NOM : ALABOUCH 1.10

Prénom : Jasmine

Mathématiques 1èreSpé

DS N°1

10/20

Entourer la bonne réponse sur cette feuille

On considère la fonction f du second degré définie par $f(x) = 2x^2 + 2x - 24$. On note C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O\ ;\ I, J)$.

1. La forme canonique de f est :

a. $f(x) = 2(x-1)^2 - \frac{49}{2}$

b. $f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{2}$

c. $f(x) = 2(x+1)^2 - \frac{49}{2}$

d. $f(x) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{2}$

2. La parabole C_f a pour sommet S de coordonnées :

a. $(2\ ;\ 1)$

b. $\left(-\frac{1}{2}\ ;\ -\frac{49}{2}\right)$

c. $\left(\frac{1}{2}\ ;\ -\frac{49}{2}\right)$

d. $(2\ ;\ -1)$

3. La forme factorisée de f est :

a. $f(x) = 2(x-4)(x+3)$

b. $f(x) = 2(x+4)(x-3)$

c. N'existe pas

d. $f(x) = -2(4-x)(x-3)$

?

4.

L'équation $f(x) = 0$ a pour ensemble de solutions :

a. $S = \{-4\ ;\ 3\}$

b. $S = \{-3\ ;\ 4\}$

c. $S = \{3\ ;\ 4\}$

d. $S = \varnothing$

ALABOUCH
Jasmine
110

Jeudi 26 Septembre

DS n°2

$\frac{15}{20}$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation

a. $-\frac{1}{2}x^2+6x+14=0$ $\quad a=-\frac{1}{2} ; b=6 ; c=14$

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 6^2-4\times-\frac{1}{2}\times 14$

$\Delta = 36+56+28$

$\Delta = 120 > 0$, donc 2 solutions distinctes

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-\sqrt{120}}{2\times-\frac{1}{2}} = \frac{6-\sqrt{120}}{1} = \boxed{6-\sqrt{120}}$

$\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ oui

$x_2 = \frac{-6+\sqrt{120}}{1} = \boxed{-6+\sqrt{120}}$

$S = \{-6+\sqrt{120} ; 6-\sqrt{120}\}$

b) $3x^2 - 9x + 15 = 0$ $a = 3$
$b = -9$
$c = 15$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-9)^2 - 4 \times 3 \times 15$
$\Delta = 81 - 180$
$\Delta = -99 < 0$ ok

L'équation n'offre pas de racines dans $\mathbb{R}$. oui

c) $2x^2 + 12x + 18 = 0$ $a = 2$
$b = 12$
$c = 18$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 12^2 - 4 \times 2 \times 18$
$\Delta = 144 - 144$
$\Delta = 0$

L'équation a une solution distincte.

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{4} = \boxed{-3}$ $S = \{-3\}$ ok

NOM : ALABOUCH
Prénom : Jasmine
110

Mathématiques 1èreSpé

DS N°3

11,75
20

Exercice 1 (4,5 points) 3,25

On considère la fonction f définie sur $]-\infty\,;+\infty[$ par $f(x)=2x^2-4x-6$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Comment s'appelle ce type de fonction ? Comment nomme t-on la courbe $\mathscr{C}_f$?

×

2. Montrer que $f(x)=2(x-1)^2-8$.

Il s'agit d'une forme canonique
$f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$. $\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{(-4)}{2\times2}=\frac{4}{4}=1$ et $\beta=f(\alpha)$ ok ou
$\beta=2\times1^2-4\times1-6 \Leftrightarrow 2-4-6=-8$ Donc $2x^2-4x-6$ est bien égale à $f(x)=2(x-1)^2-8$

3. Quelle est la valeur de l'extremum et en quel point est-il atteint ?

~~$\Delta=b^2-4ac$~~
~~$\Delta=-4^2-4\times2\times-6$~~
~~$\Delta=16+48$~~
~~$\Delta=$~~

$F(x)$ a pour extremum -8 atteint pour $x=1$. TB TB

4. Dressez le tableau de variations de la fonction f.

$a>0$ ($=2$), donc les branches de la courbe sont orientées vers le haut.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	-8	↗	

