

Les vecteurs (coordonnées)

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.

★ Coordonnées d'un vecteur

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

★ Longueur d'un segment

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

★ Milieu du segment $[AB]$

Si $I(x_I; y_I)$ est le milieu de $[AB]$, alors :

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

★ Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont dits **colinéaires** si :

$$xy' = x'y.$$

Exemple. $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Alors,

$$\begin{cases} xy' = 1 \times 6 = 6 \\ x'y = -3 \times (-2) = 6 \end{cases} \quad \text{donc} \quad xy' = x'y \quad \text{donc} \quad \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires.}$$

Remarque : si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, cela signifie que (AB) et (CD) sont parallèles.

★ Égalité vectorielle (méthode)

Soient $A(-1; 2)$, $B(3; -2)$ et $C(5; -3)$. On pose $D(x_D; y_D)$. Trouver les coordonnées de D telles que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} &\iff \begin{pmatrix} 3 - (-1) \\ -2 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - x_D \\ -3 - y_D \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{cases} 4 = 5 - x_D \\ -4 = -3 - y_D \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x_D = 5 - 4 = 1 \\ y_D = -3 + 4 = 1 \end{cases} \\ &\iff D(1; 1). \end{aligned}$$

Remarque : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme.