

LOIS DE PROBABILITÉ

★ Exercice 1

BTS Opticien Lunetier, session 2008

Au cours d'une année, le service ophtalmologie d'un centre hospitalier a examiné 5 000 patients. Pour chacun d'eux, une fiche a été remplie sur laquelle sont indiqués l'âge de la personne et le diagnostic posé.

PARTIE A

Le tableau suivant donne la répartition des sujets en classes d'âge.

Classe d'âge (ans)	[10; 20[	[20; 30[	[30; 40[	[40; 50[	[50; 60[	[60; 70[	[70; 80[	[80; 90[
Effectifs n_i	400	600	750	1 000	800	650	450	350

- 1 On prélève au hasard une fiche dans le fichier. On note A et B les événements suivants :
 - A : la fiche prélevée est celle d'un sujet dont l'âge est strictement inférieur à 40 ans.
 - B : la fiche prélevée est celle d'un sujet dont l'âge est supérieur ou égal à 20 ans.
 - a. Calculer la probabilité de chacun des événements A , B , $A \cap B$.
 - b. Calculer la probabilité que A soit réalisé sachant que B est réalisé.
- 2 On prélève au hasard et avec remise 40 fiches dans le fichier. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque prélèvement de 40 fiches le nombre de fiches correspondant à des sujets dont l'âge est supérieur ou égal à 80 ans.
 - a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X .
 - c. Calculer la probabilité de l'événement : $(X = 3)$.
- 3 On considère que la loi suivie par X peut être approchée par une loi de Poisson.
 - a. Calculer le paramètre λ de cette loi de Poisson.
 - b. On désigne par Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ . Calculer la probabilité de l'événement : $(Y = 3)$.

PARTIE B

Parmi les pathologies rencontrées chez les 5 000 patients figure l'anisétionie.

On considère un échantillon de 60 fiches prélevées au hasard dans le fichier des patients.

Le nombre de fiches du fichier est assez important pour qu'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec remise.

On constate que 15 fiches de cet échantillon signalent une anisétionie.

- 1 Donner une estimation ponctuelle de la fréquence inconnue p des fiches du fichier qui signalent une anisétionie.
- 2 Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 60 fiches prélevées au hasard et avec remise dans le fichier, associe la fréquence des fiches qui signalent une anisétionie. On admet que F suit la loi normale de moyenne p et d'écart type $\sqrt{\frac{p(1-p)}{60}}$, où p désigne la fréquence inconnue des fiches du fichier qui signalent une anisétionie.
Déterminer un intervalle de confiance de la fréquence p au seuil de confiance de 95%.

★ Exercice 2

BTS Opticien Lunetier, session 2009

Dans le service d'ophtalmologie d'un centre hospitalier, on dispose de deux fichiers concernant un grand nombre de patients. Le fichier 1 contient les fiches cartonnées de patients atteints de glaucome. le fichier 2 concerne des patients non atteints de glaucome.

PARTIE A

Dans cette partie, on demande les valeurs exactes des probabilités.

On s'intéresse aux allergies déclenchées chez les patients du fichier 1 par deux collyres C_1 et C_2 . L'examen du fichier montre que 5% des patients sont allergiques à C_1 et 10% des patients allergiques à C_2 .

On prélève une fiche au hasard dans le fichier 1.

On note A l'événement : "la fiche prélevée est celle d'un patient allergique à C_1 ".

On note B l'événement : "la fiche prélevée est celle d'un patient allergique à C_2 ".

On suppose que les événements A et B sont indépendants.

- 1 Donner les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
- 2 Calculer la probabilité de l'événement : "la fiche prélevée est celle d'un patient allergique aux deux collyres".
- 3 Calculer la probabilité de l'événement : "la fiche prélevée est celle d'un patient allergique à l'un au moins des deux collyres".

PARTIE B

Dans le fichier 1, seulement 10% des fiches indiquent une "pression intraoculaire" normale.

On prélève au hasard et avec remise n fiches dans le fichier 1.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de n fiches, associe le nombre de fiches indiquant une pression intraoculaire normale.

