

RÉVISIONS - TERMINALES ES

★ Exercice 1

Soit f une fonction dont le tableau de variation est :

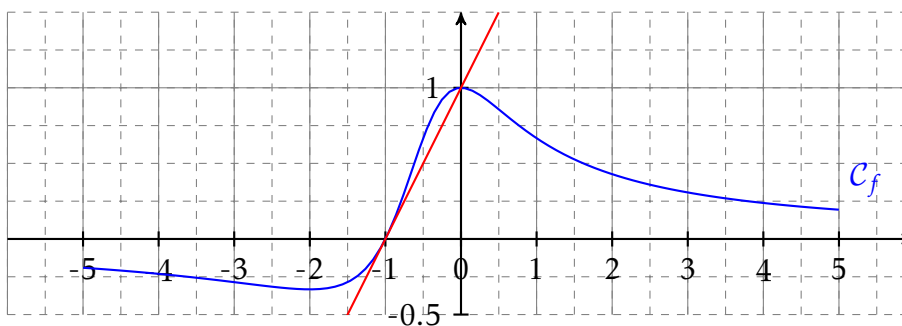
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f	$-2 \longrightarrow +\infty$	$-\infty \longrightarrow 3 \longrightarrow -\infty$		

et soit u la fonction définie par $u(x) = e^{f(x)}$.

1. Donnez toutes les asymptotes possibles de la courbe représentative de la fonction f .
2. Combien l'équation $f(x) = 0$ admet-elle de solutions ?
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x)$, $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} u(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} u(x)$
4. Exprimer $u'(x)$ en fonction de $f(x)$ et $f'(x)$.
5. Dresser le tableau de variation de la fonction u .

★ Exercice 2

On a dessiné la courbe représentative d'une fonction u ci-dessous :



La tangente à la courbe au point d'abscisse $x = -1$ passe par le point de la courbe d'abscisse 0. L'axe des abscisses est asymptote à la courbe aux deux infinis.

1. Quelle est la valeur de $u(-1)$, $u(0)$ et $u'(-1)$?
2. A quoi pourrait être égale la limite de u aux infinis ?

On considère la fonction f définie par $f = \ln u$ sur $] -1; +\infty[$.

3. Calculer $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $] -1; +\infty[$.

★ Exercice 3

Calculer la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$ sur $] -1; +\infty[$.

★ Exercice 4

Résoudre l'équation : $\ln(x^2 + x + 1) = \ln(2x^2 + 5x + 3)$.

★ Exercice 5

Calculer la dérivée de la fonction g définie par $g(x) = xe^{2x+1}$.

★ Exercice 6

Résoudre l'équation : $e^{2x+1} = e^{-x+3}$.

★ Exercice 7

Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{2\ln x + 1}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.
2. (a) Résoudre l'inéquation $1 - 2\ln x > 0$ sur $]0; +\infty[$.
(b) Calculer $h'(x)$.
(c) En déduire les variations de h sur $]0; +\infty[$.
3. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution sur $]0; +\infty[$ et déterminer sa valeur.

★ Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + xe^{1-x}$.

1. (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
(b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.
2. (a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.
(b) Dresser un tableau de variation complet de f .
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $] -1; 0[$, puis calculer une valeur approchée de cette solution à 0,01 près à l'aide de la méthode de balayage.

★ Exercice 9

Déterminer une primitive de la fonction $f(x) = \frac{x^3}{2} + 2x^2 - \frac{x}{2} + 1$.

★ Exercice 10

Déterminer une primitive de la fonction $g(x) = (3x^2 - x + 1)\left(x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1\right)$.

