

■ *Les interrogos d'Hugo* ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

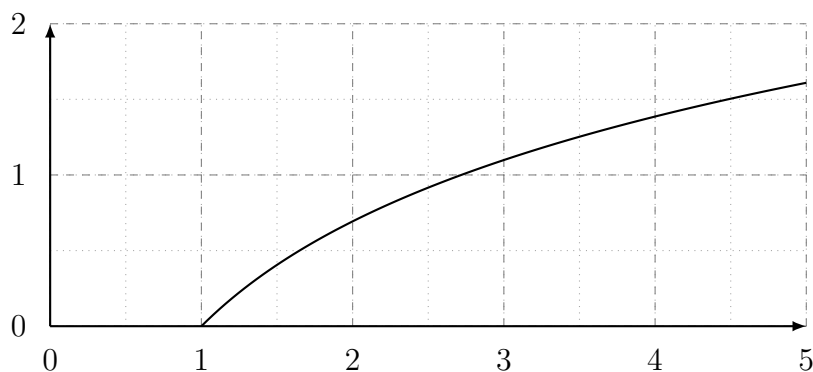
Thème : primitives & intégration

◆ Questions de cours

Complète les propositions suivantes :

- 1 Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$ est la fonction F définie par $F(x) = \dots$
- 2 Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = e^x$ est la fonction F définie par $F(x) = \dots$
- 3 Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) est la fonction F définie par $F(x) = \dots$
- 4 Une primitive de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ est la fonction F définie par $F(x) = \dots$
- 5 Si f est une fonction de primitive F sur un intervalle $[a; b]$ de $\mathbb{R}$ alors $\int_a^b f(x) \, dx = \dots$
- 6 La valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a; b]$ de $\mathbb{R}$ est $\mu = \dots$

◆ Lecture graphique



On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction $\ln$ sur $[1; 5]$.

- 1 Donner une méthode pour avoir une valeur approchée de $\int_1^5 \ln x \, dx$.
- 2 Donner alors une valeur approchée à 0.5 unité d'aire près.

◆ Une primitive de la fonction $\ln$

On pose $f(x) = \ln x$ et $F(x) = x \ln x - x$ pour tout $x > 0$.

- 1 Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}_+^*$.
- 2 Donner alors une valeur approchée à 0,01 près de $\int_1^5 f(x) \, dx$.

◆ Bénéfice moyen d'une entreprise

Une entreprise fabrique x milliers d'objets où x est compris entre 0 et 5.

Le bénéfice de cette entreprise est donné, en euros, pour $x \in [0; 5]$, par la fonction :

$$B(x) = xe^x - e^x - 8.$$

- 1 Étudier la fonction B sur $[0; 5]$.
- 2 Montrer que la fonction P définie par $P(x) = xe^x - 2e^x - 8x$ est une primitive de B .
- 3 En déduire le bénéfice moyen de l'entreprise sur $[0; 5]$.
- 4 On appelle $\mu(x)$ la fonction qui donne le bénéfice moyen de l'entreprise pour x milliers d'objets fabriqués, $x > 0$.
 - (a) Exprimer $\mu(x)$ en fonction de $P(x)$.
 - (b) Le bénéfice moyen admet-il un maximum? Un minimum? Si oui, pour quelle valeur de x ? Quel est alors le bénéfice moyen?
 - (c) Pour quelles valeurs de x le bénéfice moyen est-il positif?