

Calculatrice autorisée
Mettre les copies dans le sujet
Numéroter les copies

I – Fonctions /10 /20

II – Probabilités et suites /20

III – Probabilités et algorithme /10

I – Fonctions (30 points)

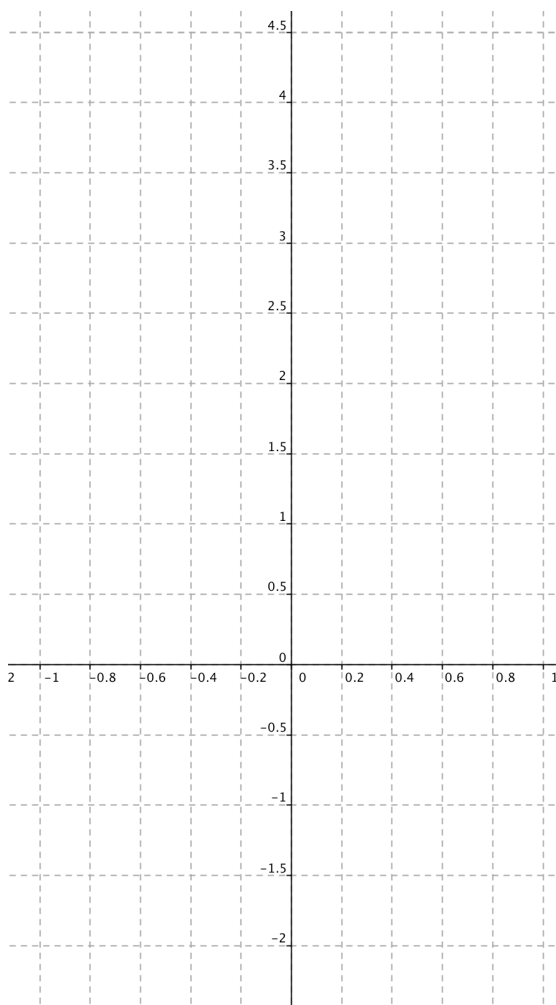
Exercice : (10 points)

On considère la fonction f définie sur $[-1 ; 1]$
par :
 $f(x) = 2e^x + ax + b$.

On note $\mathcal{C}$ sa représentation graphique
dans le repère ci-contre.

1. Déterminer les réels a et b tels que :
→ la courbe passe par l'origine O

→ la tangente à la courbe a pour
coefficient directeur 3 en ce point O.
2. Pour la suite on prendra :
 $f(x) = 2e^x + x - 2$.
Déterminer son sens de variation.
3. Donner l'équation de la tangente à la
courbe en O et la tracer.
4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$.



Problème : (20 points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par :

