

APMEP —
Baccalauréat ES — Probabilités et Statistiques

Tapuscript : B. Colombel
dernière mise à jour : 2 décembre 2014

Code source, remarques, erreurs : maurice72 at gmail.com

N°	Lieu et date	Probabilités condition- nelles	Variables aléatoires Espérance	Loi uniforme	Loi normale	Échantillon
1	Métropole 20 juin 2014			×	×	×
2	Antilles — Guyane 19 juin 2014	×			×	×
3	Asie 19 juin 2014	×				×
4	Polynésie 13 juin 2014	×				×
5	Centres Étrangers 12 juin 2014				×	×
6	Centres Étrangers 12 juin 2014	×		×		
7	Amérique du Nord 30 mai 2014	×			×	×
8	Liban 27 mai 2014					×
9	Liban 27 mai 2014	×			×	
10	Pondichéry 7 avril 2014	×			×	×

SESSION 2013

11	Nouvelle-Calédonie 7 mars 2014	×				
12	Amérique du Sud 21 novembre 2013				×	×
13	Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013				×	×
14	Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013	×				
15	Métropole Réunion 13 septembre 2013	×	×			
16	Antilles Guyane 12 septembre 2013	×			×	
17	Métropole sujet dévoilé juin 2013	×			×	
18	Métropole 21 juin 2013	×			×	
19	Asie 19 juin 2013	×				
20	Antilles Guyane 19 juin 2013					×
21	Antilles Guyane 19 juin 2013	×	×			
22	Centres étrangers 12 juin 2013			×	×	
23	Centres étrangers 12 juin 2013	×	×			
24	Polynésie 7 juin 2013				×	
25	Polynésie 7 juin 2013	×	×			
26	Amérique du Nord 30 mai 2013				×	×
27	Liban 28 mai 2013	×	×			
28	Pondichery 15 avril 2013	×				

Code source, remarques, erreurs : maurice72 at gmail.com

1. Métropole 20 juin 2014 (5 points)

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A :

Chaque jour, Antoine s'entraîne au billard américain pendant une durée comprise entre 20 minutes et une heure. On modélise la durée de son entraînement, en minutes, par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[20; 60]$.

1. Calculer la probabilité p pour que l'entraînement dure plus de 30 minutes.
2. Calculer l'espérance de X . Interpréter ce résultat.

Partie B :

Dans cette partie les probabilités seront, si besoin, arrondies au millième.

Les boules de billard américain avec lesquelles Antoine s'entraîne sont dites de premier choix si leur diamètre est compris entre 56,75 mm et 57,2 mm ; sinon elles sont dites de second choix.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée au hasard dans la production de l'entreprise, associe son diamètre, en millimètres.

On suppose que D suit la loi normale d'espérance 57 et d'écart-type 0,11.

1. Déterminer la probabilité p_1 que la boule prélevée ait un diamètre inférieur à 57 mm.
2. Déterminer la probabilité p_2 que la boule prélevée soit une boule de premier choix.
3. En déduire la probabilité p_3 que la boule prélevée soit une boule de second choix.

Partie C :

Le président de la fédération française de billard (FFB) souhaite estimer le niveau de satisfaction de ses 14 000 licenciés quant à l'organisation des tournois.

Antoine estime que les 80 adhérents de son club constituent un échantillon représentatif des licenciés de la FFB. Il est chargé de faire une étude au sein de son club :

les 80 adhérents ont répondu, et 66 ont déclaré qu'ils étaient satisfaits.

1. Quelle est, sur cet échantillon, la fréquence observée f de personnes satisfaites de la FFB ?
2. Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion p de licenciés satisfaits de la FFB. Les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième.

2. Antilles — Guyane 19 juin 2014

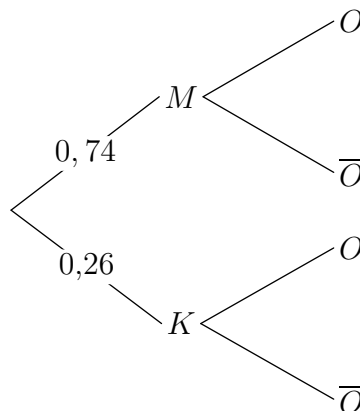
D'après une étude récente il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'ostéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'ostéopathie.

Partie A

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes. On note les événements suivants :

- M : « la personne choisie est médecin » ;
- K : « la personne choisie est kinésithérapeute » ;
- O : « la personne choisie pratique l'ostéopathie ».

On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.
2. Montrer que la probabilité $P(O)$ de l'événement O est égale à 0,026 8.
3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories. Déterminer la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Partie B

On note T la variable aléatoire associant à chaque patient la durée de visite, en minutes, chez un médecin-ostéopathe. On admet que T suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 10.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer la probabilité $P(20 \leq T \leq 40)$.
2. Déterminer la probabilité qu'une visite dure plus de trois quart d'heure.

Partie C

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6 % des médecins pratiquent l'ostéopathie. Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.

On note I l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1. (a) Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.
(b) Justifier que $I = [0,005\ 3; 0,006\ 7]$, les bornes ayant été arrondies à 10^{-4} près.
2. Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.

3. Asie 19 juin 2014 (5 points)

On s'intéresse aux résultats d'un concours où l'on ne peut pas se présenter plus de deux fois.

Partie A : étude des résultats de mai 2013

Les statistiques dressées à partir des résultats de la session de mai 2013 ont permis d'établir que :

- 60 % des personnes qui présentaient le concours le présentaient pour la première fois ;
- 10 % de ceux qui le présentaient pour la première fois ont été admis ;
- 40 % de ceux qui le présentaient pour la seconde fois l'ont réussi.

On interroge au hasard une personne parmi toutes celles ayant passé ce concours en mai 2013.

On note :

- C_1 l'évènement : « La personne présentait le concours pour la première fois » ;
- R l'évènement : « La personne a été reçue à ce concours ».

On note $\bar{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A .

1. Déterminer les probabilités suivantes : $P_{C_1}(R)$, $P_{\bar{C}_1}(R)$ et $P(C_1)$.

Pour traiter la suite de l'exercice, on pourra s'aider d'un arbre.

2. Déterminer la probabilité que cette personne se soit présentée au concours pour la première fois et ait été admise.
3. Montrer que la probabilité que cette personne ait été admise à ce concours en mai 2013 est de 0,22.
4. Sachant que cette personne a réussi le concours, déterminer la probabilité qu'elle l'ait présenté pour la première fois. Donner une valeur arrondie au centième.

Partie B : résultats d'un établissement

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.

On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.

Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes.
2. Que penser de l'affirmation du directeur de l'établissement ? Justifier.

