

Équations différentielles (Rappels de Terminale STI)

Stéphane PASQUET

22 avril 2013

Rappels de cours

1. Équations de la forme $y' = ay$.

Les fonctions f solutions de l'équation différentielle $y' = ay$, $a \in \mathbb{R}$, sont les fonctions de la forme :

$$f(x) = Ce^{ax} \quad , \quad C \in \mathbb{R}$$

2. Équations de la forme $y'' + \omega^2 y = 0$.

Les fonctions f solutions de l'équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$ sont les fonctions de la forme :

$$f(x) = A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x) \quad , \quad A \in \mathbb{R}, B \in \mathbb{R}$$

Exercices

Exercice 1. Trouver les solutions f des équations différentielles suivantes en tenant compte des conditions :

1. $y' - y = 0$, $f(0) = 1$

3. $y' - 5y = 0$, $f(0) = 2$

2. $y' + 3y = 0$, $f(0) = -1$

4. $y' = \frac{1}{2}y$, $f(0) = 1$

Exercice 2. Trouver les solutions f des équations différentielles suivantes en tenant compte des conditions :

1. $y'' + y = 0$, $f(0) = 1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

3. $y'' + 3y = 0$, $f(0) = 1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

2. $y'' + 9y = 0$, $f(0) = -1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

4. $y'' + 5y = 0$, $f(0) = 1, f'(0) = 1$

Exercice 3. On considère l'équation différentielle :

$$(E_0) : y'' + 4y = 0$$

1. Résoudre (E_0) .

2. Trouver la fonction f_0 solution de (E_0) telle que $f_0(0) = \sqrt{2}$ et $f'_0(0) = -2\sqrt{2}$.

3. Montrer que pour tout réel x , $f_0(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

On considère l'équation suivante :

$$(E) : y'' + 4y = 8x + 4$$

4. Montrer que la fonction $g(x) = 2x + 1$ est solution de (E) .

5. Montrer que la fonction $h(x) = f(x) + g(x)$ est solution de (E) , où f est une solution de (E_0) .

6. Parmi les fonctions h possibles, laquelle vérifie $h(0) = 2$ et $h'(0) = 2$?