

Les interrogos d'Hugo

Thème : le logarithme népérien

◆ Questions de cours

On désigne par a et b deux nombres réels strictement positifs et n un entier relatif.

Complète les égalités suivantes :

1

 $\ln(ab) = \ln(\dots) \dots \ln(\dots)$

4 $\ln(\sqrt{a}) = \dots$

2 $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(\dots) \dots \ln(\dots)$

5 $\ln 1 = \dots$

3 $\ln(a^n) = \dots\dots\dots$

6 $\ln e = \dots$

7 $\ln a = \ln b \iff \dots$

8 $\ln a > \ln b \iff \dots$

9 La dérivée de la fonction $f(x) = \ln(x)$ est $f'(x) = \dots$

◆ Application du cours

Écrire sous la forme la plus simplifiée les nombres suivants.

Pour la question 4, tu pourras utiliser la formule suivante gros : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$.

$$\boxed{1} \quad \ln 1024 - \ln 512$$

3 $5 \ln(e^2) - 10$

2 $\ln 10\,000 + \ln 100$

4 $\ln(e \times e^2 \times e^3 \times \dots \times e^{30})$

◆ « Vrai » ou « Faux » ?

Pour chacune des affirmations suivantes, dis si elle est vraie ou fausse en justifiant.

1 $\ln(3 + 5) = \ln 15$

2 $\ln(2) \times \ln(3) = \ln 5$

$$\boxed{3} \quad \ln(2^{3^2}) = 9 \ln 2$$

4 La fonction $\ln$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

5 La courbe représentative de la fonction $\ln$ passe par le point de coordonnées $(1; 0)$.

6 La courbe représentative de la fonction $\ln$ passe par le point de coordonnées $(e; 1)$.

7 La tangente à la courbe représentative de la fonction $\ln$ qui passe par le point d'abscisse $x = 2$ a pour coefficient directeur $\ln 2$.

◆ Étude d'une fonction logarithme

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x \ln x - x.$$

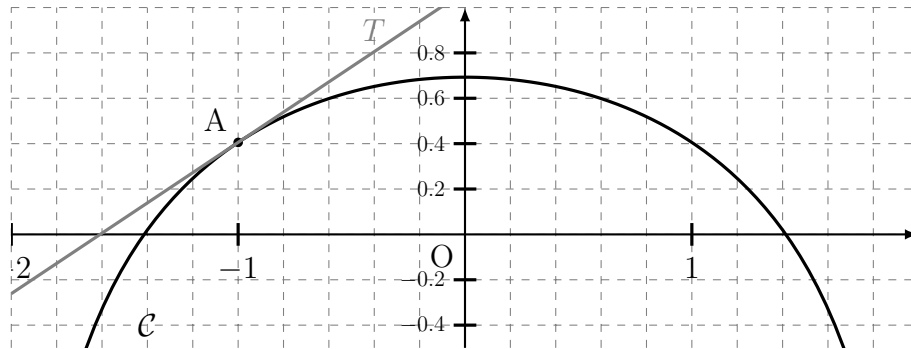
1 Montrer que $f'(x) = \ln x$.

2 En déduire les variations de f sur $]0; +\infty[$.

3 Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $a = e$.

◆ QCM – Lectures graphiques

Voici la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f .



Le point A est sur $\mathcal{C}$ et son abscisse est -1 .

T est la tangente à $\mathcal{C}$ en A.

Partie A

On sait que $f(x) = \ln(a - bx^2)$.

On admet que $f(1) = \ln \frac{3}{2}$ et que $f'(1) = -\frac{2}{3}$.

1 Justifier que :

$$f'(x) = \frac{-2bx}{a - bx^2}.$$

2 Montrer que :

$$\begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ \frac{b}{a - b} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

3 En déduire que $b = 0,5$, puis que $a = 2$.

4 Trouver les coordonnées des deux points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

Partie B

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

1 L'ordonnée de A est :

☐ $3 \ln 2$

☐ $\ln 3 - \ln 2$

☐ $\ln 6$

2 Le coefficient directeur de T est :

☐ $\frac{2}{3}$

☐ $\ln 2 - \ln 3$

☐ $3 \ln 2$

3 La fonction dérivée f' de f est telle que :

☐ $f'(x) \geq 0$ sur $[-1, 8; 0]$

☐ $f'(x) \geq 0$ sur $[-1, 4; 1, 4]$