

Baccalauréat Pondichéry



Session 2017

Épreuve obligatoire : **Mathématiques**

Série ES

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

PROPOSITION DE CORRIGÉ

Exercice 1 :

Question 1 : Réponse b.

Question 2 : Réponse c.

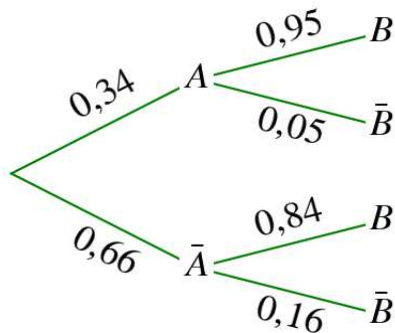
Question 3 : Réponse c.

Question 4 : Réponse c.

Exercice 2 :

Partie A :

1)



2.a) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P_A(\bar{B}) = 0,34 \times 0,05 = 0,017$

b) D'après les probabilités totales $P(\bar{B}) = P(\bar{B} \cap A) + P(\bar{B} \cap \bar{A}) = 0,017 + 0,66 \times 0,16 \approx 0,123$

c) $P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,017}{0,123} \approx 0,138$

Donc parmi les coureurs de plus de 60 ans environ 13,8 % ont terminé le marathon en moins de 234 minutes.

Partie B :

1) $P(210 \leq T \leq 270) \approx 0,543$

2)
$$P_{T \in [210;270]}(T \leq 240) = \frac{P(T \in [210;270] \cap T \leq 240)}{P(T \in [210;270])}$$

$$= \frac{P(T \in [210;240])}{P(T \in [210;270])} \approx 0,453$$

3.a) $P(T \leq 300) \approx 0,9$

b) Par symétrie $P(T \geq 200) \approx 0,9$ donc $t = 200$.

c) Cela signifie que 90 % des coureurs ont terminé le marathon en plus de 200 minutes.

Exercice 3 :

$$1) u_1 = 0,8u_0 + 45 = 0,8 \times 150 + 45 = 165$$

$$u_2 = 0,8u_1 + 45 = 0,8 \times 165 + 45 = 177$$

2.a) On veut afficher le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 220$, donc il faut arrêter les calculs dès que $u_n \geq 220$. Or l'algorithme (1) continue les calculs tant que $u_n \geq 220$ et l'algorithme (2) continue les calculs tant que $u_n < 220$. Donc le bon algorithme est le (2).

b) La valeur affichée est : $n = 13$ ($u_{13} \approx 220,88$)

3.a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 225 = 0,8u_n + 45 - 225$
 $= 0,8u_n - 180 = 0,8(u_n - 225) = 0,8v_n$ Donc v est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme $v_0 = u_0 - 225 = 150 - 225 = -75$.

b) D'après la question précédente $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = -75 \times 0,8^n = u_n - 225$.

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = v_n + 225 = -0,75 \times 0,8^n + 225$.

4) La suite (u_n) représente le nombre de participants l'année 2015 + n .

Comme $-75 \times 0,8^n < 0 \Leftrightarrow 225 - 75 \times 0,8^n < 225 \Leftrightarrow u_n < 225$, alors il y aura au plus 225 participants. Donc ils n'auront pas besoin de refuser des participants dans les années à venir.

Exercice 4 :

Partie A :

1) $\alpha \in [0; 1]$ et $\beta \in [2; 3]$

2) Le maximum de f vaut environ 14,8 et il est atteint pour $x = 1$.

3) La valeur de l'intégrale appartient à l'intervalle (b) $[18; 26]$.

Partie B :

$$1) f(x) = 2xe^{-x+3}$$

$$u = 2x \quad u' = 2$$

$$v = e^{-x+3} \quad v' = -e^{-x+3}$$

$$\text{Donc } f'(x) = 2e^{-x+3} - 2xe^{-x+3} = e^{-x+3}(2 - 2x)$$

2)

x	0	1	7
e^{-x+3}	+		+
$-2x+2$	+		-
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	0	$2e^2$	$14e^4$

b) Le maximum de f vaut : $f(1) = 2e^2 \approx 14,78$

3.a) $f(0) = 0 < 10$ et $f(1) \approx 14,78 > 10$. Comme f est continue sur $[0;1]$ et strictement croissante, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel $\alpha \in [0; 1]$ tel que $f(\alpha) = 10$.

$f(7) = 14e^4 \approx 0,26 < 10$ et $f(1) \approx 14,78 > 10$. Comme f est continue sur $[1;7]$ et strictement croissante, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel $\beta \in [1; 7]$ tel que $f(\beta) = 10$.

Donc l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0;7]$.

b) $\beta \approx 2,16$

4.a) $F(x) = (-2x-2)e^{-x+3}$

$U = -2x-2$	$U' = -2$	$F(x) = -2e^{-x+3} - (-2x-2)e^{-x+3}$ $= e^{-x+3}(-2+2x+2) = 2xe^{-x+3} = f(x)$ Donc F est une primitive de f.
$V = e^{-x+3}$	$V' = -e^{-x+3}$	

b) $\int f(x)dx = [F(x)]_1^3 = F(3) - F(1) \approx 21,56$ unités d'aire.

5.a) Valeur moyenne : $\frac{1}{3-1} = \int f(x)dx \approx \frac{21,56}{2} \approx 10,78$

b) Le bénéfice est supérieur à 10 000€ lorsque $f(x) > 10$. Donc d'après les questions (2) et (3), il faudra vendre entre 36 et 216 objets pour atteindre l'objectif.