★ Exercice 11

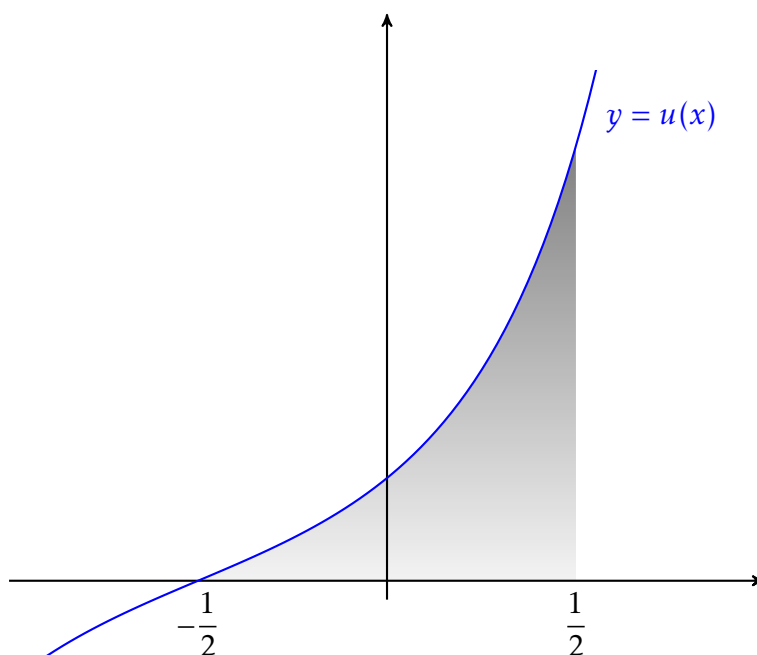
Déterminer une primitive de la fonction $h(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}$.

★ Exercice 12

Déterminer une primitive de la fonction $k(x) = (2x + 3)(x^2 + 3x + 1)^5$.

★ Exercice 13

1. Déterminer une primitive de la fonction $u(x) = (2x + 1)e^{x^2+x+1}$.
2. Déterminer l'aire de la partie grisée ci-dessous :



3. Quelle est la valeur moyenne de la fonction u sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$?

★ Exercice 14

Déterminer la valeur de $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx$.

★ Exercice 15

1. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2 \left(\frac{3}{2} - \ln x \right)$ est une primitive de la fonction f définie par $f(x) = 2x(1 - \ln x)$.

2. En déduire la valeur de $\int_1^e f(x)dx$.

Sachant que l'unité du repère orthonormal dans lequel nous avons tracé la courbe représentative de f , notée $\mathcal{C}$, est 2 cm, quelle est l'aire du domaine délimité par $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 1$ et la droite d'équation $x = e$?

★ Exercice 16

Déterminer la valeur de $\int_0^4 (x + 6e^{-0,5x})dx$.

★ Exercice 17

Dans un laboratoire, se trouve un atelier nommé « L'école des souris ». Dès leur plus jeune âge, les souris apprennent à effectuer régulièrement le même parcours. Ce parcours est constitué de trappes et de tunnels que les souris doivent emprunter pour parvenir à croquer une friandise. Plus la souris effectue le parcours, plus elle va vite.

Une souris est dite « performante » lorsqu'elle parvient à effectuer le parcours en moins d'une minute.

Cette « école » élève des souris entraînées par trois dresseurs :

48 % des souris sont entraînées par Claude, 16 % par Dominique et les autres par Éric.

Après deux mois d'entraînement, on sait que :

- parmi les souris de Claude 60 % sont performantes ;
- 20 % des souris de Dominique ne sont pas encore performantes ;
- parmi les souris d'Éric, deux sur trois sont performantes.

On choisit au hasard une souris de cette « école ».

On note C , D , E et P les événements suivants :

- C : « la souris est entraînée par Claude » ;
- D : « la souris est entraînée par Dominique » ;
- E : « la souris est entraînée par Éric » ;
- P : « la souris est performante ».

1. (a) Déterminer $p(C)$, $p(E)$, $p_D(\overline{P})$ et $p_E(P)$.

(b) Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement « la souris est entraînée par Claude et est performante ».

