

Une distance sur une diagonale

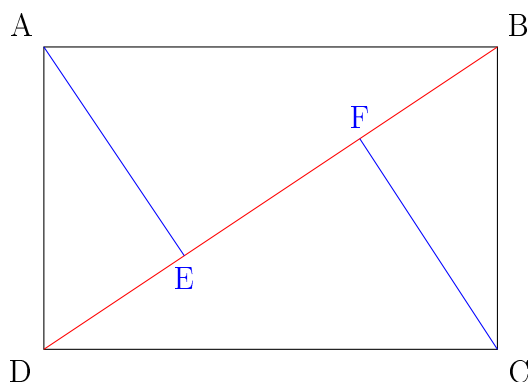
Stéphane PASQUET

<http://www.mathweb.fr>

18 février 2011

Soit ABCD un rectangle.

On sait que (AE) et (CF) sont perpendiculaires à (BD), que $AB = 36$ et $BC = 27$. Calculez EF.



Réponse.

Pour des raisons de symétries évidentes, $ED = FB$.

Le triangle ABD est rectangle en A donc, d'après le théorème de Pythagore, $BD^2 = AD^2 + AB^2$.

On a alors $BD^2 = 36^2 + 27^2 = 1\,296 + 729 = 2\,025$. Donc $BD = 45$.

De plus,

- Dans le triangle AED rectangle en E, nous avons : $AE^2 = AD^2 - ED^2$ d'après le théorème de Pythagore.
- Dans le triangle AEB rectangle en E, nous avons : $AE^2 = AB^2 - EB^2$ d'après le théorème de Pythagore.

Or, $EB = 45 - ED$. Ainsi, en prenant les deux égalités ci-dessus et en remplaçant EB par $(45 - ED)$, on a :

$$AD^2 - ED^2 = AB^2 - (45 - ED)^2$$

$$AD^2 - ED^2 = AB^2 - 45^2 + 90ED - ED^2$$

$$AD^2 = AB^2 - 45^2 + 90ED$$

$$27^2 = 36^2 - 45^2 + 90ED$$

$$729 = 1\,296 - 2\,025 + 90ED$$

$$90ED = 729 + 2\,025 - 1\,296$$

$$90ED = 1\,458$$

$$ED = \frac{1\,458}{90}$$

Finalement, on obtient $ED = 16,2$.