4. Polynésie 13 juin 2014 (5 points)

Partie A

Document 1 : « En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles. »

(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Édition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse.

On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.

Partie B

Les étudiants des CPGE se répartissent en 3 filières :

- la filière scientifique (S) accueille 61,5 % des étudiants ;
- la série économique et commerciale (C) accueille 24 % des étudiants ;
- les autres étudiants suivent une filière littéraire (L).

Document 2 : « En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (30 %) alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales. »

(même source)

On considère que parmi tous les inscrits en CPGE en 2009-2010, la proportion de fille est 42,7 %. On interroge au hasard un étudiant en CPGE. On considère les événements suivants :

F : l'étudiant interrogé est une fille ;

S : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière scientifique ;

C : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière économique et commerciale ;

L l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière littéraire.

1. Donner les probabilités $P(S)$, $P(C)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$.
Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. (a) Calculer la probabilité que l'étudiant interrogé au hasard soit une fille inscrite en L.
(b) Calculer la probabilité de l'événement $F \cap S$. En déduire que la probabilité de l'événement $F \cap C$ est 0,133 75.
3. Sachant que l'étudiant interrogé suit la filière économique et commerciale, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ? On arrondira le résultat au millième.
Confronter ce résultat avec les informations du document 2.
4. Sachant que l'étudiant interrogé est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millième.

5. Centres Étrangers 12 juin 2014 (4 points)

L'entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d'encre noire pour imprimante.

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant votre réponse**.

1. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque cartouche produite, associe sa durée de vie exprimée en nombre de pages.

On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

- (a) **Affirmation 1** : Environ 95 % des cartouches produites ont une durée de vie comprise entre 230 et 270 pages.
- (b) **Affirmation 2** : Moins de 50 % des cartouches produites ont une durée de vie inférieure à 300 pages.

2. L'entreprise Printfactory a amélioré son procédé industriel et déclare que 80 % des cartouches produites ont une durée de vie supérieure à 250 pages.

Un contrôleur désigné par l'entreprise effectue un test en prélevant de façon aléatoire un échantillon de cartouches dans la production.

Dans un échantillon de taille 1 000, le contrôleur a obtenu 240 cartouches vides d'encre avant l'impression de 250 pages.

Affirmation 3 : Le contrôleur valide la déclaration de l'entreprise.

3. L'entreprise Printfactory souhaite connaître l'opinion de ses 10 000 clients quant à la qualité d'impression de ses cartouches.

Pour cela, elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau 0,95 avec un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 4 %.

Affirmation 4 : L'entreprise doit interroger au moins un quart de ses clients.

6. Centres Étrangers 12 juin 2014 (5 points)

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :

- D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
- R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

- (a) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- (b) Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.
- (c) Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cup R$ est égale à 0,24.
- (d) En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité. Compléter l'arbre pondéré réalisé dans la question (a).

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

- (a) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.
- (b) Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée. On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3} .

3. Deux amis, Aymeric et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines.

Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8; 9]$.

Déterminer la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes.

7. Amérique du Nord 30 mai 2014 (6 points)

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4} .

Partie A

On considère deux types d'appartement :

- Les appartements d'une ou deux pièces notés respectivement T1 et T2 ;
- Les appartements de plus de deux pièces.

Une étude des dossiers d'appartements loués dans un secteur ont montré que :

- 35 % des appartements loués sont de type T1 ou T2 ;
- 45 % des appartements loués de type T1 ou T2 sont rentables ;
- 30 % des appartements loués, qui ne sont ni de type T1 ni de type T2, sont rentables.

On choisit un dossier au hasard et on considère les événements suivants :

- T : « l'appartement est de type T1 ou T2 » ;
- R : « l'appartement loué est rentable » ;
- $\bar{T}$ est l'évènement contraire de T et $\bar{R}$ est l'évènement contraire de R .

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité qu'un appartement loué soit rentable est égale à 0,352 5.
3. Calculer la probabilité que l'appartement soit de type T1 ou T2, sachant qu'il est rentable.

Partie B

On considère X la variable aléatoire égale au nombre d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de 100 appartements loués. On admet que toutes les conditions sont réunies pour assimiler X à une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 35$ et d'écart type $\sigma = 5$.

À l'aide de la calculatrice :

1. Calculer $P(25 \leq X \leq 35)$.
2. Calculer la probabilité qu'au moins 45 appartements parmi les 100 appartements loués soient rentables.

Partie C

L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables.

Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués. Parmi ceux-ci, 120 sont rentables.

1. Déterminer la fréquence observée sur l'échantillon prélevé.
2. Peut-on valider l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier cette réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

8. Liban 27 mai 2014 (QCM 4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Chaque question ci-après comporte quatre propositions de réponse.

Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande pas de justification.

Chaque réponse exacte rapportera 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.

Un fumeur est dit fumeur régulier s'il fume au moins une cigarette par jour.

En 2010, en France, la proportion notée p de fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, était de 0,236.

Source : Inpes

On a $p = 0,236$.

1. La probabilité que, sur un groupe de 10 jeunes âgés de 15 à 19 ans choisis au hasard et de manière indépendante, aucun ne soit fumeur régulier est, à 10^{-3} près :
a. 0,136 b. 0 c. 0,068 d. 0,764
2. Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 de la fréquence de fumeurs réguliers dans un échantillon de 500 jeunes âgés de 15 à 19 ans est :
(Les bornes de chaque intervalle sont données à 10^{-3} près)
a. $[0,198; 0,274]$ b. $[0,134; 0,238]$ c. $[0,191; 0,281]$ d. $[0,192; 0,280]$
3. La taille n de l'échantillon choisi afin que l'amplitude de l'intervalle de fluctuation au seuil de 0,95 soit inférieure à 0,01, vaut :
a. $n = 200$ b. $n = 400$ c. $n = 21\,167$ d. $n = 27\,707$
4. Dans un échantillon de 250 jeunes fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, 99 sont des filles.
Au seuil de 95 %, un intervalle de confiance de la proportion de filles parmi les fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans est :
(Les bornes de chaque intervalle sont données à 10^{-2} près)
a. $[0,35; 0,45]$ b. $[0,33; 0,46]$ c. $[0,39; 0,40]$ d. $[0,30; 0,50]$

9. Liban 27 mai 2014 (5 points)

Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40 % des clients sont des familles, 25 % des clients sont des personnes seules et 35 % des clients sont des couples.

Il note aussi que :

- 70 % des familles laissent un pourboire ;
- 90 % des personnes seules laissent un pourboire ;
- 40 % des couples laissent un pourboire.

Un soir donné, ce serveur prend au hasard une table occupée dans la pizzeria.

