

BILAN DE SECONDE

★ Exercice 1

Calculs

Effectuer et simplifier les calculs suivants :

$$A = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{23}{7}} \times \left(3 - \frac{1}{3}\right) \quad ; \quad B = \frac{(6 \times 10^{-2})^2 \times 3^2 \times 10^{-4}}{3^3 \times 10^{12}} \quad ; \quad C = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \quad ; \quad D = \sqrt{343} - 10\sqrt{112} + \sqrt{7}$$

★ Exercice 2

Ordre

1. Pour tout entier naturel n , rangez les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$A = \frac{n+1}{n+2} \quad ; \quad B = \frac{n+6}{n+3} \quad ; \quad C = 1 \quad ; \quad D = \frac{n+7}{n+3}$$

2. Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$, comparez les nombres :

$$\sqrt{a+b} \quad \text{et} \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

3. Donnez l'intervalle qui équivaut aux ensembles suivants :

$$[2;5] \cup]-1;7] \quad ; \quad [-1;\pi[\cup]\sqrt{2};5] \quad ; \quad [3;+\infty[\cup]0;3[\cup \{3\}$$

★ Exercice 3

Calcul littéral

- Développer l'expression : $A = (3x - 5)(4x + 9) + 9x^2 - 25$.
- Factoriser A .
- Résoudre l'équation : $A = 0$
- Développer l'expression : $B = (3x - 1)(9x + 3) - 2(3x + 1)(x + 4)$.
- Résoudre l'équation : $A = B$.

★ Exercice 4

Images et antécédents

Soit la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = 2x^2 + x + 3$$

- Calculer l'image de 0, puis celle de 1 et enfin celle de $\sqrt{2}$.
- Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 3 par f .

★ Exercice 5

Etude d'une fonction

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{(1 - x^2)^2}{1 + x^2}$$

- Déterminer son ensemble de définition.
- Démontrer que f est une fonction positive sur $\mathbb{R}$.
- Etudier la parité de f .
- Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- Tracer soigneusement la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-3; 3]$.
- Par lecture graphique, donner le maximum de f sur :
 - l'intervalle $[-1; 1]$.
 - l'intervalle $[-2; 1]$.
- Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 1$.

★ Exercice 6

Lecture d'un tableau de variation

Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	-3	-1	1	3
f	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$

- Combien l'équation $f(x) = 0$ admet-elle de solution(s) ?
- Quel est le maximum de f ?
- Quel est le minimum de f ?

★ Exercice 7

Fonctions de référence

- Soient les fonctions :

$$f(x) = 3x - 1 \quad ; \quad g(x) = x^2 \quad ; \quad h(x) = 2x - 1$$

- Donner l'expression algébrique de la fonction composée $i = h \circ f \circ g$.
 - Donner l'expression algébrique de la fonction composée $j = g \circ h \circ f$.
- Décomposer les fonction suivantes à l'aide des fonctions de référence.

- $f(x) = 3x^2 + 1$.
- $g(x) = \frac{1}{3x + 1}$.
- $h(x) = \sqrt{1 - x^2}$.
- $i(x) = \frac{1}{(5 + \sqrt{x})^2}$.

★ Exercice 8

Tableau de signes

Dresser un tableau de signes de l'expression $\frac{(2x-1)(x+3)}{1-x}$.

★ Exercice 9

Vecteurs et coordonnées

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé avec $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ cm.

1. Placer les points $A(-2; 1)$, $B(1; -2)$, $C(4; 2)$.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{BC}$.
3. Calculer AB , AC et BC . Le triangle ABC est-il rectangle en B ?
4. Calculer les coordonnées du point I , milieu de $[BC]$.

★ Exercice 10

Relation de Chasles

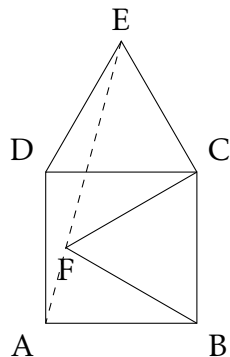
ABC est un triangle quelconque. Soient D , E et F les points tels que :

$$\vec{CD} = -\vec{CB} \quad ; \quad \vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC} \quad ; \quad \vec{BF} = -2\vec{BA}$$

Démontrer que D , E et F sont alignés.

★ Exercice 11

Alignement de points



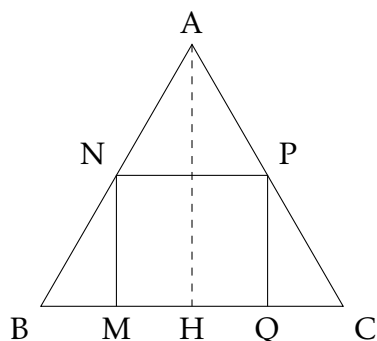
Soit $ABCD$ un carré de côté 4 cm. Les triangles DEC et BCF sont équilatéraux.

La figure est reportée dans repère $(A; \vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{i} = \frac{1}{4}\vec{AB}$ et $\vec{j} = \frac{1}{4}\vec{AD}$.

1. Déterminer les coordonnées des points E et F .
2. Montrer que E , F et A sont alignés.

★ Exercice 12

Algèbre et géométrie



Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 6$ et soit H le milieu de $[BC]$.