3. Démontrer que la probabilité pour une souris d'être performante est de 0,656.

Pour les questions suivantes, on arrondira les résultats au millième.

4. On choisit au hasard une souris parmi celles qui sont performantes.

Quelle est la probabilité que cette souris soit entraînée par Dominique ?

5. Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte.

On choisit maintenant au hasard quatre souris de cette « école ».

On assimile ce choix à un tirage avec remise.

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une souris performante ?

★ Exercice 18

Une université fait passer un test à ses étudiants. À l'issue du test chaque étudiant est classé dans l'un des trois profils A, B et C définis ci-dessous.

50 % des étudiants ont le profil A : ils mémorisent mieux une information qu'ils voient (image, diagramme, courbe, film ...).

20 % des étudiants ont le profil B : ils mémorisent mieux une information qu'ils entendent.

30 % des étudiants ont le profil C : ils mémorisent aussi bien l'information dans les deux situations.

À la fin de la session d'examen de janvier on constate que

70 % des étudiants ayant le profil A ont une note supérieure ou égale à 10,

75 % des étudiants ayant le profil B ont une note supérieure ou égale à 10,

85 % des étudiants ayant le profil C ont une note supérieure ou égale à 10.

On choisit de manière aléatoire un étudiant de cette université. On note

A l'évènement « l'étudiant a le profil A »,

B l'évènement « l'étudiant a le profil B »,

C l'évènement « l'étudiant a le profil C »

M l'évènement « l'étudiant a une note supérieure ou égale à 10 » et $\bar{M}$ l'évènement contraire.

1. Construire l'arbre pondéré.

Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondie au millième.

2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.

3. Démontrer $P(M) = 0,755$.

4. Calculer la probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.

5. On choisit quatre étudiants au hasard. On admet que le nombre d'étudiants est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à quatre tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la probabilité pour que exactement trois de ces étudiants soient du profil C.

★ Exercice 19

Le tableau suivant donne l'évolution du marché des capteurs solaires installés en France métropolitaine entre 2000 et 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : $x_i, 1 \leq i \leq 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
Surface de capteurs solaires installés en milliers de $m^2 : y_i, 1 \leq i \leq 8$	6	18	23	39	52	121	220	253

Source : ENERPLAN (*Association professionnelle de l'énergie solaire*)

L'objectif gouvernemental est d'atteindre un marché d'un million de m^2 en 2010.

- Calculer le pourcentage d'augmentation de la surface des capteurs solaires installés entre les années 2006 et 2007.
 - Si ce pourcentage reste le même d'année en année jusqu'en 2010. l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?
- Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i) ; 1 \leq i \leq 8$, dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour une année eu abscisse et en ordonnée 1 cm pour 20 milliers de m^2 de capteurs solaires installés).

La forme du nuage suggère de faire un ajustement exponentiel.

Pour cela on pose $z_i = \ln(y_i)$.

- Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant où les valeurs z_i seront arrondies au centième.

Rang de l'année : $x_i, 1 \leq i \leq 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i), 1 \leq i \leq 8$	1,79							

- En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x . Les coefficients seront arrondis au centième.
- On suppose que l'évolution se poursuit de cette façon jusqu'en 2010.
À l'aide de cet ajustement exponentiel, estimer en m^2 la surface de capteurs solaires installés en 2010.
Si l'évolution se poursuit selon ce modèle, l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

★ Exercice 20

Le tableau suivant donne le nombre annuel, exprimé en milliers, de véhicules vendus les cinq premières années de commercialisation :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	81,3	92,3	109,7	128,5	131,2

- Dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers de véhicules vendus sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y)$ pour i entier variant de 0 à 4.
- L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.
 - Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
 - Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
 - Placer le point G et tracer la droite (D) sur le graphique précédent.
 - En utilisant l'ajustement affine du b., donner une estimation du nombre de véhicules vendus en 2007.
- Le tableau suivant donne le nombre annuel de véhicules vendus, exprimé en milliers, de 2003 à 2007 :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	4	5	6	7	8
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	131,2	110,8	101,4	86,3	76,1

