

? Intérêts des activités

- 1 Découvrir ce qu'est le générateur d'un nombre
- 2 Découvrir de nouveaux critères de divisibilité

Activité*Générateur d'un nombre entier*

- 1 Effectuez la division décimale de 1 par 7, puis donnez la période du quotient.
- 2 Multipliez le chiffre des unités de cette période par 7 (c'est-à-dire le nombre par lequel nous avons divisé 1 précédemment), puis ajoutez 1 au résultat. Divisez ensuite le tout par 10. Que trouvez-vous ?
Ce nombre est appelé le générateur de 7.
- 3 Pour trouver le générateur de 9, on prend le chiffre des unités de la période du quotient de 1 par 9, on multiplie ce chiffre par 9 puis on ajoute 1. Que trouve-t-on ?
- 4 Trouvez le générateur de 3.

1 $1 \div 7 = 0, \underline{142857}142857142857 \dots$ La période de ce quotient est donc égale à 142857.

2 Le chiffre de la période du quotient est « 7 ». On calcule donc :

- $7 \times 7 = 49$
- $49 + 1 = 50$
- $50 \div 10 = 5$.

Le générateur de 7 est donc égal à 5.

3 $1 \div 9 = 0, \underline{1111} \dots$ donc la période du quotient est « 1 ».

Le générateur de 9 est donc égal à : $(9 \times 1 + 1) \div 10 = 1$.

4 $1 \div 3 = 0, \underline{3333} \dots$ donc la période du quotient est « 3 ».

Le générateur de 3 est donc égal à : $(3 \times 3 + 1) \div 10 = 1$.

Activité*Critère de divisibilité par 7*

On souhaite savoir si 62 699 est divisible par 7. Nous allons nous aider du générateur de 7 trouvé précédemment.

- 1 Calculez $6\,269 + (9 \times 5)$ [on a enlevé à 62 699 son chiffre des unités pour obtenir 6 269 puis on a ajouté le produit du chiffre des unités par le générateur de 7].
- 2 Au résultat trouvé, faites la même chose (enlevez le chiffre des unités puis ajoutez le produit de ce chiffre par 5).
- 3 Continuez comme cela jusqu'à obtenir un nombre à 2 chiffres. Si le nombre final est un diviseur de 7, alors il en est de même pour 62 699.

1 $6\,269 + (9 \times 5) = 6\,314$.

2 $631 + (4 \times 5) = 651$.

3 $65 + (1 \times 5) = 70$.

« 70 » étant un multiple de 7 ($70 = 7 \times 10$), alors 62 699 est aussi un multiple de 7 (il est divisible par 7).

Activité

Critère de divisibilité par 3

- 1** Expliquez, à la vue du générateur de 3 trouvé précédemment, comment on arrive au critère de divisibilité par 3 déjà connu (vous pouvez prendre un nombre quelconque pour exemple).
- 2** Que peut-on alors dire du critère de divisibilité par 9 à la vue du générateur de 9 ?

1 Nous allons prendre par exemple le nombre 3 912. Si on applique ce qui a été fait pour savoir s'il est divisible par 3, voilà ce que cela donne (on rappelle que le générateur de 3 est égal à 1) :

- $391 + (2 \times 1) = 391 + 2 = 393$.
- $39 + (3 \times 1) = 39 + 3 = 42$.
- $4 + (2 \times 1) = 6$.

En définitive, nous avons effectué la somme $2 + 1 + 9 + 3 = 15$ et $1 + 5 = 6$.
C'est exactement le critère que nous avons vu en cours.

2 Le générateur de 9 étant égal à 1, il va se passer la même chose que pour 3. Le critère de divisibilité par 9 est donc le même que celui par 3 à cela près que la somme finale doit être multiple de 9.

Activité

Critère de divisibilité par 11

Inspirez-vous de ce qui précède pour voir si 173 624 est divisible par 11 ou pas.
Détaillez vos calculs.

$1 \div 11 = 0,090909\dots$ donc la période du quotient est « 09 ».
Le générateur de 11 est donc : $(11 \times 9 + 1) \div 10 = 10$.

- $17\,362 + (4 \times 10) = 17\,402$.
- $1\,740 + (2 \times 10) = 1\,760$.
- $176 + (0 \times 10) = 176$.
- $17 + (6 \times 10) = 77$.

77 est divisible par 11 ($77 = 11 \times 7$) donc 173 624 est aussi divisible par 11.