

Les interros d'Hugo

Thème : la fonction exponentielle

◆ Questions de cours

On désigne par a et b deux nombres réels strictement positifs, et n un entier relatif.

Complète les égalités suivantes :

1

 $e^a \times e^b = e^{\dots}$

$$\boxed{3} \quad \left(e^a\right)^n = e^{\cdots}$$

$$\boxed{2} \quad \frac{e^a}{e^b} = e^{\dots}$$

4 $e^0 = \dots$

5 $e^a = e^b \iff \dots$

6 $e^a > e^b \iff \dots$

7 La dérivée de la fonction $f(x) = e^x$ est $f'(x) = \dots$

◆ Application du cours

Écrire sous la forme d'une seule exponentielle les nombres suivants.

$$\boxed{1} \quad \frac{e^5 \times e^7}{e^{-12}}$$

$$\boxed{3} \quad (e^5)^{-2} \times e^{11}$$

$$\boxed{2} \quad \frac{e^{-9} \times e^{11}}{e^2}$$

$$\boxed{4} \quad \frac{e^{8x} \times e^{2x}}{e^{3x}} - e^x$$

◆ Équations et inéquations

Résoudre chacune des équations et inéquations suivantes, d'inconnue x .

$$\boxed{1} \quad e^{x+2} = 1$$

3

 $e^{2x} - 4e^x + 3 \geq 0$

$$\boxed{2} \quad \frac{e^{2x} \times e^x}{e^{7x}} - e^x = 0$$

$$\boxed{4} \quad e^{157x^3+895,75x-451,012} < 0$$

◆ Étude d'une fonction exponentielle

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = e^{3x} - 3e^x.$$

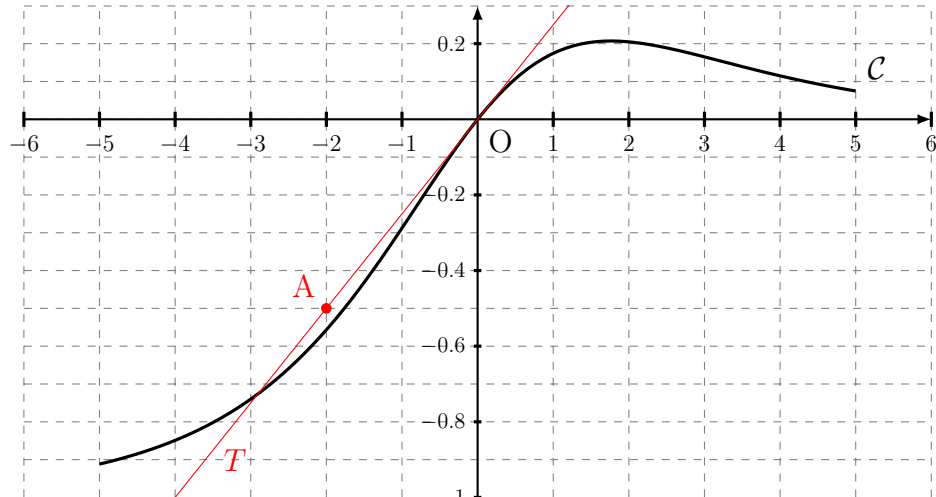
1 Montrer que $f'(x)$ est du signe de $e^{2x} - 1$.

2 En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

3 Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $a = 0$.

♦ QCM – Lectures graphiques

Voici la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f .



$\mathcal{C}$ passe par l'origine du repère.

T est la tangente à $\mathcal{C}$ en O .

Le point $A(-2; -0,5)$ est sur T .

Partie A

À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes.

- 1 Dresser le tableau de variation de f sur $[-5; 5]$.
- 2 Quelle est la valeur de $f'(0)$? De $f(0)$?
- 3 Quel est le signe de $f'(x)$ sur $[-5; -1]$?

Partie B

La fonction f est définie par :

$$f(x) = \frac{e^{-0,5x} - 1}{e^x + 1}$$

Un logiciel de calcul nous donne :

$$f'(x) = \frac{-0,5e^{1,5x} + 0,5e^{0,5x} + e^x}{(e^x + 1)^2}$$

- 1 Justifier que $f'(x)$ est du signe de $-e^x + 2e^{0,5x} + 1$.
- 2 On considère le polynôme $P(X) = -X^2 + 2X + 1$.
 - (a) Donner le signe de $P(X)$ sur $\mathbb{R}$.
 - (b) Que vaut $P(e^{0,5x})$? En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[-6; 6]$.