

Sujet M1 Semestre 1

Première partie - Numération et opérations (13 points)

Dans le tableau ci-dessous, on a écrit quelques nombres entiers avec des hiéroglyphes appartenant à l'écriture égyptienne (vers 3000 av. JC), sans nécessairement respecter scrupuleusement la disposition des chiffres hiéroglyphiques de l'époque.

On nommera ainsi les symboles utilisés :

 trait
  spirale
  fleur (de lotus)
  doigt courbé
  têtard
  dieu
  anse

42 209	            
120 000	  
1 422 000	        
400 010	    
30 031	      

- 1) On admet qu'il existe une écriture unique de chaque nombre entier dans ce système (à l'ordre près des symboles utilisés), chaque symbole étant utilisé au maximum neuf fois. Traduire les nombres entiers suivants :

          	
	2 154 813

2)

- Expliciter une règle permettant de comparer deux nombres entiers quelconques écrits dans ce système de numération.
 - Citer un avantage de notre système actuel de numération écrite par rapport au système égyptien du point de vue de la comparaison des nombres.
 - Citer un nombre que l'on peut écrire dans notre système de numération mais qui ne peut s'écrire dans le système égyptien.
- 3) Calculer la différence entre les deux nombres A et B suivants, en utilisant exclusivement le système de numération égyptien (on laissera visibles les différentes étapes du calcul).

A	             
B	           

Exemples : pour effectuer les produits 35×47 et 89×25 (avec nos symboles de numération)

donc $35 \times 47 = 1645$

done $89 \times 25 = 2225$

- [illegible]

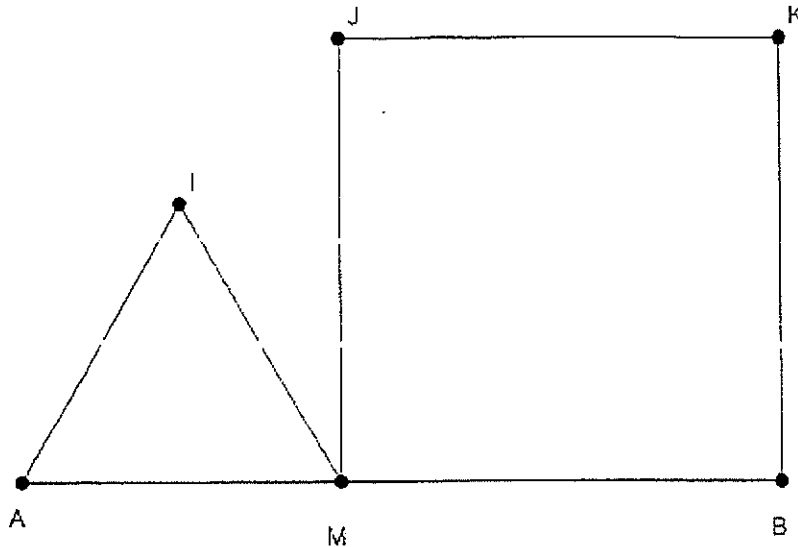
- 2

Deuxième partie (13 points)

Cette deuxième partie est constituée d'exercices (partie A) et d'une analyse de production d'élèves (B)

Partie A - Résoudre les exercices suivants en justifiant les réponses.

Exercice 1



M est un point du segment $[AB]$ de longueur 10,5 cm.

AIM est un triangle équilatéral et BMJK est un carré.

On se propose de rechercher la position du point M pour que AIM et BMJK aient le même périmètre.

- 1) On note x la mesure en cm de la longueur AM.
Exprimer en fonction de x le périmètre de AIM et celui de MJBK, et résoudre le problème algébriquement.
- 2) Donner une résolution graphique du problème.

Exercice 2

En fin de marché, un maraîcher décide, alors qu'il lui reste 60 salades, 48 oignons et 36 bottes de radis, de constituer des lots identiques de légumes pour écouler sa marchandise.