- 1 Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2 Dans cette question, $n = 10$.
Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, aucune fiche ne présente une pression intraoculaire normale.
- 3 Dans cette question, on prend $n = 100$.
On considère que la loi suivie par X peut être approchée par une loi de Poisson.
 - a. Donner le paramètre λ de cette loi de Poisson.
 - b. On désigne par Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ .
Calculer $P(Y \leq 3)$.

PARTIE C

Dans cette partie, on considère la variable aléatoire Z qui, à toute fiche prélevée au hasard dans le fichier 1, associe la pression intraoculaire du patient exprimée en millimètres de mercure. On admet que Z suit la loi normale de moyenne 19 et d'écart type 2.
Calculer la probabilité $P(15 \leq Z \leq 23)$.

PARTIE D

Dans cette partie, on cherche à déterminer s'il existe une différence significative entre la moyenne des "pressions systoliques" des patients du fichier 1, atteints de glaucome, et celle des patients du fichier 2, non atteints de glaucome. Ne pouvant consulter toutes les fiches, on décide de procéder à un test d'hypothèse.

On note X_1 la variable aléatoire qui, à chaque fiche prélevée au hasard dans le fichier 1, associe la pression systolique du patient, exprimée en millimètres de mercure.

On note X_2 la variable aléatoire qui, à chaque fiche prélevée au hasard dans le fichier 2, associe la pression systolique du patient, exprimée en millimètres de mercure.

On admet que X_1 suit la loi normale de moyenne μ_1 et d'écart type 25 et que X_2 suit la loi normale de moyenne μ_2 et d'écart type 20, où μ_1 et μ_2 sont les moyennes inconnues des pressions systoliques des patients des fichiers 1 et 2.

On désigne par $\bar{X}_1$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 200 fiches prélevées avec remise dans le fichier 1, associe la moyenne des pressions systoliques.

On désigne par $\bar{X}_2$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 200 fiches prélevées avec remise dans le fichier 2, associe la moyenne des pressions systoliques.

On note D la variable aléatoire telle que : $D = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$.

L'hypothèse nulle est : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$.

L'hypothèse alternative est $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.

Le seuil de signification est fixé à 5%.

On admet que sous l'hypothèse nulle, D suit la loi normale de moyenne 0 et d'écart type $\sqrt{\frac{25^2 + 20^2}{200}}$.

- 1 Sous l'hypothèse nulle H_0 , déterminer le nombre réel positif h tel que : $P(-h \leq D \leq h) = 0,95$.

2 Enoncer la règle de décision du test.

3 On prélève un échantillon aléatoire de 200 fiches dans chacun des fichiers. La moyenne observée sur l'échantillon du fichier 1 est $\bar{x}_1 = 133$. Celle observée sur l'échantillon du fichier 2 est $\bar{x}_2 = 130$.

Peut-on, au seuil de signification de 5%, accepter l'hypothèse H_0 ?

★ Exercice 3

Le LOTO ®

Un bulletin LOTO ® simple comprend 5 grilles de 49 numéros (de 1 à 49) et une grille N° CHANCE de 1 à 10 numéros. Pour jouer, le joueur coche 5 numéros par grille et au moins un N° CHANCE ; il paie 2 € pour chaque grille remplie et doit multiplier cette mise par le nombre de N° CHANCE sélectionné.

On s'intéresse ici uniquement au cas où le N° CHANCE sélectionné est "1" (donc la mise est de 2 €).

Un tirage consiste à choisir au hasard 5 boules parmi 49, numérotées de 1 à 49, d'une urne sphérique puis, dans une autre urne, 1 boule parmi 10, numérotées de 1 à 10.