OK

Exercice 2 (2 points) Répondre sur cette feuille 2

Résoudre l'équation suivante : $-x^2+2x-5=0$

$\Delta=b^2-4ac$
$\Delta=2^2-4\times-1\times-5$
$\Delta=4-20$
$\Delta=-16$ ok

comme $\Delta<0$, il n'y a pas de solution dans $\mathbb{R}$.
ok

Exercice 3 (4,5 points) **Répondre sur cette feuille** 4

Soit la fonction trinôme définie sur ℝ par : $g(x) = 3x^2 + 4x - 4$

a) Dresser le tableau de signes de g(x)

b) En déduire les solutions de l'inéquation g(x) < 0

$a = 3 > 0$

a) $3x^2 + 4x - 4 = 0$

~~$3x^2+4x$~~

$\Delta = b^2 - 4ac$ / ok

$\Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times -4$

$\Delta = 16 + 48$

$\Delta = 64 \Leftrightarrow 8^2$

comme $\Delta > 0$, l'équation offre deux solutions.

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-8}{6} = -2$ /

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+8}{6} = \frac{2}{3}$ / TB

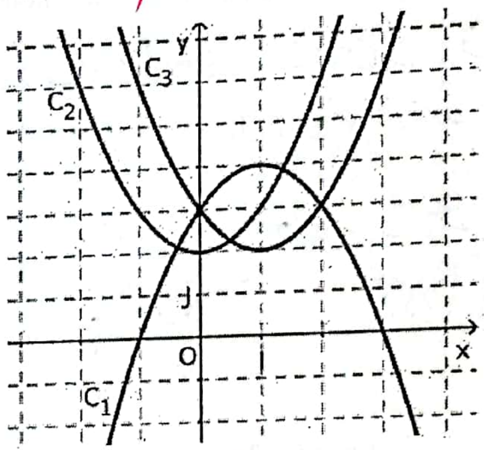
x	$-\infty$		-2		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		+	0	−	0	+	

/

b) L'inéquation $g(x) < 0$ a pour solutions $S =]-2 ; \frac{2}{3}[$

oui

Exercice 4 (3 points) **Répondre sur cette feuille** 1,75



On a tracé ci-contre les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h telles que

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$
$$g(x) = x^2 + 2$$
$$h(x) = -x^2 + 2x + 3$$

Associer chacune de ces fonctions à sa courbe représentative. Justifier chaque réponse.

$f(x) = (x-1)^2 + 2$

$\alpha = 1$ $\beta = 2$

$\Rightarrow$ correspond à la courbe C_3, car les coordonnées de son sommet $(1;2)$, correspondent aux données de α et β de la fonction

oui

$g(x)$: $a = 1$ $c = 2$

$\Rightarrow$ correspond à C_2, comme $a > 0$, les branches sont vers le haut / ok mais pourquoi ce n'est pas C_1 ?

et h ?

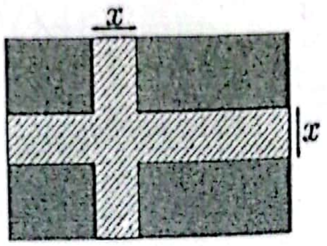
NOM : ALABOUCH Jasmine

Prénom :

Mathématiques 1èreSpé

Exercice 5 (5 points) 0,75

On considère un drapeau de 3 mètres sur 5 mètres, orné d'une croix comme ci-dessous :



1. Justifier que $x \in [0;3]$.
2. Montrer que pour tout $x \in [0;3]$ l'aire de la croix (hachurée) en fonction de x vaut $-x^2+8x$.
3. Montrer que pour tout $x \in [0;3]$ l'aire du drapeau privé de la croix (en gris) en fonction de x vaut $x^2-8x+15$.
4. Dans ce qui suit, on veut déterminer quelle largeur doit-on donner à la croix pour que la partie hachurée et la partie grise aient la même aire?
   a. Justifier que répondre à la question 4. équivaut à résoudre l'équation $2x^2-16x+15=0$.
   b. Répondre à la question 4.

2. A rectangle : $L \times l \Leftrightarrow 5\times 3 = 15$

$(5-x)(3-x) - 15$

$= 15 - 5x - 3x + x^2 - 15$

$=$

6

(

=

(

3. Aire rect. privé croix : $(5-x)(3-x)$

$= 15 - 5x - 3x + x^2$

$= x^2 - 8x + 15$ +1

c

d

Exercice 6 (2 points) 0

Soit f la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^2 + 4x - 3$.
Déterminer la forme canonique de la fonction f.

