

Révisions Hermance pour le Bac Blanc Février

Stéphane Pasquet

23 janvier 2018

Exercice 1 - Probabilités & suites

Dans un zoo, l'unique activité d'un manchot est l'utilisation d'un bassin aquatique équipé d'un toboggan et d'un plongoir.

On a observé que si un manchot choisit le toboggan, la probabilité qu'il le reprenne est 0,3.

Si un manchot choisit le plongoir, la probabilité qu'il le reprenne est 0,8.

Lors du premier passage les deux équipements ont la même probabilité d'être choisis.

Pour tout entier naturel n non nul, on considère l'événement :

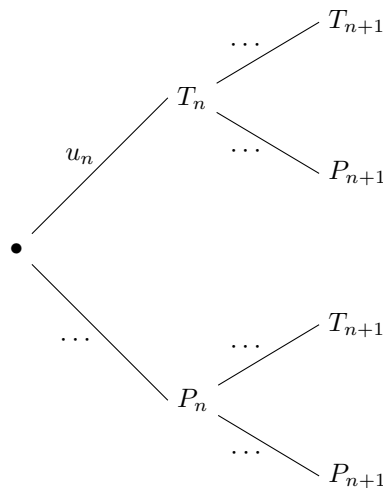
- T_n : « le manchot utilise le toboggan lors de son n -ième passage. »
- P_n : « le manchot utilise le plongoir lors de son n -ième passage. »

On considère alors la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

$$u_n = p(T_n)$$

où $p(T_n)$ est la probabilité de l'évènement T_n .

1. (a) Donner les valeurs des probabilités $p(T_1)$, $p(P_1)$ et des probabilités conditionnelles $p_{T_1}(T_2)$, $p_{P_1}(T_2)$.
- (b) Montrer que $p(T_2) = \frac{1}{4}$.
- (c) Recopier et compléter l'arbre suivant :



- (d) Démontrer que pour tout entier $n \geq 1$, $u_{n+1} = 0,1u_n + 0,2$.
 - (e) À l'aide de la calculatrice, émettre une conjecture concernant la limite de la suite (u_n) .
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

$$v_n = u_n - \frac{2}{9}.$$

- (a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{10}$. Préciser son premier terme.
- (b) Exprimer v_n en fonction de n . En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- (c) Calculer la limite de la suite (u_n) . Ce résultat permet-il de valider la conjecture émise en 1. e. ?

Exercice 2 - Fonction

Un fabricant de chaussures modélise son coût de production à l'aide de la fonction suivante :

$$C(q) = 0,5q^3 - 9q^2 + 7q + 500$$

où q représente la quantité quotidienne de paires de chaussures fabriquées (en millier) et $C(q)$ est exprimé en millier d'euros.

1. Donner les variations de C sur l'intervalle $[0; 20]$.
2. Pour quelle quantité de paires de chaussures le coût de production est-il minimal ?

Le coût moyen de production est donné par la fonction C_M définie par :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q}.$$

3. Montrer que sa dérivée est donnée par la fonction :

$$C'_M(q) = \frac{q^3 - 9q^2 - 500}{q^2}.$$

4. Montrer que l'équation $C'_M(q) = 0$ admet une unique solution sur $[0; 20]$. On notera cette solution α . Donner une valeur approchée de α au millième près.
5. Donner le signe de $C'_M(q)$ en fonction de α , puis en déduire les variations de la fonction C sur $[0; 20]$.
6. Pour quelle quantité de paires de chaussures le coût moyen de production est-il minimal ?
7. À la vue des réponses aux questions 2. et 5., quelle quantité de paires de chaussures le fabricant doit-il choisir de produire quotidiennement ?

Exercice 3 - QCM

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

1. Dans un article, on peut lire : « Chaque année au 1^{er} août, les tarifs réglementés EDF sont révisés. L'augmentation du prix de l'électricité sur 10 ans a de quoi faire frémir : plus de 37 %. » D'après cet article, sur les 10 dernières années, l'augmentation annuelle moyenne des tarifs de l'électricité a été de :

(a) 3,7 % (b) 3,2 % (c) 2,9 % (d) 2,5 %

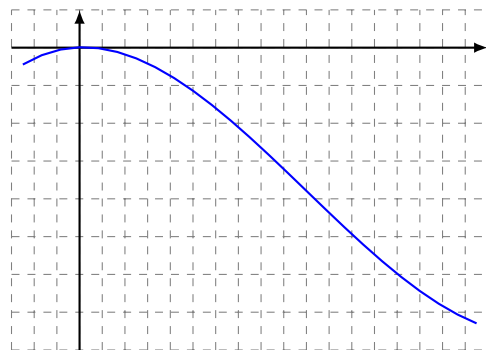
2. On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[-5; 35]$.

— Concernant un éventuel point d'inflexion sur cet intervalle :

- (a) Il n'y en a pas (c) Il y en a deux
(b) Il y en a un (d) Il y en a trois

— Sur cet intervalle, la fonction f est :

- (a) Uniquement convexe
(b) Uniquement concave
(c) Concave puis convexe
(d) Convexe puis concave



3. Dans un étang, chaque jour, un nénuphar multiplie sa taille par 1,3. Le jour où on l'observe pour la première fois, il recouvre le cinquième de l'étang. Le premier jour où il recouvrira au moins la moitié de l'étang est le :

(a) 8^e jour (b) 9^e jour (c) 10^e jour (d) 11^e jour

4. Le chapelier fou décide un jour de réduire de 10 % le tarif de tous ses chapeaux les dates de jours impaires, et d'augmenter les tarifs de 10 % les dates de jours paires. Un chapeau était à 100 euros avant qu'il commence au 1^{er} janvier. À quel tarif sera-t-il au 1^{er} février de cette même année ?

(a) 100 € (b) 90 € (c) 110 € (d) 86 €