On s'intéresse aux événements suivants :

F : « la table est occupée par une famille »

S : « la table est occupée par une personne seule »

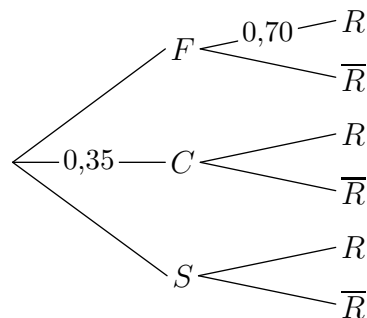
C : « la table est occupée par un couple »

R : « le serveur reçoit un pourboire »

On note $\bar{A}$ l'évènement contraire de A et $p_B(A)$ la probabilité de A sachant B .

Partie A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les probabilités $p(F)$ et $p_S(R)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. (a) Calculer $p(F \cap R)$.
(b) Déterminer $p(R)$.
4. Sachant que le serveur a reçu un pourboire, calculer la probabilité que ce pourboire vienne d'un couple. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} près.

Partie B

On note X la variable aléatoire qui, à un soir donné, associe le montant total en euro des pourboires obtenus par le serveur.

On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 15$ et d'écart-type $\sigma = 4,5$.

Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats arrondis à 10^{-2} .

1. Calculer :
 - (a) la probabilité que le montant total des pourboires reçus par le serveur soit compris entre 6 et 24 euros.
 - (b) $p(X \geq 20)$.
2. calculer la probabilité que le montant total des pourboires du serveur soit supérieur à 20 euros sachant que ce montant est compris entre 6 et 24 euros.

10. Pondichéry 7 avril 2014 (5 points)

Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014.

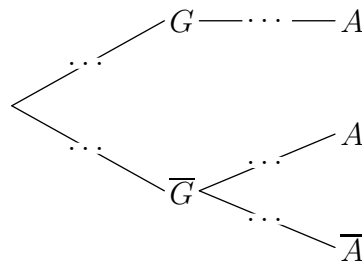
On a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent.

Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à 0,04.

On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les événements suivants :

- G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;
- A : le salarié est absent une semaine donnée.

1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



2. Montrer que la probabilité $p(A)$ de l'événement A est égale à 0,107 2.
3. Pour une semaine donnée, calculer la probabilité qu'un salarié ait la grippe sachant qu'il est absent. Donner un résultat arrondi au millièm.

Partie B

On admet que le nombre de journées d'absence annuel d'un salarié peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 3,5$.

1. Justifier, en utilisant un résultat du cours, que $p(7 \leq X \leq 21)$.
2. Calculer la probabilité, arrondie au millièm, qu'un salarié comptabilise au moins 10 journées d'absence dans l'année.

Partie C

Une mutuelle déclare que 22 % de ses adhérents ont dépassé 20 journées d'absence au travail en 2013.

Afin d'observer la validité de cette affirmation, un organisme enquête sur un échantillon de 200 personnes, choisies au hasard et de façon indépendante, parmi les adhérents de la mutuelle.

Parmi celles-ci, 28 ont comptabilisé plus de 20 journées d'absence en 2013.

Le résultat de l'enquête remet-il en question l'affirmation de la mutuelle ? Justifier la réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation.

11. Nouvelle-Calédonie 7 mars 2014 (5 points)

Une classe est composée de 17 filles dont 8 étudient le russe et 9 l'allemand et de 23 garçons dont 12 étudient le russe et 11 l'allemand.

Chaque élève étudie une et une seule de ces deux langues vivantes.

On choisit un élève au hasard dans la classe et on définit les événements :

F l'événement : « l'élève choisi est une fille »

G l'événement : « l'élève choisi est un garçon »

R l'événement : « l'élève choisi étudie le russe »

A l'événement : « l'élève choisi étudie l'allemand »

Rappels des notations :

Si X et Y sont deux événements, $P(X)$ désigne la probabilité que l'événement X se réalise et $P_Y(X)$ désigne la probabilité que l'événement X se réalise sachant que l'événement Y est réalisé.

$\bar{X}$ désigne l'événement contraire de X .

Chaque résultat sera exprimé sous forme décimale exacte ou sous la forme d'une fraction irréductible.

On pourra utiliser un tableau ou un arbre.

1. Calculer $P(G)$, $P(R \cap G)$ et $P(R)$.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille qui étudie l'allemand ?
3. L'élève choisi étudie le russe. Calculer la probabilité que cet élève soit un garçon.
4. On procède successivement deux fois au choix d'un élève de la classe. Le même élève peut être choisi deux fois.

Calculer la probabilité de l'événement : « Les deux élèves choisis n'étudient pas la même langue ».

12. Amérique du Sud 21 novembre 2013 (5 points)

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût.

Partie A

Une enquête affirme que 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Dans le cadre d'une étude approfondie, on choisit au hasard et de manière indépendante 15 clients. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
 - (a) Justifier que la loi de probabilité de X suit une loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,3$.
 - (b) Calculer $P(X \geq 1)$.
2. Un expert indépendant interroge un échantillon de 100 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
 - (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
 - (b) L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année. Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

Partie B

Selon leur gravité, les sinistres sont classés en catégorie.

On s'intéresse dans cette question au coût des sinistres de faible gravité sur le deuxième semestre de l'année.

On note Y la variable aléatoire donnant le coût, en euros, de ces sinistres.

On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance $\mu = 1\,200$ et d'écart-type $\sigma = 200$.

1. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût compris entre 1 000 € et 1 500 €.
2. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût supérieur à 1 000 €.

13. Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013 (5 points)

Les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis au dix millième, ou sous forme de pourcentage arrondis à 0,01 %.

1. Le lendemain d'une épreuve de mathématiques au baccalauréat, on corrige un échantillon de 160 copies choisies au hasard parmi l'ensemble des copies et on a observé que 78 copies ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.
 - (a) Déterminer la proportion des copies de l'échantillon ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10.
 - (b) Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion des copies qui obtiendront une note supérieure ou égale à 10 dans l'ensemble des copies.
 - (c) Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % d'amplitude inférieure à 0,04 ?

2. À l'issue du premier groupe d'épreuves on désigne par X la variable aléatoire qui, à un candidat choisi au hasard parmi l'ensemble des candidats, associe sa moyenne générale.

Un correcteur propose de considérer que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne 10,5 et d'écart-type 2.