Dans cet exercice , vous devez utiliser le début d'une identité remarquable

$2(2x^2+2x)-3 \Leftrightarrow 2[(2x+1)^2-1]-3 \Rightarrow 2(2x+1)^2-4$

~~$4(x^2+x)-3 \Leftrightarrow 4[$~~

ce n'est pas une forme canonique

Bonus 1 : (2 points) ×

Etudier le signe de l'expression :

$$\frac{x^2+10x+25}{-2x^2-7x-3}$$

$\frac{x^2+10x+25}{-2x^2-7x-3} = 0$

$x^2+10x+25 = 2x^2+7x+3$

$3x^2+17x+28 = 0$

Bonus 2 : (2 points) ×

Charles affirme avoir trouvé une solution entière à l'équation $x^2 - (2+\sqrt{2})x + \sqrt{8} = 0$.
Qu'en pensez-vous ?

NOM : ALABOUCH
Prénom : Jasmine
110

10,25 / 20

DS N°4

Mathématiques 1èreSpé

Exercice 1 (6 points) Répondre sur cette feuille 3

Une expérience aléatoire est modélisée par une probabilité P sur un univers Ω. Soit A et B deux évènements tels que $P(A) = 0{,}8$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cap B) = 0{,}4$.

1. Calculer $P(\overline{A})$ et $P(\overline{B})$.
2. Calculer $P(A \cup B)$.
3. Calculer $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

1. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
$= 1 - 0{,}8$
$\boxed{P(\overline{A}) = 0{,}2}$

$P(\overline{B}) = 1 - P(B)$
$= 1 - 0{,}5$
$\boxed{P(\overline{B}) = 0{,}5}$

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}8 + 0{,}5 - 0{,}4$
$\boxed{P(A \cup B) = 0{,}9}$

3. $P_A(B) = \cancel{\frac{P(B)}{P(A \cup B)} = \frac{0{,}5}{0{,}9}} \approx 0{,}55$

$P_B(A) = \cancel{\frac{P(A)}{P(B \cup A)}} = \frac{0{,}8}{0{,}9} \approx 0{,}88$

Exercice 2 (4 points) Répondre sur cette feuille. Ne pas justifier 1,5

A et B sont deux événements d'un univers E.

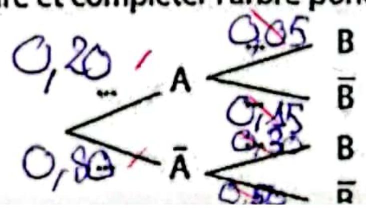
a) Donner chacune des probabilités :

- $P(A)$
- $P(\overline{A})$
- $P(A \cap B)$
- $P(\overline{A} \cap \overline{B})$
- $P_A(B)$
- $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.

	A	$\overline{A}$	Total
B	5 %	30 %	35 %
$\overline{B}$	15 %	50 %	65 %
Total	20 %	80 %	100 %

$P(A) = 20\%$ $P(\overline{A}) = 80\%$
$P(A \cap B) = 5\%$, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 50\%$
$P_A(B) = \frac{0{,}35}{0{,}05}$ $0{,}01\%$ $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}4\%$

b) ~~Reproduire et~~ compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



5,5

Exercice 3 **(10 points) Répondre sur votre feuille** ~~[illegible]~~ +0,25

Un club d'arts martiaux propose à ses adhérents de pratiquer le judo ou le karaté. Ce sont les deux seuls proposés. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'un seul de ces deux arts martiaux.

De plus, certains des adhérents font de la compétition, d'autres non.

À son entrée dans le club, chaque adhérent a rempli une fiche de renseignements. En consultant ces fiches, on constate que :

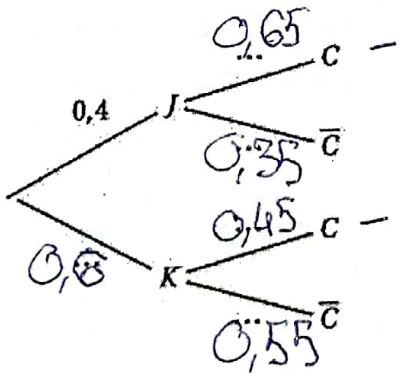
- 40 % des adhérents pratiquent le judo et, parmi eux, 65 % font de la compétition ;
- parmi les adhérents qui pratiquent le karaté, 45 % font de la compétition.

On choisit une fiche au hasard. On suppose que chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

On définit les évènements suivants :

- J : « la fiche est celle d'un adhérent qui pratique le judo » ;
- K : « la fiche est celle d'un adhérent qui pratique le karaté » ;
- C : « la fiche est celle d'un adhérent qui fait de la compétition ».

