Limites de fonctions

Terminale, enseignement de spécialité

17 juin 2025

Réponses

Vous trouverez ci-dessous les réponses correctes.

1 $f(x) = \dfrac{1}{x+4}$. Alors, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$:

- [x] 0
- [ ] 1
- [ ] $+\infty$
- [ ] $-\infty$

2 $f(x) = \dfrac{1}{x+4}$. Alors, $\lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ x < -4}} f(x) =$:

- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] $+\infty$
- [x] $-\infty$

3 La courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = \dfrac{1}{x+4}$ admet :

- [x] Une asymptote verticale
- [x] Une asymptote horizontale
- [ ] Aucune asymptote
- [ ] Une tangente au point d'abscisse -4

4 $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-3}$. Alors, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$:

- [ ] 0
- [x] 3
- [ ] $+\infty$
- [ ] $-\infty$

5 La courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = \dfrac{3x-1}{x^2+x+1}$ admet :

- [x] Une asymptote horizontale
- [ ] Une asymptote verticale
- [ ] Deux asymptotes verticales
- [ ] Une infinité d'asymptotes

6 La courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = \dfrac{3x^3-1}{x^2+2x+1}$ admet :

- [ ] Une asymptote horizontale
- [x] Une asymptote verticale
- [ ] Deux asymptotes verticales
- [ ] Une infinité d'asymptotes

7 **La courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-2x+1}$ admet :**

- ☐ Une asymptote horizontale
- ☑ Une asymptote verticale
- ☐ Deux asymptotes verticales
- ☐ Une infinité d'asymptotes

8 **La courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = \dfrac{2x+5}{x^2-3x+2}$ admet :**

- ☑ Une asymptote horizontale
- ☐ Une asymptote verticale
- ☑ Deux asymptotes verticales
- ☐ Une infinité d'asymptotes

9 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+7}{3-x}\right) =$

- ☑ -1
- ☐ 1
- ☐ $-\infty$
- ☐ $+\infty$

10 **La courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = -2 + \dfrac{7}{x^2}$ admet pour asymptote la droite d'équation :**

- ☐ $y = 0$
- ☑ $y = -2$
- ☑ $x = 0$
- ☐ $x = 1$

11 $\displaystyle\lim_{\substack{x\to\pi \\ x<\pi}}\left(\frac{1}{1+\cos x}\right) =$

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☑ $+\infty$
- ☐ $-\infty$

> $\forall\, x \in \mathbb{R}, -1 \leqslant \cos x \leqslant 1 \iff 0 \leqslant 1+\cos x \leqslant 2$. Le dénominateur est donc positif, et sa limite aussi.

12 **$f(x) = -5x^3 + 2x - 4$. Alors, $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) =$:**

- ☑ $+\infty$
- ☐ $-\infty$

13 **$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}$. Alors, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) =$:**

- ☑ 0
- ☐ 1
- ☐ $+\infty$
- ☐ $-\infty$

> $$f(x) = \frac{\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}\right)}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}} = \frac{-1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}}.$$

14 $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x+1}}$. **Alors,** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$ **:**

- ☐ 0
- ☑ $+\infty$
- ☐ 1
- ☐ $-\infty$

$$f(x) = \frac{(x-1)\sqrt{x+1}}{x+1} = \frac{x-1}{x+1}\sqrt{x+1}.\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 1 \text{ et } \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1} = +\infty.$$

15 $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x-1}$. **Alors,** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$ **:**

- ☑ -1
- ☐ $+\infty$
- ☐ 1
- ☐ $-\infty$

$$f(x) = \frac{|\,x\,|\sqrt{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} = \frac{-\sqrt{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}{\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} \text{ pour } x<0.$$

16 $f(x) = -x^2\mathrm{e}^{-x}$. **Alors,** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$ **:**

- ☑ 0
- ☐ $+\infty$
- ☐ $-\infty$
- ☐ e

$f(x) = -\dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x}$: croissante comparée en $+\infty$. La limite vaut 0.

17 $f(x) = \dfrac{1}{\mathrm{e}}(x-1)\mathrm{e}^x$. **Alors,** $\lim\limits_{x\to 1} f(x) =$ **:**

- ☑ 0
- ☐ $+\infty$
- ☐ $-\infty$
- ☐ $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

$f(x) = \mathrm{e}^{-1}(x-1)\mathrm{e}^x = (x-1)\mathrm{e}^{x-1}$ et $\lim\limits_{x\to1} f(x) = \lim\limits_{X\to0} X\mathrm{e}^X = 0$ (croissance comparée en 0).

18 $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x-1}{x}$. **Alors,** $\lim\limits_{x\to0} f(x) =$ **:**

- ☐ 0
- ☐ $+\infty$
- ☑ 1
- ☐ $-\infty$

En posant $u(x) = \mathrm{e}^x$ et $x = 0+h$, $\lim\limits_{x\to0} f(x) = \lim\limits_{h\to0}\dfrac{u(0+h)-u(0)}{h} = u'(0) = \mathrm{e}^0 = 1.$

19 $f(x) = \dfrac{e^{x^2-3x+2} - 1}{x-1}$. **Alors,** $\lim\limits_{x \to 1} f(x) =$ **:**

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☑ -1
- ☐ $+\infty$

En posant $u(x) = e^{x^2-3x+2}$ et $h = x - 1$, on a $u'(x) = (2x-3)e^{x^2-3x+2}$ et :

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{u(1+h) - u(1)}{h} = u'(1) = -1.$$

20 $f(x) = \dfrac{e^{x^2-1}}{x^2 - 3x + 2}$. **Alors,** $\lim\limits_{x \to 1} f(x) =$ **:**

- ☐ -2
- ☑ -1
- ☐ 0
- ☐ 1

En posant $u(x) = e^{x^2-1}$, $v(x) = x^2 - 3x + 2$ et $h = x - 1$, on a :

$$f(x) = \frac{e^{x^2-1}}{x-1} \times \frac{x-1}{x^2-3x+2} = \frac{u(1+h) - u(1)}{h} \times \frac{h}{v(1+h) - v(1)}.$$

Donc,

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{u(1+h) - u(1)}{h} \times \lim_{h \to 0} \frac{h}{v(1+h) - v(1)} = u'(1) \times \frac{1}{v'(1)} = 1 \times \frac{1}{-1} = -1.$$