- (a) Si ce correcteur a raison, quel intervalle centré en 10,5 devrait contenir 95 % des moyennes des candidats ?
- (b) À l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe, calculer $P(X > 12)$.
- (c) Lors des délibérations de jury à l'issue du premier groupe d'épreuves, les candidats ayant obtenu une moyenne supérieure ou égale à 10 sont déclarés admis. Il est aussi d'usage, par exemple, lorsqu'un candidat a obtenu une moyenne inférieure mais très proche de 10 et lorsque le dossier de ce candidat met en avant la qualité de son travail au cours de l'année, de le déclarer admis et de porter à 10 sa moyenne.

Le graphique figurant en annexe 2 permet de visualiser les notes moyennes d'environ 330 000 candidats à l'issue des délibérations des jurys du premier groupe d'épreuves du baccalauréat 2001.

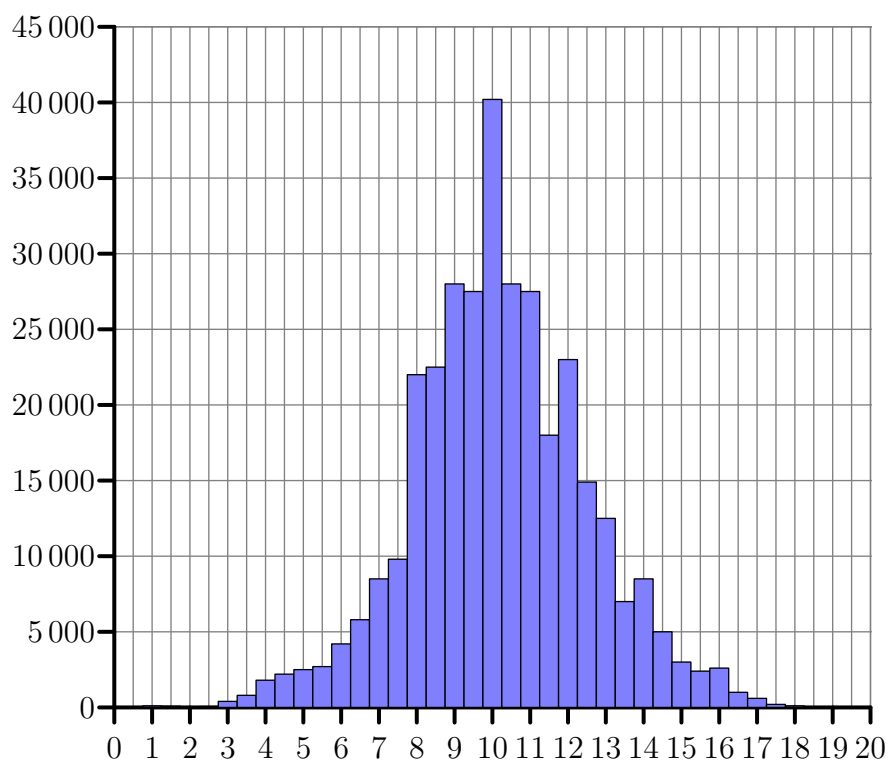
Commenter la forme du graphique et ses éventuelles irrégularités.

Annexe 1

Extrait de la table de la loi normale pour $\mu = 10,5$ et $\sigma = 2$

t	$p(X \leq t)$	t	$p(X \leq t)$	t	$p(X \leq t)$
10	0,401 3	11	0,598 7	12	0,773 4
10,1	0,420 7	11,1	0,617 9	12,1	0,788 1
10,2	0,440 4	11,2	0,636 8	12,2	0,802 3
10,3	0,460 2	11,3	0,655 4	12,3	0,815 9
10,4	0,480 1	11,4	0,673 6	12,4	0,828 9
10,5	0,500 0	11,5	0,691 5	12,5	0,841 3
10,6	0,519 9	11,6	0,708 8	12,6	0,853 1
10,7	0,539 8	11,7	0,725 7	12,7	0,864 3
10,8	0,559 6	11,8	0,742 2	12,8	0,874 9
10,9	0,579 3	11,9	0,758 0	12,9	0,884 9

Annexe 2



(Source : Direction de la Programmation et du Développement, Ministère de la Jeunesse de l'Éducation nationale et de la Recherche, 2002)

14. Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013 (4 points)

On interroge des français de plus de 15 ans sur le nombre de langues étrangères qu'ils parlent « bien », c'est-à-dire qu'ils parlent suffisamment bien pour participer à une conversation. À l'issue du sondage, on observe que l'échantillon des personnes interrogées est partagé en trois catégories :

- 44 % des personnes interrogées ne parlent « bien » aucune langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » une langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » deux ou plus de deux langues étrangères.

(d'après EUROBAROMÈTRE 64.3 Commission Européenne 2005)

Ces trois catégories seront désignées dans la suite du problème respectivement par L_0 , L_1 et L_2+ .

56 % des personnes de la catégorie L_1 citent l'anglais comme la langue étrangère qu'elles parlent « bien ».

73 % des personnes de la catégorie L_2+ citent l'anglais parmi les langues étrangères qu'elles parlent « bien ».

On choisit de manière aléatoire une personne de cet échantillon.

On note E_0 l'évènement : « la personne ne parle bien aucune langue étrangère »,

E_1 l'évènement : « la personne parle bien une langue étrangère »,

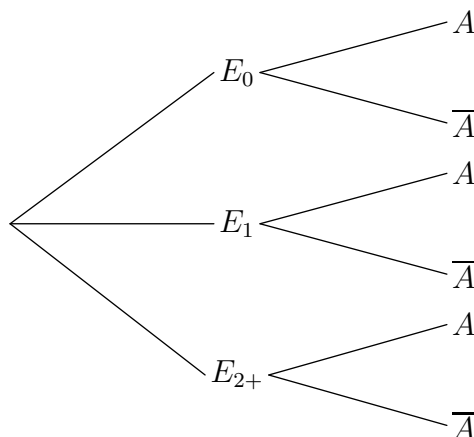
E_{2+} l'évènement : « la personne parle bien deux ou plus de deux langues étrangères »,

A est l'évènement : « la personne parle bien l'anglais » et $\bar{A}$ l'évènement contraire de A .

Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés, éventuellement arrondis, au dix millième.

2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit de la catégorie L_1 et qu'elle ne parle pas « bien » l'anglais.
3. Calculer la probabilité que la personne choisie ne parle pas « bien » l'anglais.
4. Calculer la probabilité que la personne soit de la catégorie L_2+ sachant qu'elle parle « bien » l'anglais.

15. Métropole Réunion 13 septembre 2013 (5 points)

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.

Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.

On admet que ces proportions restent stables.