1. Donner la probabilité que la fiche tirée soit celle d'un adhérent qui fait de la compétition, sachant qu'il fait du karaté.
2. Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilités représenté ci-dessous.



OK

3. Définir par une phrase l'évènement $J \cap C$ puis calculer sa probabilité.
4. Démontrer que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,53.
5. Quelle est la probabilité qu'un adhérent, sachant qu'il fait de la compétition, pratique le judo ?

Nom : ALABOUCH 11C
Prénom : Jasmine

DS N°5

12,75 / 20

Exercice 1 Ne pas justifier (2,5 points) 0,75

1 point par bonne réponse ; -0.5 points par mauvaise réponse . 0 point si absence de réponse

Dans ces questions, n désigne un entier naturel	A	B	C	D
Si $U_n = n^2 + 1$ alors	$u_0 = 1$	$u_2 = 3$	$u_2 = 5$	$u_3 = 16$
Si $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = U_n + 5$ alors	$u_1 = 4$	$u_1 = 8$	$u_2 = 7$	$u_2 = 13$
même énoncé que le précédent	$u_n = 3+5n$	$u_n = 3\times5n$	$u_n = u_0 + 5n$	$u_n = u_1 + 5n$
Si le premier terme d'une suite est u_0, lors le septième terme de cette suite est	6	7	u_6	u_7
u_{19} est le 18ème terme d'une suite dont le premier terme est	u_3	u_2	u_0	u_1

Exercice 2 (3 points) 2

Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$.

Calculer les 3 premiers termes de la suite

$u_0 = \dfrac{0-2}{0+1} = -2$ $u_2 = \dfrac{2-2}{2+1} = \dfrac{0}{3} = 0$

$u_1 = \dfrac{1-2}{1+1} = \cancel{-1}$ Les 3 premiers termes sont $u_0 = -2$, $\cancel{u_1 = -1}$ et $u_2 = 0$.

Exercice 3 (4 points) 1,25

Calculer les quatre termes suivants pour chacune des suites

a. $u_0 = 2$ et pour tout $n \geq 0$, $u_{n+1} = 4u_n - 2$;

$u_0 = 2$
$u_1 = 4\times2 - 2 = 6$
$u_2 = 4\times6 - 2 = 22$
$u_3 = 4\times22 - 2 = 86$
$u_4 = 4\times86 - 2 = 342$

Les quatres termes de la suite sont $u_1 = 6$, $u_2 = 22$, $u_3 = 86$ et $u_4 = 342$.

b. $u_0 = 3$ et pour tout $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = -u_n + 4$;

$U_0 = 3$
$U_1 = -3+4 = \boxed{-1}$
$U_2 = -1+4 = \boxed{-3}$
$U_3 = -3+4 = \boxed{1}$
$U_4 = 1+4 = \boxed{5}$

Les quatres termes de la suite (U_n) sont $U_1 = -1$, $U_2 = -3$, $U_3 = 1$ et $U_4 = 5$

c. $u_0 = 0$ et pour tout $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{n+1}$;

$U_0 = 0$
$U_1 = 0^2 + \frac{3}{0+1} = \boxed{\frac{3}{2}}$ 3
$U_2 = \frac{3}{2}^2 + \frac{3}{2+1} = \frac{9}{4} + 1 = \boxed{\frac{13}{4}}$
$U_3 = \frac{13}{4}^2 + \frac{3}{3+1} = \frac{169}{16} + \frac{3}{4} = \boxed{\frac{181}{16}}$

$U_4 = \frac{181}{16}^2 + \frac{3}{4+1} = \frac{32761}{256} + \frac{3}{5}$
$\boxed{\approx 128,57}$

Exercice 4 (1 point) 0,5

La suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison 2.
Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.

$U_n = U_0 + n \times r$
$U_1 = -3 + 1 \times 2 = \boxed{-1}$
$U_2 = -3 + 2 \times 2 = \boxed{1}$
$U_3 = -3 + 3 \times 3 = \boxed{6}$
$U_4 = -3 + 3 \times 4 = \boxed{9}$

Les quatres termes de la suite sont $U_1 = -1$; $U_2 = 1$, $U_3 = 6$ et $U_4 = 9$.

Exercice 5 (2 points) 2

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 10$ et de raison 2.
Calculer u_{50}.