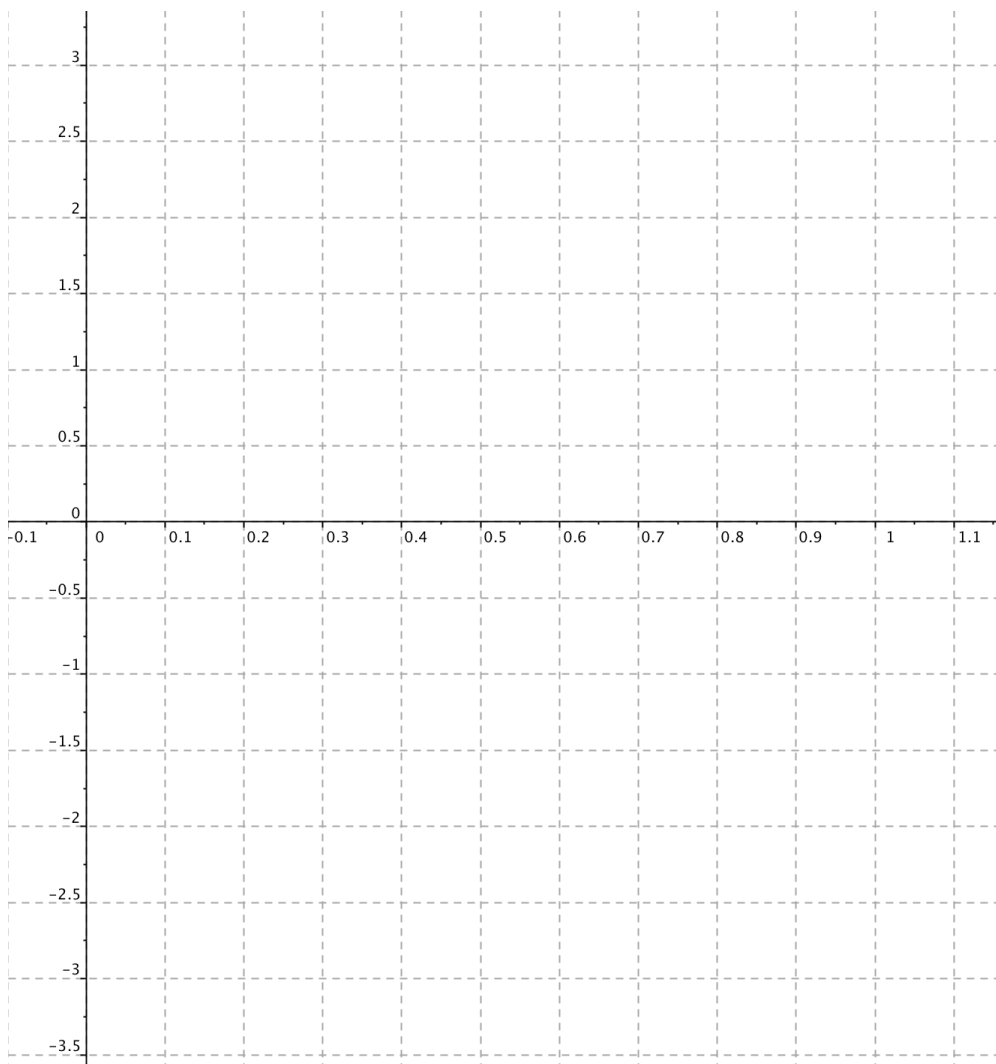
$$g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}.$$

1. Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = -4e^{2x}(1 + x)$.
Étudier le signe de $g'(x)$ sur $[0; +\infty[$ et en déduire le sens de variation de g .
2. Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ sur $[0; +\infty[$.
3. Résumer ces renseignements dans un tableau de variation.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$, et $\mathcal{C}$, sa représentation graphique dans le repère ci dessous.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = g(x)$.
En déduire de la partie A le signe de $f'(x)$ et le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$.
2. Calculer $f(0), f(1)$ et montrer que sur $[0; +\infty[$ la courbe $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses en un seul point I.
En déduire, en le justifiant, un encadrement à 0,01 de l'abscisse du point I.
3. Justifier que la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 est horizontale.
4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$.



II – Probabilités et suites (20 points)

Dans une entreprise, les stocks d'un produit varient d'une semaine sur l'autre en fonction de la demande des clients.

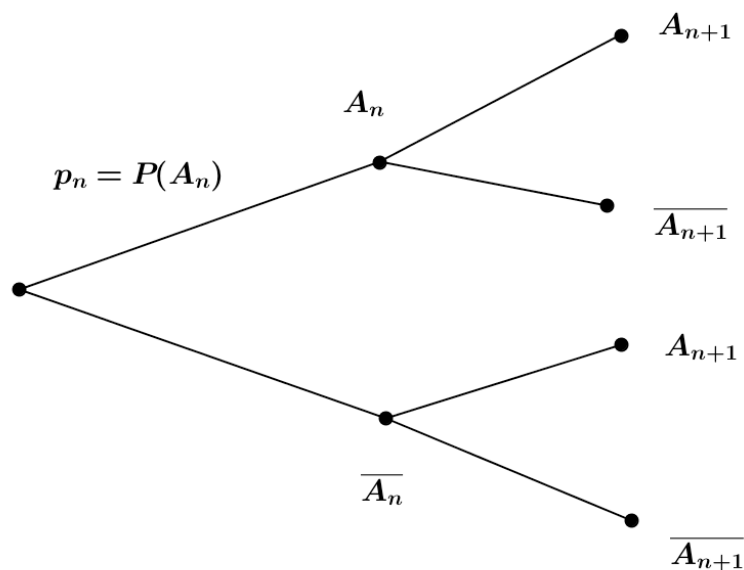
Ainsi certains produits très demandés sont approvisionnés fréquemment, et d'autres plus rarement.