Partie A

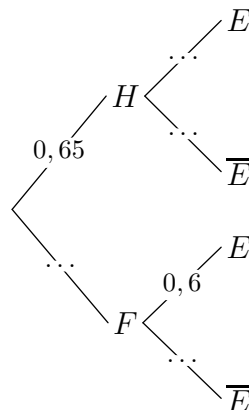
On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

On note H l'évènement « la personne choisie est un homme », F l'évènement « la personne choisie est une femme », E l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E .

Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé ci-dessous :



2. (a) Traduire par une phrase l'évènement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.
 (b) Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.
 (c) Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

Partie B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.

On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. (*On arrondira le résultat au centième*).
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*

16. Antilles Guyane 12 septembre 2013 (5 points)

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Les parties A, B et C peuvent être traitées indépendamment.

Deux roues sont disposées sur le stand d'un forain. Elles sont toutes deux partagées en 10 secteurs identiques. La première comporte 5 secteurs rouges, 3 bleus et 2 verts.

La deuxième comporte 7 secteurs noirs et 3 jaunes.

Quand on fait tourner une de ces deux roues, un repère indique, lorsqu'elle s'arrête, un secteur. Pour chacune des deux roues, on admet que les 10 secteurs sont équiprobables.

Le forain propose le jeu suivant : on fait tourner la **première roue** et, lorsqu'elle s'arrête, on considère la couleur du secteur indiqué par le repère.

- Si c'est le rouge, le joueur a perdu et la partie s'arrête.
- Si c'est le bleu, la partie continue ; le joueur fait tourner la **deuxième roue** : si le repère indique un secteur jaune, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur noir, le joueur a perdu.
- Si c'est le vert, la partie continue ; le joueur fait tourner la **deuxième roue** : si le repère indique un secteur noir, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur jaune, le joueur a perdu.

Partie A

Le joueur fait une partie.

On note les événements suivants :

R : « Le repère de la première roue indique la couleur rouge » ;

B : « Le repère de la première roue indique la couleur bleue » ;

V : « Le repère de la première roue indique la couleur verte » ;

N : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur noire » ;

J : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur jaune » ;

G : « Le joueur gagne un lot ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité $P(B \cap J)$ de l'événement $B \cap J$.
3. Démontrer que la probabilité $P(G)$ que le joueur gagne un lot est égale à 0,23.

Partie B

Un joueur fait quatre parties successives et indépendantes. On rappelle que la probabilité de gagner un lot est égale à 0,23.

Déterminer la probabilité que ce joueur gagne un seul lot sur ces quatre parties.

Partie C

Durant le weekend, un grand nombre de personnes ont tenté leur chance à ce jeu.

On note X le nombre de parties gagnées durant cette période et on admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart-type $\sigma = 5$. Déterminer :

1. la probabilité : $P(40 < X < 50)$;
2. la probabilité qu'au moins 50 parties soient gagnées durant le weekend.

17. Métropole sujet dévoilé juin 2013 (5 points)

Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis éventuellement au millième.

Les parties A et B sont indépendantes.

On s'intéresse à une entreprise chargée de mettre du lait en bouteilles.

Partie A : Étude du processus de mise en bouteille

La bouteille vide arrive sur un tapis roulant et passe successivement dans 2 machines M_1 et M_2 . La machine remplit la bouteille de lait et la machine M_2 met le bouchon.

Une étude statistique portant sur un grand nombre de bouteille de lait à la fin de la chaîne a permis d'établir que 5 % des bouteilles ne sont pas correctement remplies et que parmi elles 8 % ont un bouchon. D'autre part, 4 % des bouteilles correctement remplies n'ont pas de bouchons.

On choisit une bouteille de lait au hasard à la fin de la chaîne et on note :

- R l'événement : « la bouteille est correctement remplie » ;
- B l'événement : « la bouteille a un bouchon ».

Rappel des notations :

Si A et B sont deux événements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

$\bar{A}$ désigne l'événement contraire de l'événement A .

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille soit correctement remplie et qu'elle ait un bouchon.
3. Montrer que la probabilité que la bouteille ait un bouchon est égale à 0,916.
4. Sachant que la bouteille a un bouchon, déterminer la probabilité qu'elle soit correctement remplie.

Partie B : Production journalière

Une étude sur les dix premières années a montré que la production journalière de bouteilles de lait dans cette entreprise peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 2 000 et d'écart type 200.

1. Calculer la probabilité que la production journalière soit comprise entre 1 800 et 2 200 bouteilles.
2. Le service maintenance doit intervenir sur les machines si la production journalière devient inférieure à 1 600 bouteilles. Déterminer la probabilité que le service maintenance intervienne sur les machines.

Rappel :

Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ alors :

- $P(X \in [\mu - \sigma; \mu + \sigma]) \approx 0,683$
- $P(X \in [\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]) \approx 0,954$
- $P(X \in [\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]) \approx 0,977$

18. Métropole 20 juin 2013 (6 points)

Une usine de composants électriques dispose de deux unités de production, A et B.

La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'unité B est de 900 pièces.

On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.

La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité A est égale à 0,014.

La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité B est égale à 0,024.

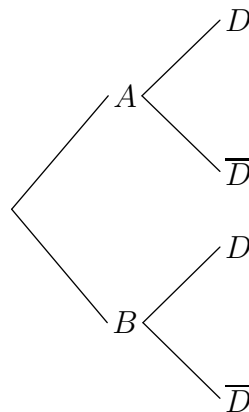
On note :

- D l'évènement : « le composant présente un défaut de soudure »
- A l'évènement : « le composant est produit par l'unité A »
- B l'évènement : « le composant est produit par l'unité B »

On note $p(D)$ la probabilité de l'évènement D et $P_A(D)$ la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.

Partie A : généralités

1. (a) D'après les données de l'énoncé, préciser $P_A(D)$ et $P_B(D)$.
(b) Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. (a) Calculer $p(A \cap B)$ et $p(B \cap D)$.
(b) En déduire $p(D)$.
4. On prélève dans la production totale un composant présentant un défaut de soudure. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'unité A ?

Partie B : contrôle de qualité

On suppose que les composants doivent présenter une résistance globale comprise entre 195 et 205 ohms.

On admet que la variable aléatoire R qui, à un composant prélevé au hasard dans la production, associe sa résistance, suit une loi normale de moyenne $\mu = 200,5$ et d'écart-type $\sigma = 3,5$.

On prélève un composant dans la production.

Les résultats seront arrondis à 0,000 1 près ; ils pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe 1.

1. Calculer la probabilité p_1 de l'évènement : « la résistance du composant est supérieure à 211 ohms ».

2. Calculer la probabilité p_2 de l'événement : « la résistance du composant est comprise dans l'intervalle de tolérance indiqué dans l'énoncé ».
3. On prélève au hasard dans la production trois composants. On suppose que les prélèvements sont indépendants l'un de l'autre et que la probabilité qu'un composant soit accepté est égale à 0,84. Déterminer la probabilité p qu'exactement deux des trois composants prélevés soient acceptés.