$U_n = U_p + (n-p) r$
$U_{50} = U_0 + 2(50-0)$
$U_{50} = 10 + 100$
$U_{50} = \boxed{110}$

Le 50e terme de la suite (U_n) est 110.

ALABOUCH Jasmine 11C

0,75

Exercice 6 **(2 points)**

La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est arithmétique. Déterminer son premier terme et sa raison sachant que :

$u_{20} = 10$ et $u_{34} = -18$.

$U_n = U_p + (n-p)r$

$U_{34} = U_{20} + (34-20)r$

$-18 = 10 + 14r$

$-18 - 10 = 14r$

$14r = -28$

$r = -\frac{28}{14} = -2$ ×

$U_n = U_p + (n-p)r$

$U_{20} = U_0 + 2(20-0)$

$10 = U_0 + 40$

$10 - 40 = U_0$

$\cancel{-30 = U_0}$

calcul

Exercice 7 **(3 points)**

3

Les suites suivantes sont-elles des suites arithmétiques ? Si oui, donner leur raison.

1. $u_n = 5n + 3 \ (n \in \mathbb{N})$

2. $u_n = \frac{n+2}{n} \ (n \in \mathbb{N}^*)$

1. $U_0 = 5 \times 0 + 3 = 3$ $+5$

$U_1 = 5 \times 1 + 3 = 8$ $+5$

$U_2 = 5 \times 2 + 3 = 13$

$U_{n+1} = 5(n+1) + 3$

$= 5n + 8$ oui

$U_{n+1} - U_n = (5n+8) - (5n+3)$

$= 5n + 8 - 5n - 3$

$= 5n - 5n + 5$

$= 5$ 1,5 $\forall n \in \mathbb{N}$

Cette suite est arithmétique, car sa différence est constante et ne dépend pas de n. Elle a pour raison $r = 5$. 1 (et $u_0 = 3$)

2. $U_1 = \frac{1+2}{1} = \frac{3}{1} = 3$ -1

$U_2 = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$ $-\frac{1}{3}$

$U_3 = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$

$\cancel{U_{n+1} = \frac{(n+1)+2}{n+1} = \frac{n+3}{n+1}}$

$\cancel{U_{n+1} - U_n = \frac{n+3}{n+1} - \frac{n+2}{n}}$

$\cancel{= n(n+3)}$

$U_3 - U_2 = \frac{5}{3} - 2 = -\frac{1}{3}$ oui !

$U_2 - U_1 = 2 - 3 = -1$

On constate que $U_3 - U_2 \neq U_2 - U_1$ donc la suite n'est pas arithmétique. TB

Exercice 8 (3 points) 2,25

Un coureur de fond est habitué à courir sur une distance de 10 000 m. Pour s'entraîner pour un marathon, il décide d'augmenter chaque semaine sa distance d'entraînement de 1 500 m.

On note d_n la distance en mètres, parcourue à l'entraînement la n-ième semaine. On pose $d_0 = 10\,000$.

1. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n. Que peut-on en déduire pour la suite (d_n) ?

2. En déduire d_n en fonction de n.

3. Au bout de combien de semaines aura-t-il atteint ou dépassé les 42,195 km d'un marathon ?

1. $d_{n+1} = d_n + 1500$ Juni.

La suite (d_n) est arithmétique puisqu'elle correspond à la définition $U_{n+1} = U_n + r$ avec pour raison $r = 1500$ et, d_n, la distance parcourue la semaine précédente. et $d_0 = 10000$

2. $d_n = d_0 + n \times r$

$d_n = 10000 + n \times 1500$

$\boxed{d_n = 1500n + 10000}$ TB

42,195 km = 42195 m

3. $1500n + 10000 \geqslant 42{,}195$ Juni

$\cancel{1500n \geqslant 42195 - 10000}$

$\frac{1500n}{1500} \geqslant \frac{32195}{1500}$ OK

$n \geqslant \approx 21{,}5$

Conclusion ?...

NOM :
Prénom :

Mathématiques 1èreSpé

DS N°7

15/20

Exercice 1 (1.5 points) . Ne pas justifier 1

Entourer la bonne réponse
+0,5 pt/ bonne réponse , - 0,5 pt/ réponse fausse , 0 pt si absence de réponse.

QCM réponse unique

1 La suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_0 = -1$ et $w_{n+1} = 3w_n - 2$ est :

a) géométrique de raison 3.
b) géométrique de raison -2.
c) arithmétique de raison -2.
d) ni arithmétique ni géométrique.