- Compléter le nuage de points précédent à l'aide de ces valeurs.
- L'ajustement précédent est-il encore adapté ? Justifier la réponse.
- On décide d'ajuster le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y)$, pour i entier variant de 4 à 8, par une courbe qui admet une équation de la forme $y = e^{cx+d}$. Déterminer les réels c et d pour que cette courbe passe par les points $A(4 ; 131,2)$ et $B(8 ; 76,1)$.
On donnera la valeur exacte, puis l'arrondi au millièmes de chacun de ces nombres réels.

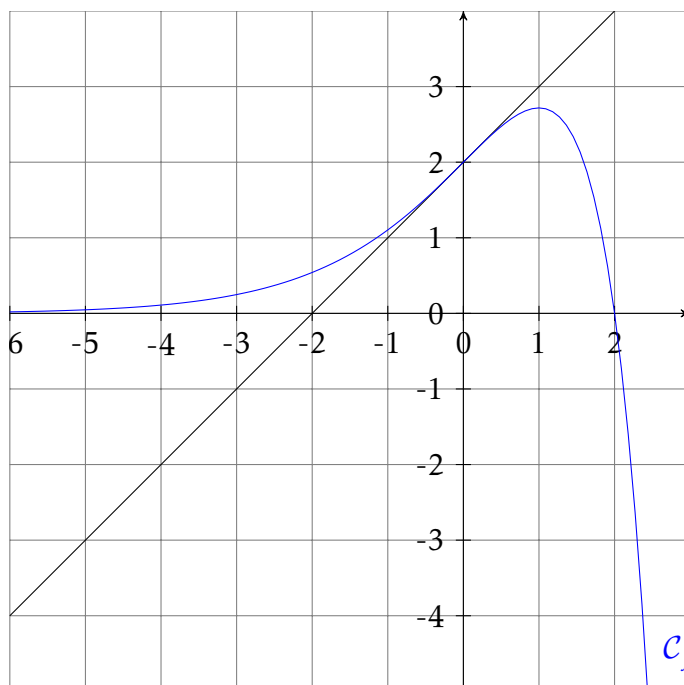
★ Exercice 21

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-5 ; \frac{5}{2}\right]$. Le plan est muni d'un repère orthonormal.

- La courbe (C_f) représentée ci-dessous est celle de la fonction f .
- Les points $A(0 ; 2)$, $B(1 ; e)$ et $C(2 ; 0)$ appartiennent à la courbe (C_f) .

- Le point de la courbe (C_f) d'abscisse (-5) a une ordonnée strictement positive.
- La tangente (T) en A à la courbe (C_f) passe par le point D $(-2 ; 0)$.
- La tangente en B à la courbe (C_f) est parallèle à l'axe des abscisses.



- On note $f'(0)$ le nombre dérivé de la fonction f en 0. Quelle est sa valeur ?
 - $f'(0) = 1$
 - $f'(0) = 2$
 - $f'(0) = 0$

On note $\ln$ la fonction logarithme népérien et g la fonction composée $\ln(f)$.
- Quel est l'ensemble de définition de la fonction g , noté D_g ?
 - $]0 ; \frac{5}{2}[$
 - $[-5 ; 2]$
 - $[-5 ; 2[$
- Quelle est la valeur de $g(0)$?
 - $g(0) = 2$
 - $g(0) = 0$
 - $g(0) = \ln(2)$
- On note g' la fonction dérivée de la fonction g . Quelle est la valeur de $g'(1)$?
 - $g'(1) = e$
 - $g'(1) = 0$
 - $g'(1) = -\frac{1}{e^2}$
- Quelle est la limite de $g(x)$ quand x tend vers 2 ?
 - $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$
 - $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = +\infty$