Annexe 1

Extrait de la table de la loi normale pour $\mu = 200,5$ et $\sigma = 3,5$.

t	$p(X \leq t)$	t	$p(X \leq t)$	t	$p(X \leq t)$
186	0,000 0	196	0,099 3	206	0,942 0
187	0,000 1	197	0,158 7	207	0,968 4
188	0,000 2	198	0,237 5	208	0,983 9
189	0,000 5	199	0,334 1	209	0,992 4
190	0,001 3	200	0,443 2	210	0,996 7
191	0,003 3	201	0,556 8	211	0,998 7
192	0,007 6	202	0,665 9	212	0,999 5
193	0,016 1	203	0,762 5	213	0,999 8
194	0,031 6	204	0,841 3	214	0,999 9
195	0,058 0	205	0,900 7	215	1,000 0

19. Asie 19 juin 2013 (5 points)

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de terminale de séries générales selon la série et le sexe, à la rentrée 2010.

	Filles	Garçons
Littéraire (L)	40 872	11 080
Sciences économiques et sociales (ES)	63 472	40 506
Scientifique (S)	71 765	87 031
Total	176 109	138 617

Source : Ministère de l'éducation nationale, DEPP

Notations :

$p(A)$ désigne la probabilité d'un événement A .

$p_A(B)$ désigne la probabilité d'un événement B sachant que l'événement A est réalisé.

On choisit au hasard un élève de terminale de série générale.

On note :

F : l'événement « l'élève choisi est une fille »

G : l'événement « l'élève choisi est un garçon »

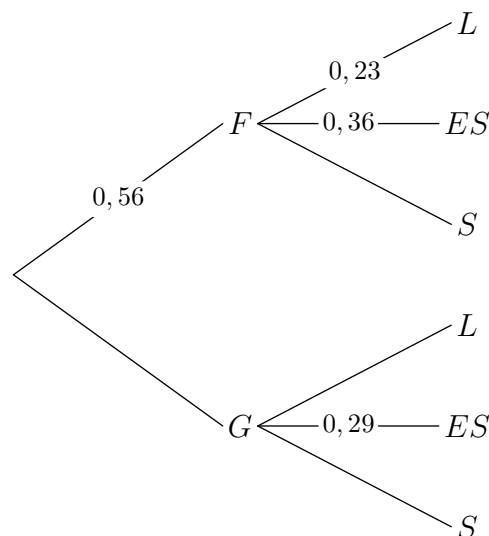
L : l'événement « l'élève choisi est en série Littéraire »

ES : l'événement « l'élève choisi est en série Sciences Économiques et Sociales »

S : l'événement « l'élève choisi est en série Scientifique »

Tous les résultats seront arrondis au centième

- En utilisant les effectifs inscrits dans le tableau :
 - Sachant qu'on interroge un garçon, calculer la probabilité qu'il soit en série littéraire.
 - Calculer $P(S)$.
- Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



- En utilisant l'arbre complété et les propriétés des probabilités :
 - Montrer que la probabilité, arrondie au centième, que l'élève choisi soit un élève de la série Sciences Économiques et Sociales est égale à 0,33.

- (b) Calculer $p_{ES}(F)$.
4. On choisit successivement et au hasard 10 élèves de terminale de série générale. On admet que le nombre de lycéens est suffisamment grand pour que ces choix soient assimilés à des tirages indépendants avec remise.
- Calculer la probabilité de choisir exactement trois élèves de la série ES.

20. Antilles Guyane 19 juin 2013 (4 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Les résultats décimaux seront arrondis au millième pour tout l'exercice.

Partie A

La direction d'une société fabriquant des composants électroniques impose à ses deux sites de production de respecter les proportions ci-dessous en termes de contrat d'embauche du personnel :

- 80 % de CDI (*contrat à durée indéterminée*)
- 20 % de CDD (*contrat à durée déterminée*).

On donne la composition du personnel des deux sites dans le tableau suivant :

	CDI	CDD	Effectif total
Site de production A	315	106	421
Site de production B	52	16	68

1. Calculer le pourcentage de CDI sur chaque site de production.
2. Pour une proportion $p = 0,8$, déterminer les intervalles de fluctuation asymptotiques au seuil de 95 % relatifs aux échantillon de taille n , pour $n = 421$ et pour $n = 68$.
3. Comment la direction de la société peut-elle interpréter les intervalles obtenus dans la question précédente ?

Partie B

Dans cette partie, on convient que l'on peut utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique lorsque $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$, où p désigne la proportion dans une population, et n désigne la taille d'un échantillon de cette population.

La direction de cette même société tolère 7 % de composant défectueux. Le responsable d'un site de production souhaite évaluer si sa chaîne de production respecte cette contrainte de 7 %. Pour cela, il prélève un échantillon de composants électroniques.

1. S'il prélève un échantillon de 50 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
2. S'il prélève un échantillon de 100 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
3. Le responsable du site de production prélève un échantillon de taille 100, dans lequel 9 composants électroniques s'avèrent défectueux. Comment peut-il interpréter ce résultat ?

21. Antilles Guyane 19 juin 2013 (5 points)

Dans un magasin spécialisé en électroménager et multimédia, le responsable du rayon informatique fait le bilan sur les ventes d'ordinateurs, de tablettes et d'ordinateurs fixes. Pour ces trois types de produit, le rayon informatique propose une extension de garantie.

Le responsable constate que 28 % des acheteurs ont opté pour une tablette et 48 % pour un ordinateur portable.

Dans cet exercice, on suppose que chaque acheteur achète un unique produit entre tablette, ordinateur portable, ordinateur fixe, et qu'il peut souscrire ou non une extension de garantie.

Parmi les acheteurs ayant acquis une tablette, 5 % ont souscrit une extension de garantie et, parmi ceux ayant acquis un ordinateur fixe, 12,5 % ont souscrit une extension de garantie.

On choisit au hasard un de ces acheteurs.

On note :
 T l'événement « l'acheteur a choisi une tablette »
 M l'événement « l'acheteur a choisi un ordinateur portable »
 F l'événement « l'acheteur a choisi un ordinateur fixe »
 G l'événement « l'acheteur a souscrit une extension de garantie »

On note aussi $\overline{F}$, $\overline{M}$, $\overline{T}$, $\overline{G}$ les événements contraires.

