

PRÉPARATION AU TAGE MAGE

PARTIE CONDITIONS MINIMALES

Le ou la candidat(e) doit choisir l'une des 5 réponses (A), (B), (C), (D) ou (E) définies comme suit :

- (A) Si l'information (1) permet à elle seule de répondre à la question, et si l'information (2) à elle seule ne permet pas de répondre à la question.
- (B) Si l'information (2) permet à elle seule de répondre à la question, et si l'information (1) à elle seule ne permet pas de répondre à la question.
- (C) Si les deux informations (1) et (2) ensemble permettent de répondre à la question, et aucune séparément ne le peut.
- (D) Si chaque information permet séparément de répondre à la question.
- (E) Si les deux informations ensemble ne permettent pas de répondre à la question.

Exercice 1 L'entier p est-il divisible par 5 ?

- (1) $p/15$ est un entier.
- (2) $p/12$ est un entier.

Exercice 2 Quel est en euros le montant du compte en banque de Monsieur Dupont ?

- (1) Si on opérât un prélèvement de 5% sur son compte, il resterait 21 375 €.
- (2) Si on opérât un versement de 500 €, le montant du compte deviendrait égal à 23 000 €.

Exercice 3 André est-il allé au cinéma ?

- (1) Victor ne va jamais au cinéma sans qu'André ou Pierre ne l'accompagne.
- (2) Pierre et Victor sont allés au cinéma.

Exercice 4 Sur une demi-droite d'origine O , on considère 3 points A, B, C tels que $OA \perp OB \perp OC$. On considère les milieux respectifs M_1 et M_2 de AB et BC . Quelle est en cm, la valeur de AC ?



- (1) $OM_1 = 17$ cm
- (2) $OM_2 = 24$ cm

Exercice 5 Un tube de 7 mètres est coupé en trois morceaux. Quelle est la longueur du morceau le plus long ?

- (1) Un morceau mesure 3,70 m.
- (2) La différence des longueurs entre deux morceaux est 80 cm, et le troisième morceau mesure 40 cm.

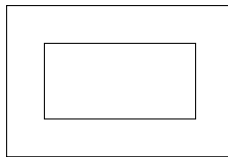
Exercice 6 A et B sont deux nombres strictement positifs. Le produit $A.B$ est-il strictement plus grand que 10 ?

- (1) $A \geq 5$
- (2) $B \leq 2$

Exercice 7 M. Dupont possède un terrain rectangulaire ; suite à un héritage, la longueur du terrain a été augmentée de 10 m, et la largeur a été également augmentée de 10 m. Quelle est la nouvelle aire du terrain ?

- (1) L'aire initiale du terrain était de $4\,000\text{ m}^2$.
- (2) Le périmètre initial du terrain était de 260 m.

Exercice 8 Un champ rectangulaire est entouré de deux clôtures régulièrement espacées conformément à la figure ci-dessus. Quelle est la différence de longueur entre les deux clôtures ?



- (1) L'espace séparant les deux clôtures a une largeur de 1m.
- (2) Le périmètre de la clôture intérieure est de 200 m.

PARTIE CALCULS

Exercice 1 La somme de 3 entiers naturels consécutifs est 165. Quelle est la valeur du plus grand de ces 3 entiers ?

- (A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 58 (E) 61

Exercice 2 Une piscine est de forme strictement rectangulaire. Si l'on augmente de 7 mètres sa longueur et que l'on diminue de 5 mètres sa largeur, sa surface reste inchangée. Mais si l'on augmente sa longueur de 20 mètres et si l'on diminue sa largeur de 13 mètres, sa surface augmente de $20m^2$. Quelle est la largeur de cette piscine ?

- (A) 105 m (B) 120 m (C) 135 m (D) 140 m (E) 155 m

Exercice 3 Un théâtre propose deux tarifs. Pour le premier, le spectateur paye la place 12 € pour chaque spectacle. Pour le deuxième, il acquitte un abonnement de 15 € et paye alors sa place 6 € pour chaque spectacle. A partir de combien de spectacle(s) le tarif avec abonnement devient-il intéressant pour le spectateur ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Exercice 4 Un concours d'entrée dans une grande école de commerce comporte la passation d'un test et un entretien oral. Le test évalué sur 20, compte pour un coefficient 3 et l'entretien, évalué sur 20 aussi, pour un coefficient 2. La note moyenne que doit atteindre un candidat pour être admis est de 12 sur 20. Une candidate a obtenu la note de 10,5 au test. Quelle est la note minimale qu'elle doit obtenir à son entretien pour être admise ?

