Fiche

par
Stéphane PASQUET

Les probabilités en Terminale ES

Disponible sur `http://www.mathweb.fr`

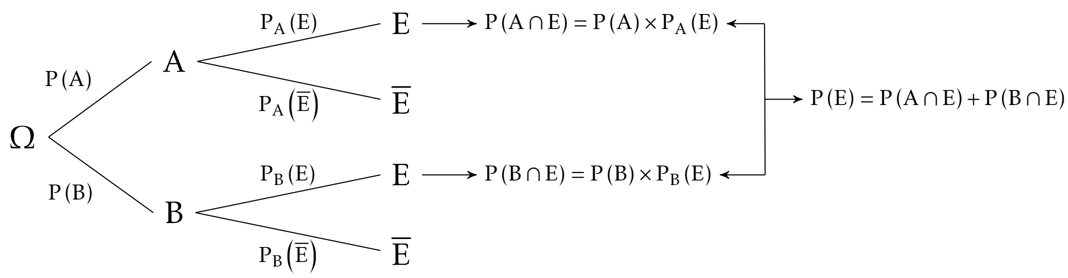
13 juillet 2018

1 Formules générales

- $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B}) - \mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$
- $\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{A}}\right) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A})$
- Si A et B sont indépendants, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) \times \mathrm{P}(\mathrm{B})$

2 Probabilités conditionnelles

- $\mathrm{P}_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \dfrac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})}$ (probabilité de A sachant que B est réalisé)
- A et B sont incompatibles si $\mathrm{P}_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \mathrm{P}(\mathrm{A})$
- Arbre schématisant l'ensemble des probabilités utiles :



3 Loi binomiale

- Si une expérience à deux issues seulement (« succès » et « échec ») est répétée de façon indépendante n fois, alors le nombre de succès est une variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;p)$, où p est la probabilité d'obtenir un succès lors d'une expérience.
- Si X suit la loi $\mathscr{B}(n\,;p)$ alors, pour $0 \leqslant k \leqslant n$:
  - ★ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=0) = (1-p)^n$
  - ★ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=1) = p(1-p)^{n-1}$

★ Pour calculer $P(X = k)$ à la calculatrice :

TI	CASIO
`Distrib` ▶ `BinomFdp(n,p,k)` ou ▶ `Binompdf(n,p,k)`	`Menu STAT` ▶ `DIST` ▶ `BINM` ▶ `Bpd` Binomial P.D Data : Variable x : k Numtrial : n p : p puis [F1]

★ Pour calculer $P(X \leqslant k)$ à la calculatrice :

TI	CASIO
`Distrib` ▶ `BinomFrep(n,p,k)` ou ▶ `Binomcdf(n,p,k)`	`Menu STAT` ▶ `DIST` ▶ `BINM` ▶ `Bcd` Binomial C.D Data : Variable x : k Numtrial : n p : p puis [F1]

- Si X suit la loi $\mathscr{B}(n;p)$ alors, son espérance mathématique est $\mathbb{E}(X) = np$ et son écart-type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$.

4 Loi uniforme

Si X suit la loi uniforme sur $[a;b]$ alors,

- $P(c \leqslant X \leqslant d) = \dfrac{d-c}{b-a}$.
- $\mathbb{E}(X) = \dfrac{a+b}{2}$.

5 Loi normale

- Si X suit la loi normale centrée réduite $\mathscr{N}(0;1)$ alors,
  - ★ $P(-1,96 \leqslant X \leqslant 1,96) = 0,95$.
  - ★ $P(-2,58 \leqslant X \leqslant 2,58) = 0,99$.
- Si X suit la loi $\mathscr{N}\left(\mu;\sigma^2\right)$ alors,
  - ★ $P(\mu-\sigma \leqslant X \leqslant \mu+\sigma) \approx 0,68$.
  - ★ $P(\mu-2\sigma \leqslant X \leqslant \mu+2\sigma) \approx 0,95$.
  - ★ $P(\mu-3\sigma \leqslant X \leqslant \mu+3\sigma) \approx 0,997$.
  - ★ La variable $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi $\mathscr{N}(0;1)$.

★ Pour calculer $P(X \leqslant k)$ à la calculatrice :

TI	CASIO
Distrib ▶ NormalFrep(-10^{99},k,μ,σ) ou ▶ Normalcdf(-10^{99},k,μ,σ)	Menu STAT ▶ DIST ▶ NORM ▶ Ncd Normal C.D Lower : -1E+99 Upper : k σ : σ μ : μ puis [F1]

★ Pour calculer $P(a \leqslant X \leqslant b)$ à la calculatrice :

TI	CASIO
Distrib ▶ NormalFrep(a,b,μ,σ) ou ▶ Normalcdf(a,b,μ,σ)	Menu STAT ▶ DIST ▶ NORM ▶ Ncd Normal C.D Lower : a Upper : b σ : σ μ : μ puis [F1]

★ Pour calculer la valeur de t telle que $P(X \leqslant t) = p$ à la calculatrice :

TI	CASIO
Distrib ▶ FracNormale(μ,σ,p)	Menu STAT ▶ DIST ▶ NORM ▶ InvN Inverse Normal Area : p Upper : t σ : σ μ : μ puis [F1]

6 Intervalle de fluctuation asymptotique & de confiance

Si X_n suit la loi $\mathscr{B}(n;p)$, avec $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$, $n(1-p) \geqslant 5$ alors,

- l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de $\frac{X_n}{n}$ est :

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\,;p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

- Un intervalle de confiance (ou fourchette de sondage) au seuil de 95 % est :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}\,;f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right].$$