle du trésor est $\frac{1}{5}$.
2. (a) On a la situation suivante :



(b) Il y a 6 enveloppes qui contiennent un montant supérieur ou égal à 200 € donc la probabilité pour que le candidat gagne au moins 200 € est $\frac{6}{8}$, soit $\frac{3}{5}$.

3. Dans la salle de consolation, il y a 3 enveloppes vides sur les 8, donc la probabilité pour que le candidat ne gagne rien est $\frac{3}{8}$.

Exercice 6 (7 points)

1. La figure est sur la page suivante.
2. (a) ABC est inscrit dans le cercle que nous avons tracé et [AB] est un diamètre. Or, *tout triangle inscrit dans un cercle dont un côté est un diamètre de ce cercle est rectangle.*
Donc ABC est un triangle rectangle en C.
<u>L'affirmation est donc vraie.</u>

(b) ABC est un triangle rectangle en C donc nous pouvons utiliser le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

donc :

$$12^2 = 6^2 + BC^2$$

soit :

$$144 = 36 + BC^2.$$

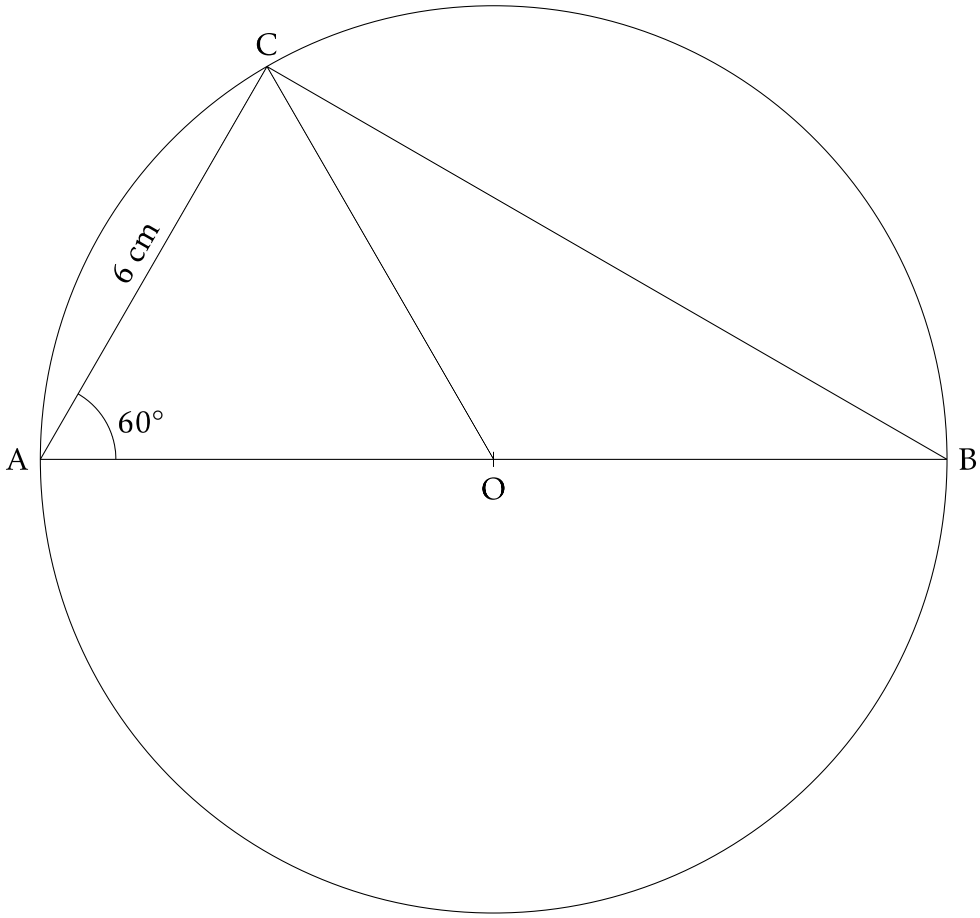
Ainsi,

$$BC = 144 - 36 = 108$$

et

$$BC = \sqrt{108} \neq 10.$$

<u>Donc l'affirmation est fausse.</u>



(c) $AO = CO = 6$ car $[AO]$ et $[CO]$ sont deux rayons du cercle tracé. De plus, $AC = 6$. Donc AOC est équilatéral. Ainsi, chacun de ses angles mesure 60°.
<u>L'affirmation est donc vraie.</u>

(d) L'aire de ABC est égale à $\dfrac{AC \times BC}{2} = \dfrac{6 \times \sqrt{108}}{2} = 3\sqrt{108}$.
Or, $\sqrt{108} = \sqrt{9 \times 4 \times 3} = 3 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$. Donc l'aire de ABC est égale à $18\sqrt{3}$ cm^2.
<u>L'affirmation est donc vraie.</u>

(e) $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB} = 180°$.
Donc $\widehat{COB} = 180° - 60° = 120°$.
<u>L'affirmation est donc fausse.</u>

N.B. Le sujet comporte manifestement des erreurs … L'angle $\widehat{ABC}$ n'est pas égal à 60°. J'imagine donc (et c'est ce que j'ai pris pour construire la figure) que $\widehat{BAC} = 60°$.
De plus, la question 2.e est semble-t-il aussi fausse (en fait, elle est tellement stupide qu'elle semble fausse).

Exercice 7 (4 points)

On note x la longueur d'un côté d'un triangle équilatéral que nous découpons.
Le périmètre d'un petit triangle équilatéral est alors : $3x$.
Le périmètre total des 3 triangles équilatéraux est donc : $3 \times 3x = 9x$.

Le côté du grand triangle équilatéral est 6 cm, donc son périmètre est $3 \times 6 = 18$ cm.

On sait que :

$$9x = 18$$

donc

$$x = \frac{18}{9} = 2.$$

Le côté des petits triangles équilatéraux mesure donc 2 cm.