M est un point de $[BH]$. On construit $MNPQ$ de sorte à ce qu'il soit un rectangle d'axe de symétrie (AH) .

On pose $BM = x$.

1. (a) Exprimer MN en fonction de x .
(b) Justifier que $MQ = 6 - 2x$.
2. On veut que $MNPQ$ soit un carré.
(a) Montrer alors que $x\sqrt{3} = 6 - 2x$.
(b) Calculer x .

★ Exercice 13

Systèmes linéaires

1. Résoudre le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 7 = 0 \\ -x + 5y - 11 = 0 \end{cases}$$

2. Soient $(\mathcal{D}_1)$, d'équation $y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$, et $(\mathcal{D}_2)$, d'équation $y = \frac{1}{5}x + \frac{11}{5}$, deux droites du plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Donner un vecteur directeur de ces deux droites.
Ces deux droites sont-elles parallèles? Justifier.
- Donner les coordonnées de leur point d'intersection.

★ Exercice 14

Statistiques & probabilités

On a regardé les notes d'une classe entière de seconde et on a reporté les résultats dans le tableau ci-dessous :

Notes	1	3	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20
Effectifs	1	2	2	3	3	4	3	4	2	4	3	1	1
e.c.c.													
Fréquences													
f.c.c.													

- Complétez le tableau en calculant les effectifs cumulés croissants (e.c.c.), les fréquences et les fréquences cumulées croissantes (en écriture fractionnaire).
- Calculer la médiane, les quartiles et la moyenne de cette série statistique.
- On choisit au hasard un élève dans cette classe.
 - Calculer la probabilité pour qu'il ait une note égale à 10.
 - Calculer la probabilité pour qu'il ait une note inférieure ou égale à 10.
 - Calculer la probabilité pour qu'il ait une note strictement supérieure à 10.

★ Exercice 15

Géométrie dans l'espace

On considère un cube ABCDEFGH tel que les faces ABCD et EFGH d'une part, EHAD et FGBC d'autre part, soient parallèles.

On construit alors le point S de sorte que EFGHS soit une pyramide régulière. On appelle O le pied de sa hauteur issue du sommet S.

Toutes les mesures seront données en fonction de AB.

- Représenter la figure ; situer le point O.
- Calculer la diagonale du cube AF.
- Le point S appartient-il au plan (HFA)? Justifier.
- Calculer OS, puis le volume de la pyramide.

CORRECTION

★ Exercice 1

Statistiques & probabilités

1. Le tableau rempli :

Notes	1	3	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20
Effectifs	1	2	2	3	3	4	3	4	2	4	3	1	1
e.c.c.	1	3	5	8	11	15	18	22	24	28	31	32	33
Fréquences	$\frac{1}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{3}{33}$	$\frac{3}{33}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{3}{33}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{3}{33}$	$\frac{1}{33}$	$\frac{1}{33}$
f.c.c.	$\frac{1}{33}$	$\frac{3}{33}$	$\frac{5}{33}$	$\frac{8}{33}$	$\frac{11}{33}$	$\frac{15}{33}$	$\frac{18}{33}$	$\frac{22}{33}$	$\frac{24}{33}$	$\frac{28}{33}$	$\frac{31}{33}$	$\frac{32}{33}$	1

2. La médiane est la note qui partage la série en deux séries de même effectif. Comme l'effectif total est impair, ici, la médiane est la moyenne de 10 et 11, soit 10,5. La médiane est donc égale à 10,5.

Le premier quartile Q_1 est la note qui délimite le premier quart de la série statistique. $33 \div 4 = 7,75$, valeur dépassée pour une note égale à 8. Ainsi, $Q_1 = 8$.

Le troisième quartile Q_3 est la note qui délimite le dernier quart de la série statistique. $3 \times (33 \div 4) = 23,25$, valeur atteinte pour une note de 13. Ainsi, $Q_3 = 13$.

La moyenne se calcule ainsi :

$$\overline{m} = \frac{1 \times 1 + 3 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 3 + 10 \times 4 + 11 \times 3 + 12 \times 4 + 13 \times 2 + 14 \times 4 + 15 \times 3 + 16 \times 1 + 20 \times 1}{33}$$

$$\underline{m \approx 10,78}$$

3. (a) La probabilité pour que l'élève choisi au hasard ait une note égale à 10 est la fréquence qui correspond à cette note. Donc la probabilité est égale à $\frac{4}{33}$.

(b) La probabilité pour que l'élève choisi au hasard ait une note inférieure ou égale à 10 est la fréquence cumulée croissante qui correspond à cette note. Donc la probabilité est égale à $\frac{15}{33}$.

(c) La probabilité pour que l'élève choisi au hasard ait une note strictement supérieure à 10 est la différence entre 1 et la probabilité qu'il ait eu une note inférieure ou égale. Donc la probabilité est égale à $1 - \frac{15}{33} = \frac{18}{33}$.

★ Exercice 2

Géométrie dans l'espace

1. O est le pied de la hauteur de la pyramide issue de S ; par conséquent, c'est le centre de la base EFGH (car la pyramide est régulière). C'est donc le point d'intersection de (EG) et (HF). La figure est la suivante :

