

Fonctions linéaires et affines

Fiche de cours

Stéphane PASQUET

27 janvier 2014

Fonctions linéaires

Définition. Ce sont les fonctions f telles que :

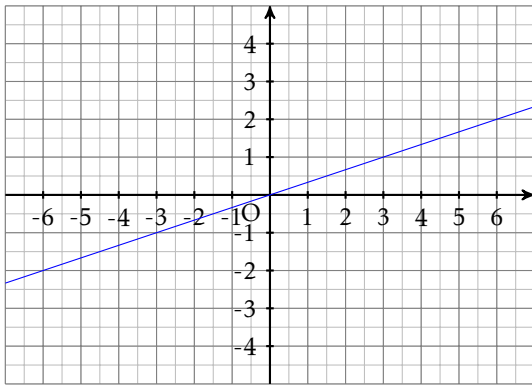
$$f(x) = ax \quad , \quad a \in \mathbb{R}.$$

Exemples. $f(x) = 2x$ et $g(x) = -5x$ définissent des fonctions linéaires.

Représentation graphique. Les fonctions linéaires sont représentées par des droites passant par l'origine du repère.

La droite d'équation $y = ax$ a pour **coefficient directeur** le nombre a .

Calcul du coefficient directeur par méthode graphique.



- On repère d'abord un point de la droite dont les coordonnées sont facile à lire.
Par exemple, $A(3;1)$ est sur la droite ci-contre.

- Ensuite, pour obtenir le coefficient directeur a de la droite, on calcule $\frac{y_A}{x_A}$.

$$\text{Ici, } a = \frac{1}{3}.$$

$$\text{La fonction est donc : } f(x) = \frac{1}{3}x.$$

Calcul du coefficient directeur par méthode algébrique.

Si on sait que f est une fonction linéaire (donc $f(x) = ax$) et si $f(5) = -2$, alors :

$$a = \frac{-2}{5}.$$

Fonctions affines

Définition. Ce sont les fonctions f telles que :

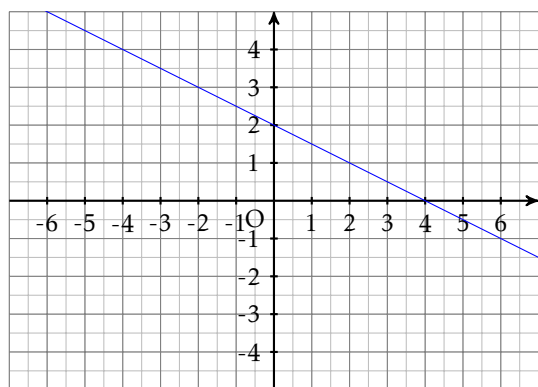
$$f(x) = ax + b \quad , \quad a \text{ et } b \text{ étant deux nombres réels, } b \neq 0.$$

Exemples. $f(x) = -6x + 1$ et $g(x) = \frac{1}{5}x - 3$ définissent deux fonctions linéaires.

Représentation graphique. Les fonctions affines sont représentées par des droites qui ne passent pas par l'origine du repère.

La droite d'équation $y = ax + b$ a pour **coefficient directeur** le nombre a , et pour **ordonnées à l'origine** le nombre b .

Trouver l'équation d'une droite par méthode graphique.



- Dans l'équation $y = ax + b$, on trouve b en regardant l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées (l'axe vertical).

Ici, on trouve $b = 2$.

- Ensuite, pour obtenir le coefficient directeur a de la droite, choisit deux points à coordonnées facilement lisibles sur la droite. Par exemple, ici, $A(0; 2)$ et $B(4; 0)$.

Ensuite, on applique la formule :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{4 - 0} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

La fonction est donc : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$.

Trouver l'équation d'une droite par calculs sachant 2 points.

Si $f(x) = ax + b$ et si $A(1; 2)$ et $B(-1; 3)$ sont sur la droite qui représente f , alors

- On calcule d'abord le coefficient directeur a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 2}{-1 - 2} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}.$$