1. Construire un arbre pondéré en indiquant les données de l'énoncé.
2. Calculer $P(F)$ la probabilité de l'événement F , puis $P(F \cap G)$.
3. On sait de plus que 12 % des acheteurs ont choisi un ordinateur portable avec une extension de garantie. Déterminer la probabilité qu'un acheteur ayant acquis un ordinateur portable souscrive une extension de garantie.
4. Montrer que $P(G) = 0,164$.
5. Pour tous les appareils, l'extension de garantie est d'un montant de 50 euros. Quelle recette complémentaire peut espérer le responsable du rayon lorsque 1 000 appareils seront vendus ?

22. Centres Étrangers groupe 1 12 juin 2013 (4 points)

Tous les jours, Guy joue à un jeu en ligne sur un site avec trois amis.

1. Paul se connecte sur le site. La durée D (en secondes) qu'il faut pour réunir les quatre joueurs est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[20; 120]$.
 - (a) Déterminer la probabilité que les quatre joueurs soient réunis au bout de 60 secondes.
 - (b) Calculer l'espérance mathématique de D . Interpréter ce résultat.
2. L'équipe est maintenant réunie et la partie peut commencer. La durée J (en minutes) d'une partie est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(120, 400)$.

(a) Déterminer l'espérance et l'écart type de la variable aléatoire J .

(b) Montrer l'équivalence :

$$90 < J < 180 \iff -1,5 < \frac{J - 120}{20} < 3$$

(c) On définit la variable aléatoire X par $X = \frac{J - 120}{20}$.

Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X .

(d) Déterminer la probabilité que la partie dure entre 90 et 180 minutes, à 0,001 près.

23. Centres Étrangers groupe 1 12 juin 2013 (5 points)

Une association de consommateurs a fait une enquête sur des ventes de sacs de pommes.

On sait que :

- 15 % des sacs sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste est vendu dans des supermarchés.
- Parmi les sacs vendus directement dans l'exploitation agricole, 80 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.
- Parmi les sacs vendus dans des supermarchés, 10 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.

On désigne par E l'événement « les sacs de pommes sont vendus sur l'exploitation » et par V l'événement « les sacs contiennent des pommes de variétés différentes ».

L'événement contraire de l'événement A sera noté $\bar{A}$.

On achète de façon aléatoire un sac de pomme.

1. Traduire les trois données de l'énoncé en terme de probabilités.
2. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
3. Définir par une phrase l'événement $E \cap V$ puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que la probabilité que le sac acheté contienne des pommes de variétés différentes est égale à 0,205.
5. Le sac acheté contient des pommes d'une seule variété.
Calculer la probabilité qu'il ait été acheté directement sur l'exploitation agricole ; arrondir le résultat à 0,001 près.
6. Des producteurs, interrogés lors de l'enquête, disposent de 45 000 sacs. Chaque sac, qu'il contienne un seul type de pommes ou des pommes de variétés différentes, est vendu 0,80 € sur l'exploitation agricole et 3,40 € dans les supermarchés.
Calculer le montant total des ventes qu'ils peuvent espérer.

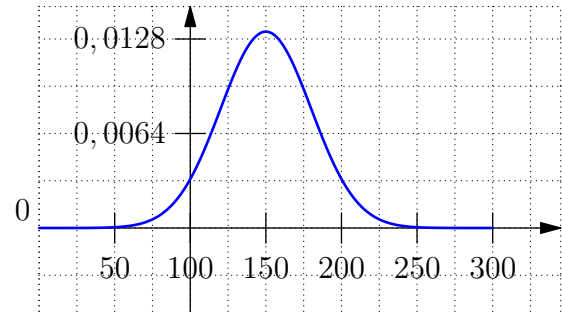
24. Polynésie 7 juin 2013 (5 points)

On s'intéresse à une espèce de poissons présente dans deux zones différentes (zone 1 et zone 2) de la planète.

A. Étude de la zone 1

On note X la variable aléatoire qui à chaque poisson observé dans la zone 1 associe sa taille en cm.

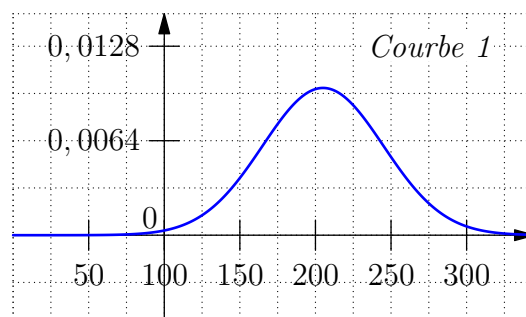
Une étude statistique sur ces poissons de la zone 1 a montré que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 30$. La courbe de densité de probabilité associée à X est représentée ci-contre.

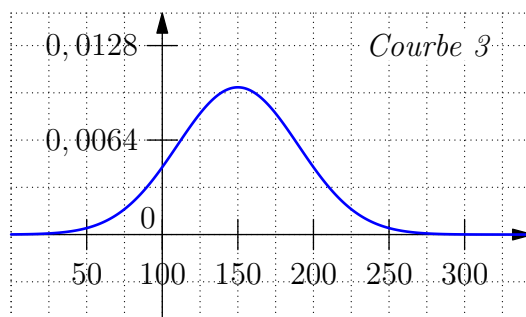
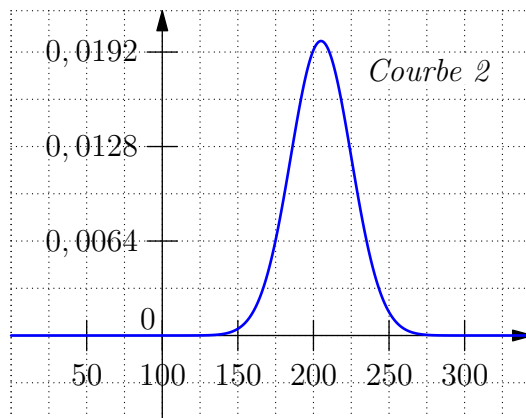


1. Par lecture graphique, donner la valeur de μ .
2. on pêche un de ces poissons dans le zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2} , d'avoir un poisson dont la taille est comprise entre 150 cm et 210 cm.
3. Un poisson de cette espèce de la zone 1 est considéré comme adulte quand il mesure plus de 120 cm. On pêche un poisson de l'espèce considérée dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2} , de pêcher un poisson adulte.
4. On considère un nombre k strictement plus grand que la valeur moyenne μ . Est-il vrai que $P(X < k) < 0,5$? Justifier.