- (A) 12,75 (B) 14,25 (C) 12,5 (D) 13,5 (E) 14,75

Exercice 5 x et y possèdent les propriétés suivantes : $x^2 + y^2 = 208$ et $xy = 58$. Quelle est la valeur de $x + y$?

- (A) 18 (B) 29 (C) 13 (D) 37 (E) 24

Exercice 6 Le produit de deux nombres est égal à 276. Leur somme est égale à 35. Quel est le nombre le plus petit ?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

CORRECTION DE LA PARTIE CONDITIONS MINIMALES

Exercice 1 La proposition " $p/15$ est un entier" nous dit que p est divisible à la fois par 5 et par 3. La proposition " $p/12$ est un entier" nous dit que p est divisible à la fois par 3 et par 2 (et même par 4).

La première proposition nous permet donc de conclure que p est divisible par 5, mais pas la seconde. Cependant, la seconde proposition n'est pas contradictoire avec le fait que p puisse être divisible par 5.

Ainsi, la bonne réponse est (A).

Exercice 2 La proposition (1) nous permet de calculer le montant du compte. En effet, si l'on note x ce montant, la proposition (1) nous dit que :

$$0,95x = 21\,375 \quad \text{d'où} \quad x = \frac{21\,375}{0,95} = 22\,500$$

L'information (2) nous permet aussi de trouver x :

$$x + 500 = 23\,000 \quad \text{d'où} \quad x = 23\,000 - 500 = 22\,500$$

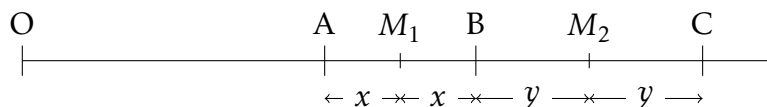
Ainsi, les deux propositions permettent de trouver le résultat et ce, de façon indépendante.

La réponse est donc (D).

Exercice 3 La proposition (1) seule ne nous dit pas si André est allé au cinéma. La proposition (2) seule non plus. Si on considère les deux propositions ensemble, on ne sait toujours pas si André est allé au cinéma car si Pierre a accompagné Victor au cinéma, rien ne dit qu'André y est allé avec eux (Victor va au cinéma avec soit Pierre, soit André, soit avec les deux).

La réponse est donc (E).

Exercice 4 Notons $x = AM_1$ et $y = BM_2$ comme indiqué sur le schéma suivant :



$OM_2 - OM_1 = M_1M_2 = x + y = 24 - 17 = 7$ (donc ici, nous avons besoin des deux propositions). Or, $AC = 2x + 2y = 2(x + y) = 14$. La donnée seule de la proposition (1) ou (2) ne suffit pas. Il nous faut les deux.

La réponse est donc (C).

Exercice 5 Considérons la proposition (1) seule. Alors, comme un morceau mesure 3,70 m, soit plus de la moitié de la longueur totale du tube, les deux autres morceaux seront nécessairement plus petit. Ainsi, le tube le plus long est celui de 3,70m.

Considérons la proposition (2) seule. Notons x la longueur (en mètres) d'un morceau. Alors, on a 3 morceaux de longueur respective (en mètre) x , $x - 0,8$ et $0,4$. La longueur totale s'exprime par : $x + x - 0,8 + 0,4 = 2x - 0,4$ et doit être égale à 7m. Donc $2x - 0,4 = 7$, soit $x = 3,7$.

On obtient la même valeur que si l'on avait considéré la proposition (1) seule.

La réponse est donc (D).

