

Méthode des Trapèzes

Votre Nom

March 17, 2025

1 Introduction

La méthode des trapèzes est une technique numérique utilisée pour approximer l'intégrale définie d'une fonction. Elle est particulièrement utile lorsque la fonction est difficile à intégrer analytiquement.

2 Formule de la Méthode des Trapèzes

Soit $f(x)$ une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$. Nous divisons cet intervalle en n sous-intervalles égaux de largeur $h = \frac{b-a}{n}$. Les points de division sont $x_0 = a, x_1 = a + h, x_2 = a + 2h, \dots, x_n = b$.

La formule de la méthode des trapèzes est donnée par :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

3 Exemple

Considérons la fonction $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[0, 2]$. Nous allons utiliser $n = 4$ sous-intervalles.

- $h = \frac{2-0}{4} = 0.5$
- Les points de division sont $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1, x_3 = 1.5, x_4 = 2$
- Calculons les valeurs de $f(x)$ aux points de division :

$$f(x_0) = 0^2 = 0, \quad f(x_1) = 0.5^2 = 0.25, \quad f(x_2) = 1^2 = 1, \quad f(x_3) = 1.5^2 = 2.25, \quad f(x_4) = 2^2 = 4$$

- Appliquons la formule des trapèzes :

$$\int_0^2 x^2 dx \approx \frac{0.5}{2} [0 + 2(0.25 + 1 + 2.25) + 4] = \frac{0.5}{2} [0 + 2(3.5) + 4] = \frac{0.5}{2} [7 + 4] = \frac{0.5}{2} \times 11 = 2.75$$

4 Schéma avec TiKZ

Voici un schéma illustrant la méthode des trapèzes pour la fonction $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[0, 2]$ avec $n = 4$ sous-intervalles.