La société qui organise ce jeu donne le tableau suivant pour expliquer comment gagner :

	Votre N° CHANCE est gagnant ?	
	Oui	Non
5 bons numéros	Rang 1	Rang 2
4 bons numéros	Rang 3 + Mise**	Rang 3
3 bons numéros	Rang 4 + Mise**	Rang 4
2 bons numéros	Rang 5 + Mise**	Rang 5
0 ou 1 bon numéro	Mise**	-

** Mise : Quels que soient vos gains, vous gagnez le montant que vous avez joué pour le tirage LOTO® ou SUPER LOTO® où votre N° CHANCE est sorti gagnant.

Si vous avez joué plusieurs N° CHANCE, vous gagnez uniquement la somme investie sur votre N° CHANCE gagnant. Le gain "Mise" est obtenu une seule fois, quel que soit le nombre de grilles jouées.

On suppose que l'on remplit chaque grille de façon aléatoire.

PARTIE A

Dans cette partie, on remplit une seule grille et on coche "1" pour N° CHANCE.

- 1
 - a. Calculer la probabilité d'être gagnant de Rang 1.
 - b. Calculer la probabilité d'être gagnant de Rang 2.
 - c. Calculer la probabilité d'être gagnant de Rang 3.
 - d. Calculer la probabilité d'être gagnant de Rang 4.
 - e. Calculer la probabilité d'être gagnant de Rang 5.
 - f. Calculer la probabilité de récupérer uniquement notre mise.
- 2 On note X la variable aléatoire correspondant au rang du joueur. Par convention, on désignera par "Rang 6" si le joueur a 1 ou 0 bon numéro.
 - a. Calculer $E(X)$, l'espérance mathématique de X .
 - b. Calculer $\sigma(X)$, l'écart type de X .
 - c. Commentez ces deux derniers résultats.

PARTIE B

Dans cette partie, on considère que l'on remplit n grilles pour un même tirage.

On note alors R l'événement : "On atteint un rang entre 1 et 5" et Y la variable aléatoire représentant le nombre de grilles gagnantes (on dit qu'une grille est gagnante si elle permet d'atteindre un rang compris entre 1 et 5).

- 1 Calculer $P(R)$. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} près.
- 2 Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 3 Calculer $E(Y)$ et $\sigma(Y)$ pour $n = 5$.
- 4 On considère que la loi binomiale peut être approchée par la loi de Poisson de paramètre λ , n étant redevenu quelconque.
 - a. Déterminer λ en fonction de n .
 - b. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $E(Y) = 1$.
 - c. La société procure le tableau suivant, donnant les gains lors du dernier tirage :

Rang 1	3 000 000,00 €
Rang 2	160 721,30 €
Rang 3	510,50 €
Rang 4	6,40 €
Rang 5	4,00 €

On note Z la variable aléatoire correspondant au gain réel obtenu pour 14 grilles.

A l'aide de la partie A et de la question précédente, calculer $E(Z)$, l'espérance mathématique de Z .

CORRECTION

★ Exercice 1

BTS Opticien Lunetier, session 2008

PARTIE A

- 1 a. D'après le tableau statistique, on a :

$$P(A) = \frac{400 + 600 + 750}{5000} = \frac{1750}{5000} = \underline{0,35}.$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{400}{5000} = \underline{0,92}.$$

$$P(A \cap B) = \frac{600 + 750}{5000} = \underline{0,27}.$$

$$b. P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,27}{0,92} \approx \underline{0,29}.$$

- 2 a. Considérons :

- ▷ l'épreuve $\mathcal{E}$: "On tire au hasard une fiche du fichier"
- ▷ S l'événement : "Le patient concerné est âgé d'au moins 80 ans"

Alors, $\mathcal{E}$ mène à seulement deux issues (S et $\bar{S}$) et est ici répétée 40 fois dans les mêmes conditions. De plus, $P(S) = \frac{350}{5000} = 0,07$.

On peut alors dire que $X \hookrightarrow \mathcal{B}(40; 0,07)$.

- b. L'espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$ est égale à np .

$$\text{Ainsi, } E(X) = 40 \times 0,07 = \underline{2,8}.$$

L'écart type d'une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$ est égale à $\sqrt{np(1-p)}$.
Ainsi, $\sigma(X) = \sqrt{40 \times 0,07 \times 0,93} \approx \underline{1,61}$.