- 1) Quel est le nombre maximum de lots identiques qu'il peut constituer ? Justifier la réponse.
- 2) Pour ce nombre maximum de lots identiques, quelle est la composition de chaque lot ?

Exercice 3

On considère les nombres entiers N et q tels que : $N < 4200$ et $q = 82$. Dans la division euclidienne de N par un nombre entier d , on obtient le quotient q et le reste r .

- 1) Dans cette question, $r = 45$.
 - a) Déterminer d pour $N = 3899$.
 - b) Dans le cas général où $N < 4200$, rechercher l'ensemble des couples (N, d) possibles dans cette division euclidienne. Justifier les réponses.
- 2) Dans cette question, $r = 112$. Dans le cas général où $N < 4200$, rechercher l'ensemble des couples (N, d) possibles dans cette division euclidienne. Justifier les réponses.
- 3) Discuter, selon la valeur de r , l'existence de couples (N, d) dans cette division euclidienne.

EXERCICE 4

On considère un dé à quatre faces en forme de tétraèdre régulier. Ses quatre faces sont numérotées de 1 à 4. Le résultat d'un lancer est le nombre indiqué sur la face sur laquelle repose le dé.

Le dé est supposé équilibré.

1. On a lancé le dé six fois et obtenu la série de résultats : 1 ; 2 ; 4 ; 1 ; 1 ; 2.
Au 7^e lancer, la probabilité d'obtenir le nombre 1 et celle d'obtenir le nombre 3 sont-elles différentes ?
2. On lance le dé deux fois de suite.
 - a) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule fois le nombre 1 lors de ces deux lancers ?
 - b) Quelle est la probabilité que le nombre obtenu au deuxième lancer soit strictement supérieur au nombre obtenu au premier lancer ?

Partie B - Analyse de productions d'élèves

EXERCICE

En classe de CMI, un enseignant propose en application de la leçon sur les nombres décimaux les deux exercices suivants :

Exercice 1

Calcule les sommes suivantes : $0,3 + 0,8$ $1,3 + 0,12$

Cadre n°1

Exercice 2

Range dans l'ordre croissant les nombres décimaux suivants :

$5,100$ $5,6$ $5,03$

Cadre n°2

1. Voici les réponses d'un élève à l'exercice 1 :

$$\begin{aligned} 0,3 + 0,8 &= 0,11 \\ 1,3 + 0,12 &= 1,15 \end{aligned}$$

Cadre n°3

À partir de ces réponses, indiquer ce que cet élève semble maîtriser et ce qu'il lui reste à travailler.

2. Voici la réponse d'un élève à l'exercice 2 :

$$5,03 < 5,6 < 5,100$$

Cadre n°4

- a) Quelle représentation erronée des nombres décimaux pourrait être à l'origine de l'erreur de cet élève ? Justifier.
- b) Quelle désignation orale des nombres $5,03$; $5,6$ et $5,100$ l'enseignant pourrait-il utiliser pour aider les élèves à se construire une bonne représentation des nombres décimaux ?

TROISIEME PARTIE (14 POINTS)

Se référer à l'annexe (page 7) : extrait du manuel « Pour comprendre les mathématiques » CE2 de chez Hachette.

1- On s'intéresse à l'ensemble de l'extrait.

- a) Quel est le contenu mathématique sous-jacent ?
- b) Quels sont les objectifs visés ?

2- On s'intéresse à la « piste de recherche » : « En avant la musique ».

- a) Quelle est la part de l'activité de l'élève ?
- b) Analyser les trois procédures respectivement attribuées à Cyril, Dorothée et Eric. Sont-ce des procédures que des élèves de CE2 confrontés au problème proposeraient spontanément ?
- c) Pourrait-on, à partir de la même situation de départ (animateur de chorale cherchant à constituer des groupes), envisager une autre démarche pédagogique ?

3- On s'intéresse aux « Applications » (numéros 1, 2 et 3).

- a) Quelle évolution du niveau de difficulté peut-on observer entre l'application 1 et l'application 2 ?
- b) L'application 3 présente-t-elle une difficulté particulière pour un élève de CE2 ? Si oui, laquelle ?

