

Exercice 1 (fonctions) On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{3x^2 - 9}{x + 2}.$$

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Calculer $f'(x)$.
3. Déterminer le signe de $f'(x)$, puis les variations de f .

Exercice 2 (suites) On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par :

$$u_{n+1} = u_n^2 + u_n + 1.$$

1. Quel est le sens de variation de (u_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$.

Exercice 3 (géométrie) On se place dans un repère orthonormé dont l'unité graphique est le cm^2 .

On considère alors les points $A(-7; 2)$, $B(-6; -5)$ et $C((2; -1)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC) .
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à (BC) passant par A . On notera cette droite (Δ) .

On admet que la droite perpendiculaire à (AC) passant par B a pour équation $3x - y + 13 = 0$.

3. Déterminer les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC .
4. On note E l'intersection de (BC) et de (Δ) . On admet que $E(-4; -4)$.
 - (a) Calculer AE .
 - (b) Calculer BC .
 - (c) Déterminer l'aire du triangle ABC .

On définit le point F par :

$$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.$$

5. Les points C , H et F sont-ils alignés ?

Exercice 4 (probabilités) Un jeu consiste à choisir au hasard une boule dans une urne opaque. Sur chaque boule de cette urne, une somme est inscrite : c'est le gain que le joueur obtient.

Il y a :

- 7 boules portant la somme de 0 €.
- 5 boules portant la somme de 2 €.
- n boules portant la somme de 10 €, où n est un entier naturel non nul.

Chaque partie coûte 1 € au joueur.

On note G la variable aléatoire représentant le *gain algébrique* à l'issue d'une partie.

1. Déterminer, en fonction de n , la loi de probabilité de G .
2. Montrer alors que le jeu est toujours profitable au joueur si ce dernier effectue un grand nombre de parties.

Exercice 5 (recherche) Soit k un nombre réel quelconque.

On considère la fonction $f_k : x \mapsto x^2 - 2kx + k^2 + k + 1$ ainsi que le sommet S_k de la parabole représentative de f_k .

Montrer que tous les S_k appartiennent à une même droite.

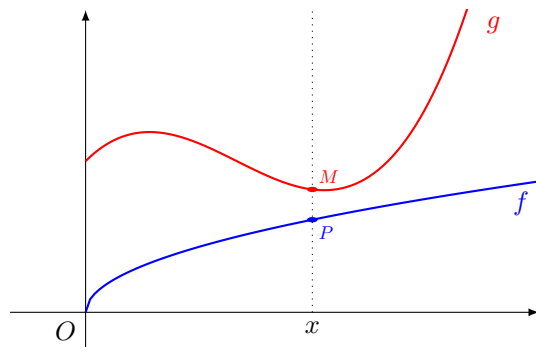
Exercice 6 (recherche) On considère les fonctions f et g définies

par :

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{et} \quad g(x) = x^3 - 3x + 2x + 2.$$

Pour tout $x \geq 0$, on note $P(x; f(x))$ et $M(x; g(x))$.

Pour quelle valeur de x la distance PM est-elle minimale ?



Exercice 7 (algorithmique) On considère la suite (u_n) suivante :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2^n} u_n + 2n + 1 \end{cases}$$

1. Compléter l'algorithme suivant afin qu'il affiche tous les termes de cette suite jusqu'à u_{100} .

```

u prend la valeur ...
Pour n allant de ... à ...

    u prend la valeur ...
    Afficher u

Fin du Pour
    
```

2. À l'aide de la calculatrice, Jean remarque que :

$$u_{50} = 101, u_{51} = 103, u_{52} = 105, u_{53} = 107, \dots$$

Il conjecture alors que :

$$\forall n \geq 50, \quad u_n = 2n + 1.$$

- (a) Cette formule donne-t-elle les nombres observés ?
- (b) Si cette formule était correcte, quelle serait la nature de la suite (u_n) ?
- (c) Que peut-on conclure quant à la formule de Jean pour la suite (u_n) ?
- (d) Comment expliquer ce phénomène ?