- c. X suit une loi binomiale donc on applique la formule :

$$P(X = 3) = \binom{40}{3} \times 0,07^3 \times 0,93^{40-3} \approx \underline{0,23}.$$

- 3 a. Ici, $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n = 40; p = 0,07)$. Comme $n > 50$ et $p < 0,1$, on peut justifier que X peut être approchée par la loi de Poisson de paramètre $\lambda = np = 40 \times 0,07 = \underline{2,8}$.

- b. Y suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2,8$ donc on peut appliquer la formule suivante :

$$P(Y = 3) = \frac{e^{-2,8} \times 2,8^3}{3!} \approx \underline{0,22}.$$

Cette valeur étant très proche de celle trouvée à la question 1.(c), on peut alors conclure que l'approximation (en loi) est bonne.

PARTIE B

$$a. p = \frac{15}{60} = \underline{0,25}.$$

b. Posons $Z = \frac{F-p}{\sigma}$, où $\sigma = \sqrt{\frac{p(1-p)}{60}}$ et $p = 0,25$.

On souhaite alors ici que :

$$P(-t \leq Z \leq t) = 0,95$$

Or, $F \hookrightarrow \mathcal{N}(p; \sigma^2)$ donc $Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0; 1)$. On peut alors écrire :

$$P(-t \leq Z \leq t) = 2P(Z \leq t) - 1$$

Ainsi, il faut :

$$2P(Z \leq t) - 1 = 0,95$$

Soit :

$$P(Z \leq t) = 0,975$$

A l'aide de la table de la loi normale centrée réduite, on lit : $t = 1,96$.

De plus :

$$\begin{aligned} -t \leq Z \leq t &\iff -t \leq \frac{F-p}{\sigma} \leq t \\ &\iff -t\sigma \leq F-p \leq t\sigma \\ &\iff p - t\sigma \leq F \leq p + t\sigma \\ &\iff 0,25 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{60}} \leq F \leq 0,25 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{60}} \\ &\iff 0,14 \leq F \leq 0,36 \end{aligned}$$

L'intervalle de confiance de la fréquence p au seuil de confiance de 95% est donc l'intervalle $I = [0,14; 0,36]$, ce qui signifie que la fréquence devrait être dans I avec un seuil de confiance de 95%.

★ Exercice 2

BTS Opticien Lunetier, session 2009

PARTIE A

1 D'après l'énoncé, on a : $P(A) = 0,05$ et $P(B) = 0,1$.

2 On cherche $P(A \cap B)$. A et B étant indépendants, on a :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,05 \times 0,1 = \underline{0,005}$$

3 On cherche $P(A \cup B)$. On a :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,05 + 0,1 - 0,005 = \underline{0,145}$$

PARTIE B

1 Considérons :

- ▶ $\mathcal{E}$ l'épreuve : "on tire au hasard une fiche dans le fichier 1"
- ▶ I l'événement : "La fiche indique une pression intraoculaire normale"

Alors, ici, on répète dans les mêmes conditions $\mathcal{E}$ et, à chaque fois, il n'y a que deux issues possibles : I ou $\bar{I}$, avec $P(I) = 0,1$.

On peut alors écrire : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; 0,1)$.

2 On calcule $P(X = 0)$ à l'aide de la formule :

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} \times 0,1^0 \times 0,9^{10} = \underline{0,35}$$

3 a. On sait que $\mathcal{B}(n; p) \sim \mathcal{P}(\lambda = np)$ lorsque $n > 50$ et $n \leq 0,1$.