B. Étude de la zone 2

1. Certains poissons de la zone 2 sont atteints d'une maladie. On prélève de façon aléatoire un échantillon de 50 poissons de cette espèce dans la zone 2 et on constate que 15 poissons sont malades.
 - (a) Calculer la fréquence f de poissons malades dans l'échantillon.
 - (b) Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de 95 %, de la proportion p de poissons malades dans toute la zone 2. On arrondira les bornes au millième.
2. Soit Y la variable qui, à chaque poisson de l'espèce considérée dans la zone 2, associe sa taille en cm. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart-type $\sigma' = 40$. En comparant avec la graphique de la zone 1 donné à la question 1 qui représente une loi normale d'écart type $\sigma = 30$, dire laquelle des trois courbes ci-contre représente la densité de probabilité de la variable aléatoire Y . Justifier la réponse.





25. Polynésie 7 juin 2013 (5 points)

Une agence de voyage propose des formules weekend à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion + hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non leur formule par une option « visites guidées ».

Une étude a produit les données suivantes :

- 40 % des clients optent pour la formule « avion + hôtel » et les autres pour la formule « train + hôtel » ;
- parmi les clients ayant choisi la formule « train + hôtel », 50 % choisissent l'option « visites guidées » ;
- 12 % des clients ont choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées ».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule weekend à Londres. On note :

A l'événement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » ;

T l'événement : le client interrogé a choisi la formule « train + hôtel » ;

V l'événement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées » ;

- (a) Quelle est la probabilité de l'événement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » ?
(b) Calculer la probabilité $P_A(V)$.
(c) Représenter la situation par un arbre pondéré.
- (a) Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.
(b) Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées ». Arrondir le résultat au millième.
- L'agence pratiquent les prix suivants :

Formule « avion + hôtel » : 390 €
Formule « train + hôtel » : 510 €
Option « visites guidées » : 100 €

Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle obtenir avec 50 clients qui choisissent un weekend à Londres ?

26. Amérique du Nord 30 mai 2013 (5 points)

Dans cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

1. Une étude interne à une grande banque a montré qu'on peut estimer que l'âge moyen d'un client demandant un crédit immobilier est une variable aléatoire, notée X , qui suit la loi normale de moyenne 40,5 et d'écart type 12.
 - (a) Calculer la probabilité que le client demandeur d'un prêt soit d'un âge compris entre 30 et 35 ans.
 - (b) Calculer la probabilité que le client n'ait pas demandé un prêt immobilier avant 55 ans.
2. Dans un slogan publicitaire, la banque affirme que 75 % des demandes de prêts immobiliers sont acceptées.

Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 1 000 demandes choisies au hasard et de façon indépendante, associe la fréquence de demandes de prêt immobilier acceptées.

 - (a) Donner un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de prêts acceptés par la banque.
 - (b) Dans une agence de cette banque, on a observé que, sur les 1 000 dernières demandes effectuées, 600 demandes ont été acceptées.

Énoncer une règle de décision permettant de valider ou non le slogan publicitaire de la banque, au niveau de confiance 95 %.
 - (c) Que peut-on penser du slogan publicitaire de la banque ?

27. Liban 28 mai 2013 (5 points)

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et weekend) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses.

Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les évènements :

- C : « l'heure est creuse »
- T : « le terrain est occupé »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.
3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.
4. Montrer que la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé, est égale à $\frac{27}{41}$.

Dans le but d'inciter ses clients à venir hors des heures de grande fréquentation, le propriétaire a instauré, pour la location d'un terrain, des tarifs différenciés :

- 10 € pour une heure pleine,
- 6 € pour une heure creuse.

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la recette en euros obtenue grâce à la location d'un terrain de la salle, choisi au hasard. Ainsi, X prend 3 valeurs :

- 10 lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine,
- 6 lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse,
- 0 lorsque le terrain n'est pas occupé.

5. Construire le tableau décrivant la loi de probabilité de X .
6. Déterminer l'espérance de X .
7. La salle comporte 10 terrains et est ouverte 70 heures par semaine.
Calculer la recette hebdomadaire moyenne de la salle.

28. Pondichéry 15 avril 2013 (5 points)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

- L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
 - C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
 2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.
 3. Montrer que $P(C) = 0,5675$.
 4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
 5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
 - (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - (b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
 - (c) Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Table des matières

1. Métropole 20 juin 2014 (5 points)	2
2. Antilles — Guyane 19 juin 2014	3
3. Asie 19 juin 2014 (5 points)	4
4. Polynésie 13 juin 2014 (5 points)	5
5. Centres Étrangers 12 juin 2014 (4 points)	6
6. Centres Étrangers 12 juin 2014 (5 points)	7
7. Amérique du Nord 30 mai 2014 (6 points)	8
8. Liban 27 mai 2014 (QCM 4 points)	9
9. Liban 27 mai 2014 (5 points)	10
10. Pondichéry 7 avril 2014 (5 points)	11
11. Nouvelle-Calédonie 7 mars 2014 (5 points)	12
12. Amérique du Sud 21 novembre 2013 (5 points)	13
13. Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013 (5 points)	14
14. Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013 (4 points)	16
15. Métropole Réunion 13 septembre 2013 (5 points)	17
16. Antilles Guyane 12 septembre 2013 (5 points)	19
17. Métropole sujet dévoilé juin 2013 (5 points)	20
18. Métropole 20 juin 2013 (6 points)	21
19. Asie 19 juin 2013 (5 points)	23
20. Antilles Guyane 19 juin 2013 (4 points)	25
21. Antilles Guyane 19 juin 2013 (5 points)	26
22. Centres Étrangers groupe 1 12 juin 2013 (4 points)	27
23. Centres Étrangers groupe 1 12 juin 2013 (5 points)	28
24. Polynésie 7 juin 2013 (5 points)	29
25. Polynésie 7 juin 2013 (5 points)	31
26. Amérique du Nord 30 mai 2013 (5 points)	32
27. Liban 28 mai 2013 (5 points)	33

28. Pondichéry 15 avril 2013 (5 points)

34

Index

Échantillonnage, [2–6](#), [8](#), [9](#), [11](#), [13](#), [14](#), [25](#), [32](#)

Espérance, [26](#), [28](#), [31](#), [33](#)

Loi binomiale, [7](#), [9](#), [12](#), [13](#), [17](#), [19](#), [21](#), [23](#), [34](#)

Loi normale, [2](#), [3](#), [6](#), [8](#), [10](#), [11](#), [13](#), [14](#), [19–21](#), [27](#), [29](#),
[32](#)

Loi uniforme, [2](#), [7](#), [27](#)

Probabilités conditionnelles, [3–5](#), [7](#), [8](#), [10–12](#), [16](#), [17](#),
[19–21](#), [23](#), [26](#), [28](#), [31](#), [33](#), [34](#)