Stéphane PASQUET, 3 juillet 2014

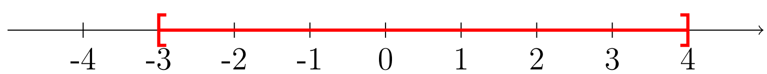
Sommaire

Nous allons voir dans ce chapitre toutes les notations mathématiques importantes qui seront utilisées dans les cours à venir.

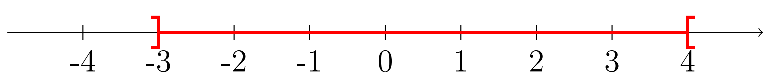
1 Les intervalles : notation et schématisation

Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$.

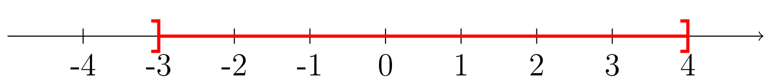
- On notera $[a\,;b]$ l'ensemble des nombres compris entre a et b. Ici, a et b sont *compris* dans l'intervalle car les crochets sont dirigés vers l'intérieur.
  On dira que $[a\,;b]$ est un `intervalle fermé`. On représentera par exemple $[-3\,;4]$ ainsi :



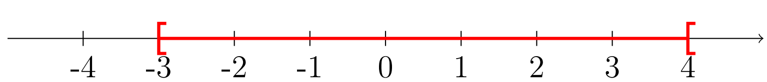
- On notera $]a\,;b[$ l'ensemble des nombres compris entre a et b, avec a et b qui ne sont pas compris dans l'intervalle car les crochets sont dirigés vers l'extérieur.
  On dira que $[a\,;b]$ est un `intervalle ouvert`. On représentera par exemple $]-3\,;4[$ ainsi :



- On notera $]a\,;b]$ l'ensemble des nombres compris entre a et b, avec a non compris dans l'intervalle (car le crochet est dirigé vers l'extérieur du côté de a) et b compris dans l'intervalle (car le crochet est dirigé vers l'intérieur du côté de b).
  On représentera par exemple $]-3\,;4]$ ainsi :



- On notera $[a\,;b[$ l'ensemble des nombres compris entre a et b, avec a compris dans l'intervalle (car le crochet est dirigé vers l'intérieur du côté de a) et b non compris dans l'intervalle (car le crochet est dirigé vers l'extérieur du côté de b).
  On représentera par exemple $[-3\,;4[$ ainsi :



2 Symboles d'appartenance et encadrements

- Pour écrire qu'un nombre x appartient à un intervalle $[a\,;b]$, on écrira :

$$x \in [a\,;b].$$

Cela signifie que x est compris entre a et b et on pourra donc l'écrire aussi :

$$a \leqslant x \leqslant b.$$

Les signes d'inégalité sont choisis en fonction du sens des crochets de l'intervalle :

$$x \in [a\,;b] \Longrightarrow a \leqslant x \leqslant b$$

$$x \in]a\,;b[\Longrightarrow a < x < b$$

$$x \in]a\,;b] \Longrightarrow a < x \leqslant b$$

$$x \in [a\,;b[\Longrightarrow a \leqslant x < b$$

- Pour écrire qu'un nombre x n'appartient pas à un intervalle $[a\,;b]$, on écrira :

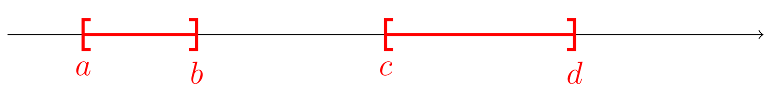
$$x \notin [a\,;b].$$

3 Union et intersection d'intervalles

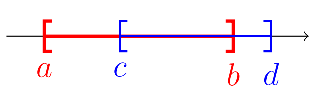
- Pour écrire qu'un nombre x appartient à un intervalle $[a\,;b]$ **ou** à un intervalle $[c\,;d]$, on écrira :

$$x \in [a\,;b] \cup [c\,;d].$$

On représentera l'union ainsi :



Si les deux intervalles se chevauchent,



devient :

Dans ce cas (et uniquement dans ce cas), $[a\,;b] \cup [c\,;d] = [a\,;d]$.

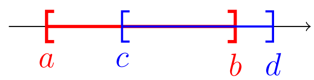
- Pour écrire qu'un nombre x appartient à un intervalle $[a\,;b]$ **et** à un intervalle $[c\,;d]$, on écrira :

$$x \in [a\,;b] \cap [c\,;d].$$

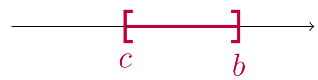
→ Si les deux intervalles ne se chevauchent pas, l'intersection est *vide* (n'existe pas).
On notera alors :

$$[a\,;b] \cap [c\,;d] = \varnothing.$$

→ Si les deux intervalles se chevauchent, l'intersection est l'ensemble en commun aux deux intervalles :



intersecion :



4 Inclusion

Si un intervalle $[c\,;d]$ est *inclus* dans un autre intervalle $[a\,;b]$, on écrira :

$$[c\,;d] \subset [a\,;b].$$

Cela se schématise de la façon suivante :