Ainsi, ici, $\lambda = 100 \times 0,1 = \underline{10}$.

b. A l'aide de la table de la loi de Poisson, on peut directement lire :

$$P(Y \leq 3) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) = \underline{0,01}$$

PARTIE C

On a :

$$\begin{aligned} P(15 \leq Z \leq 23) &= P\left(\frac{15-19}{2} \leq t \leq \frac{23-19}{2}\right) \\ &= P(-2 \leq t \leq 2) \\ &= 2P(t \leq 2) - 1 \\ &= \underline{0,95} \end{aligned}$$

PARTIE D

1 On sait que :

$$\begin{aligned} P(-h \leq D \leq h) &= 0,95 \\ P\left(\frac{-h-0}{\sigma} \leq t \leq \frac{h-0}{\sigma}\right) &= 0,95 \\ 2P\left(t \leq \frac{h}{\sigma}\right) - 1 &= 0,95 \\ P\left(t \leq \frac{h}{\sigma}\right) &= 0,975 \end{aligned}$$

Ainsi, en regardant la table de la loi normale centrée réduite, on trouve : $\frac{h}{\sigma} = 1,96$, soit $\underline{h = 4,44}$.

2 La règle de décision du test est la suivante : l'intervalle de confiance au seuil de confiance de 95% est $I = [-4,44; 4,44]$.

Cela signifie que si, en valeur absolue, la différence entre les moyennes observées entre l'échantillon du fichier 1 et celui du fichier 2 est inférieure à 4,44, on peut admettre avec un seuil de confiance de 95%, que l'hypothèse H_0 est conservée.

3 La différence entre les moyennes observées entre l'échantillon du fichier 1 et celui du fichier 2 est égale à :

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 133 - 130 = 3 < 4,44$$

Ainsi, on peut accepter l'hypothèse H_0 au seuil de signification de 5%.

PARTIE A

- 1 a. Être gagnant de Rang 1, c'est avoir 5 bons numéros au cours du tirage, tirage simultané de 5 boules, l'ordre ne comptant pas ET avoir le bon N° CHANCE.

La probabilité d'obtenir le bon N° CHANCE est $\frac{1}{10}$.

Le nombre de tirages possibles pour les 5 numéros est : $\binom{49}{5} = \frac{49!}{5!(49-5)!} = 1\,906\,884$.

Ainsi, si on convient de noter R_1 l'événement : "Être gagnant de Rang 1" :

$$P(R_1) = \frac{1}{1\,906\,884} \times \frac{1}{10}$$

$$P(R_1) = \frac{1}{19\,068\,840}$$

- b. Être gagnant de Rang 2, c'est avoir 5 bons numéros mais ne pas avoir le bon N° CHANCE. D'après les calculs précédents, et en convenant de noter R_2 l'événement : "Être gagnant de Rang 2", on a :

$$P(R_2) = \frac{1}{1\,906\,884} \times \frac{9}{10}$$

$$P(R_2) = \frac{9}{19\,068\,840}$$

$$P(R_2) = \frac{1}{2\,118\,760}$$

- c. Être gagnant de Rang 3, c'est avoir 4 bons numéros au cours du tirage. En convenant de noter R_3 l'événement : "Être gagnant de Rang 3", on a :

$$P(R_3) = \frac{\binom{5}{4} \binom{49-5}{5-4}}{\binom{49}{5}}$$

$$P(R_3) = \frac{5 \times 44}{1\,906\,884}$$

$$P(R_3) = \frac{55}{476\,721}$$

- d. Être gagnant de Rang 4, c'est avoir 3 bons numéros au cours du tirage. En convenant de noter R_4 l'événement : "Être gagnant de Rang 4", on a :

$$P(R_4) = \frac{\binom{5}{3} \binom{49-5}{5-3}}{\binom{49}{5}}$$

$$P(R_4) = \frac{10 \times 946}{1\,906\,884}$$

$$P(R_4) = \frac{2\,365}{476\,721}$$

- e. Être gagnant de Rang 5, c'est avoir 2 bons numéros au cours du tirage. En convenant de noter R_5 l'événement : "Être gagnant de Rang 5", on a :

$$P(R_5) = \frac{\binom{5}{2} \binom{49-5}{5-2}}{\binom{49}{5}}$$

$$P(R_5) = \frac{10 \times 13\,244}{1\,906\,884}$$

$$P(R_5) = \frac{4\,730}{68\,103}$$

- f. Récupérer uniquement notre mise signifie avoir 0 ou 1 bon numéro ET avoir le bon N° CHANCE. En convenant de noter R'_6 cet événement, on a :