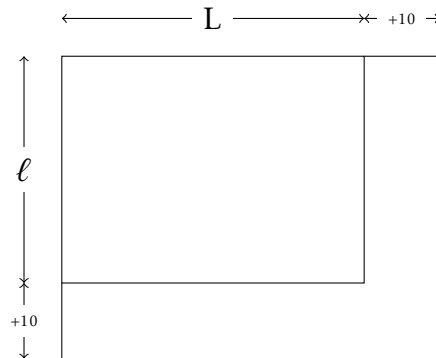
Exercice 6 Si on considère la proposition (1) seule, $A > 5$ mais cela ne nous garantit pas que $AB > 10$. En effet, si $B = 0,5$, $AB > 2,5$ donc peut valoir moins de 10.

Si on considère la proposition (2) seule, $B \leq 2$ et cela ne nous dit pas si $AB > 10$.

Si on considère les deux propositions ensemble, prenons par exemple $A = 6$ et $B = 0,5$. Alors $AB < 10$. Mais si $A = 50$ et $B = 0,5$, alors $AB > 10$. Ainsi, les deux conditions, qu'elles soient prises séparément ou ensemble, ne nous permettent pas de conclure.

La réponse est donc (E).

Exercice 7 Faisons un schéma :

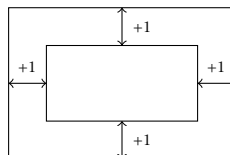


L'aire initiale s'exprime par $L\ell$ et l'aire finale par $(L + 10)(\ell + 10) = L\ell + 100 + 10(L + \ell)$.

Il faut donc connaître l'aire initiale ET le périmètre initial ($L + \ell$ représentant le demi-périmètre initial).

La réponse est donc (C).

Exercice 8 Considérons la proposition (1) seule. Alors :



Alors, le périmètre du grand rectangle sera augmenté de 8m par rapport à celui du petit. Donc la proposition (1) seule nous permet de répondre.

La proposition (2) seule n'a aucun intérêt ici car, quelle que soit le périmètre du petit rectangle, on ne saura jamais la différence avec le périmètre du grand rectangle en ne sachant que cela.

La réponse est donc (A).

CORRECTION DE LA PARTIE CALCULS

Exercice 1 Notons $x-1, x, x+1$ les trois entiers consécutifs. Alors, leur somme est $3x$ et doit valoir ici 165. Donc $x = \frac{165}{3} = 55$. Donc le plus grand sera 56. **Réponse (C).**

Exercice 2 Notons L la longueur et ℓ la largeur du rectangle. La première phrase signifie que $L\ell = (L+7)(\ell-5)$, soit après simplification : $7\ell - 5L = 35$.

La seconde phrase signifie que $L\ell+20 = (L+20)(\ell-13)$, soit après simplification : $20\ell - 13L = 280$.

On doit donc résoudre le système
$$\begin{cases} 7\ell - 5L = 35 \\ 20\ell - 13L = 280 \end{cases}$$

On cherche ℓ donc on multiplie la première équation par 5 et la seconde par 13 ; ensuite, on soustrait les deux équations. On obtient alors : $9\ell = 945$ d'où $\ell = 105$. **Réponse (A).**

Exercice 3 Notons x le nombre de spectacles. Alors, avec le tarif 1, on paie $12x$. Avec le deuxième, on paie $15 + 6x$. On doit donc trouver le plus petit x tel que $12x \geq 15 + 6x$. On trouve alors $x = 3$. **Réponse (C).**

Exercice 4 Notons x la note de l'oral. Alors, il faut que $\frac{3 \times 10,5 + 2x}{3+2} = 12$, soit $31,5 + 2x = 60$ d'où $x = \frac{60-31,5}{2} = 14,25$. **Réponse (B).**

Exercice 5 $xy = 58$ donc $2xy = 116$. Ainsi, $x^2 + 2xy + y^2 = 208 + 116 = 324$.

Or, $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$. donc $(x+y)^2 = 324$, d'où $x+y = \sqrt{324} = 18$. **Réponse (A).**

Exercice 6 Notons x et y tels que $S = x+y = 35$ et $P = xy = 276$. Alors, x et y sont solutions de l'équation $z^2 - Sz + P = 0$, soit $z^2 - 35z + 276 = 0$, de discriminant $\Delta = (-35)^2 - 4 \times 276 = 121 = 11^2$. La solution la plus petite est donc $\frac{35-11}{2} = 12$. **Réponse (D).**