Le gestionnaire des stocks a constaté que :

- Il a approvisionné un produit la 1^{ère} semaine ;
- S'il l'a approvisionné la n -ième semaine, alors la probabilité qu'il doive l'approvisionner la $(n+1)$ -ème est 0,6 ;
- S'il ne l'a pas approvisionné la n -ième semaine, alors la probabilité qu'il doive l'approvisionner la $(n+1)$ -ème semaine est de 0,4.

On note A_n l'événement « le gestionnaire des stocks a approvisionné le produit la n -ième semaine » et $p_n = P(A_n)$ sa probabilité.

1. a. Justifier que $p_1 = 1$.
b. **Reproduire et compléter**, en justifiant, l'arbre pondéré ci-dessous.

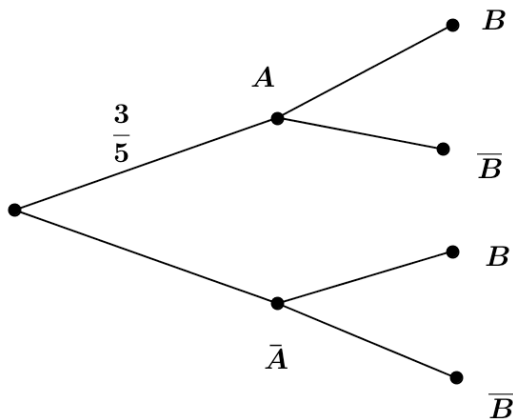


- c. Exprimer $P(A_n \cap A_{n+1})$, puis $P(\overline{A_n} \cap A_{n+1})$ en fonction de p_n .
 - d. En déduire que $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,4$.
2. Soit (U_n) la suite définie, pour tout entier naturel n non nul, par $u_n = p_n - 0,5$.
 - a. Montrer que $u_{n+1} = 0,2u_n$. Préciser la nature de cette suite, sa raison et son premier terme u_1 .
 - b. En déduire u_n et p_n en fonction de n .
 - c. Quelle est la probabilité que le gestionnaire de stocks approvisionne le produit la 15^{ème} semaine ?
 - d. Déterminer la limite de la suite (u_n) , puis de la suite (p_n) .
Interpréter ce résultat.

III – Probabilités et algorithme (10 points)

répondre sur la feuille

Pour simuler une expérience aléatoire dont l'arbre pondéré est donné ci-dessous on a réalisé sur algobox l'algorithme suivant.



Compréhension de l'algorithme :

D'après la ligne 5 quels sont les nombres entiers que peut prendre T1 ?

Pour quelles valeurs de T1 A est-il réalisé préciser les lignes correspondantes ?

Justifier la valeur de $P(A)$ marquée sur l'arbre.

Si A est réalisé, quelle ligne indique quelles sont les valeurs que peut prendre T2 et quelles sont ces valeurs ?

En déduire $P_A(B)$, puis $P_A(\bar{B})$, justifier.

Si A n'est pas réalisé, quelle ligne permet de savoir les valeurs que peut prendre T2, quelles sont ces valeurs ?

En déduire $P_{\bar{A}}(B)$, puis $P_{\bar{A}}(\bar{B})$, justifier.

Compléter l'arbre

Quel est le résultat affiché et quelle est sa probabilité ?

Sur la copie inventer une situation qui correspond à cette expérience aléatoire

```

CODE DE L'ALGORITHME :
1  VARIABLES
2  T1 EST_DU_TYPE NOMBRE
3  T2 EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  T1 PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,5)
6  SI (T1<=3) ALORS
7  DEBUT_SI
8  AFFICHER "événement A réalisé"
9  T2 PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,7)
10 SI (T2<=4) ALORS
11 DEBUT_SI
12 AFFICHER "événement B réalisé"
13 FIN_SI
14 SINON
15 DEBUT_SINON
16 AFFICHER "événement B non réalisé"
17 FIN_SINON
18 FIN_SI
19 SINON
20 DEBUT_SINON
21 AFFICHER "événement A non réalisé"
22 T2 PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,3)
23 SI (T2<=1) ALORS
24 DEBUT_SI
25 AFFICHER "événement B réalisé"
26 FIN_SI
27 SINON
28 DEBUT_SINON
29 AFFICHER "événement B non réalisé"
30 FIN_SINON
31 FIN_SINON
32 FIN_SINON
33 FIN_ALGORITHME
  
```

RÉSULTATS :

```

***Algorithme lancé***
événement A non réalisé
événement B réalisé
***Algorithme terminé***
  
```