$$P(R'_6) = \frac{\binom{5}{1} \binom{49-5}{5-1}}{\binom{49}{5}} \times \frac{1}{10} + \frac{\binom{5}{0} \binom{49-5}{5-0}}{\binom{49}{5}} \times \frac{1}{10}$$

$$P(R'_6) = \frac{5 \times 135\,751}{19\,068\,840} + \frac{1 \times 1\,086\,008}{19\,068\,840}$$

$$P(R'_6) = \frac{252\,109}{272\,412}$$

- 2 La loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

Rangs k	1	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	$\frac{1}{19\,068\,840}$	$\frac{1}{2118\,760}$	$\frac{55}{476\,721}$	$\frac{2365}{476\,721}$	$\frac{4730}{68\,103}$	$\frac{252\,109}{272\,412}$

- a. L'espérance mathématique de X est :

$$E(X) = \sum_{k=1}^6 kP(X = k) \approx 5,92027616782$$

- b. La variance mathématique de X est :

$$V(X) = \sum_{k=1}^6 k^2 P(X = k) - (E(X))^2 \approx 0.0839888300478$$

Ainsi, son écart type est :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 0.289808264285$$

- c. $E(X)$ est très proche de 6 et $\sigma(X)$ très proche de 0, ce qui signifie qu'en participant à ce jeu, on ne peut guère espérer autre chose que d'être au rang 6, c'est-à-dire de ne pas gagner.

PARTIE B

1 D'après les calculs précédents :

$$P(R) = P(\overline{R_6}) = 1 - \frac{252109}{272412}$$

Donc :

$$P(R) = \frac{20303}{272412} \approx 0,074$$

2 Considérons :

- $\mathcal{E}$ l'épreuve : "on participe au jeu avec une grille"
- R l'événement : "La grille est gagnante"

Alors, on répète $\mathcal{E}$ de façon indépendante (à chaque fois dans les mêmes conditions) et il n'y a que deux issues possible à chaque fois (R ou $\overline{R}$).

Ainsi, $Y \hookrightarrow \mathcal{B}(n; 0,074)$.

3 Dans cette question, $n = 5$ (comme par hasard ...).

D'après les formules du cours, on a :

$$E(Y) = np = 5 \times 0,074 = \underline{0,372} \quad ; \quad \sigma(Y) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{5 \times 0,074 \times 0,926} \approx \underline{0,585}$$

- 4
- a. Si la loi binomiale est approchée par une loi de Poisson de paramètre λ , alors $\lambda = np$, soit $\lambda = 0,074n$.
 - b. Par le cours, on sait que $E(Y) = \lambda$ donc si l'on veut une espérance de 1, alors $0,074n = 1$, soit $n = \left\lceil \frac{1}{0,074} \right\rceil$. Ainsi, il faut 14 grilles pour espérer avoir 1 grille gagnante.
 - c. Avant tout, considérons que le gain réel est le gain obtenu moins la mise de $2 \times 14 = 28$ €. Si on note Z' la variable aléatoire représentant le gain d'une grille, à l'aide de la partie A, on a :

$$E(Z) = \frac{1}{19068840} \times (3\,000\,000 - 2) + \frac{1}{2118760} \times (160721,30 - 2) + \frac{55}{476721} \times (510,5 - 2) \\ + \frac{2365}{476721} \times (6,4 - 2) + \frac{4730}{68103} \times (4 - 2)$$

$$E(Z') \approx 0,45$$

De plus, nous avons vu à la question précédente que pour $n = 14$ grilles, on ne pouvait espérer avoir une grille gagnante qu'une seule fois tout en ayant misé 28 €.

Ainsi, $E(Z) = E(Z') - 26$, soit $E(Z) \approx -25,55$ €.

On n'a retranché que 26 € car les 2 € de la grille gagnante ont déjà été enlevés dans le calcul de $E(Z')$.