4- On s'intéresse à de possibles prolongements.

- a) Proposer un exercice ou problème qui aiderait les enfants à prendre conscience des valeurs possibles pour le reste lors d'une division euclidienne.
- b) Proposer un exercice ou problème qui permette de vérifier jusqu'à quel point les élèves ont compris l'égalité de la division.
- c) Si une trace écrite (cahier du jour, affiche, ...) devait résumer ce qui a été établi en travaillant la piste de recherche, les applications et des exercices, que pourrait-on proposer ?

Annexe

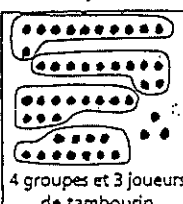
Piste de recherche

En avant la musique !

1. Pour diriger les répétitions de chant, l'animateur de la chorale décide de répartir les 47 enfants en groupes de 11 chanteurs. Les enfants restants recevront un tambourin pour marquer le rythme.

Cyril, Dorothée et Éric ont cherché combien de groupes on peut former.

Cyril



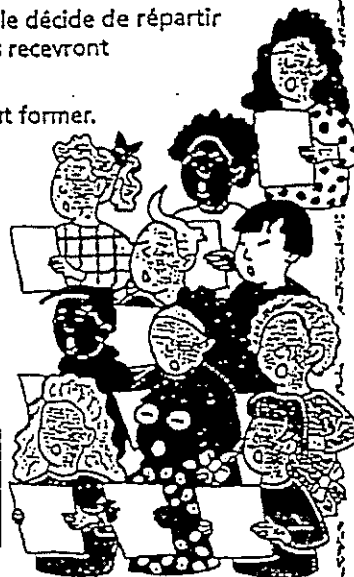
4 groupes et 3 joueurs de tambourin

Dorothée

$$\begin{array}{rcl} 47 - 11 & = & 36 \quad 1 \text{ gr.} \\ 36 - 11 & = & 25 \quad 2 \text{ gr.} \\ 25 - 11 & = & 14 \quad 3 \text{ gr.} \\ 14 - 11 & = & 3 \quad 4 \text{ gr.} \end{array}$$

4 groupes de 11 chanteurs et il reste 3 joueurs de tambourin.

Éric

$$\begin{array}{l} 1 \times 11 = 11 \\ 2 \times 11 = 22 \\ 3 \times 11 = 33 \\ 4 \times 11 = 44 \\ 5 \times 11 = 55 \quad 55 > 47 \\ 47 - 44 = 3 \\ 47 = (11 \times 4) + 3 \end{array}$$


Avec 47 chanteurs, on peut former 4 groupes de 11 chanteurs, et il reste 3 enfants au tambourin. Quand on divise 47 par 11, le quotient est 4, le reste est 3.

$$47 = (11 \times 4) + 3$$

↓	↓	↓
dividende	diviseur	reste
	quotient	

2. Deux nouveaux enfants s'inscrivent à la chorale. Combien de groupes peut-on former ? Combien d'enfants recevront un tambourin ?
3. Le jour suivant, les 49 enfants de la chorale répètent un autre chant. L'animateur décide de les répartir en groupes de 15. Combien de groupes peut-il former ? Combien d'enfants auront un tambourin ?

Applications

- 1** La station-service d'un centre commercial offre des points en échange d'un plein d'essence. 6 points permettent d'obtenir une tasse. Combien de tasses obtient-on avec 50 points ?

- 2** Combien peut-il y avoir de semaines entières dans un mois de 31 jours ? Écris la réponse sur ton cahier sous la forme d'une égalité : $31 = (7 \times \dots) + \dots$

- 3** Un jeu de 52 cartes comprend le même nombre de piques, de cœurs, de carreaux et de trèfles. Combien y a-t-il de cartes de chaque sorte ? Écris cette répartition sous la forme d'une égalité : $52 = (4 \times \dots) + \dots$