2 L'expression du terme général d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison -5 est :

a) $u_n = 2 - 5n$
b) $u_n = -5 + 2n$
c) $u_n = 7 - 5n$
d) $u_n = 2 \times (-5)^n$

3 L'expression du terme général d'une suite géométrique de premier terme $v_1 = 2$ et de raison -5 est :

a) $v_n = 2 \times (-5)^n$
b) $v_n = 2 \times (-5)^{n-1}$
c) $v_n = -5 \times 2^n$
d) $v_n = -5 \times 2^{n-1}$

Exercice 2 (2 points) Ne pas justifier 1,75

Entourer la ou les bonnes réponses
+0.5 pt/ bonne réponse , - 0,5 pt/ réponse fausse , 0 pt si absence de réponse.

QCM réponses multiples

1 La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = -3n + 5$:

a) est une suite arithmétique de raison -3.
b) est une suite arithmétique de raison 5.
c) a pour premier terme $u_0 = 5$.
d) a pour premier terme $u_0 = -3$.

2 La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = -3 \times 5^n$:

a) est une suite géométrique de raison -3.
b) est une suite géométrique de raison 5.
c) a pour premier terme $u_0 = 5$.
d) a pour premier terme $u_0 = -3$.

3 La somme $2 + 4 + 6 + \ldots + 20$ est égale à :

a) 110
b) $2 \times \frac{10 \times 11}{2}$
c) $\frac{10 \times 11}{2}$
d) 10×11

4 La somme $1 + 5 + 5^2 + \ldots + 5^{10}$ est égale à :

a) $\frac{1}{4}(5^{11} - 1)$
b) $\frac{1 - 5^{10}}{1 - 5}$
c) $\frac{1 - 5^{11}}{1 - 5}$
d) $\frac{1}{4}(5^{10} - 1)$

ALABOUCH Sasmine

Exercice 3 (2 points) Ne pas justifier 1

+0.5 pt/ bonne réponse , -0.5 pt/ réponse fausse , 0 pt si absence de réponse.

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1 Si pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{3n-1}{n+3}$ alors $u_9 = 2{,}6$.

2 Soit (a_n) la suite définie par $a_0 = 2$ et pour tout n de $\mathbb{N}$, $a_{n+1} = -a_n^2 + 1$. Alors $a_3 = -63$.

3 Soit $w_n = 2^n - n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
Alors $w_{n+1} = 2w_n + n - 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

4 Pour toute suite géométrique (u_n), $u_{n+1} = u_n \times u_1$.

Exercice 4 (1.5 points) 1,5

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2.
Calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{19}$

$U_n = U_0 + nr$

$U_{19} = \cancel{U_0 + 19} \times 2$

$U_{19} = 5 + 38$

$U_{19} = 43$

$S = (n+1) \times \frac{U_0 + U_n}{2}$

$S = 20 \times \left(\frac{5+43}{2}\right)$ ok

$S = 20 \times \frac{48}{2}$

$S = 20 \times 24$

$S = 480$ TB

~~La~~ La somme de la suite arithmétique (U_n) est égale à 480.

Exercice 5 (1.5 points) 1,5

Même question qu'à l'exercice 4 avec la suite géométrique de premier terme uo =7 et de raison 4.

$U_n = U_0 \times q^n$

$U_n = 7 \times 4^n$

$S = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \times \cancel{U_0} = \frac{1-4^{20}}{1-4} \times 7 \approx 2{,}57 \times 10^{12}$ oui

ok

Scanné avec CamScanner

Exercice 6 (4,5 points) 2,75

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$$

1) Calculer u_1 et u_2.
2) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Justifier.
3) On suppose que pour tout n, $u_n \neq 0$ et on définit une suite (v_n) telle que $v_n = \frac{1}{u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que (v_n) est arithmétique et donner les éléments caractéristiques.

4) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

1) $u_1 = \frac{2\times 1}{2+3\times 1} = \boxed{\frac{2}{5}}$; $u_2 = \frac{2\times\frac{2}{5}}{2+3\times\frac{2}{5}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{16}{5}} = \frac{4}{5}\times\frac{5}{16} = \frac{4}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}\times 4} = \boxed{\frac{1}{4}}$

2) $u_2 - u_1 = -\frac{3}{20}$ tandis que $u_1 - u_0 = -\frac{3}{5}$

$\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{5}\right)$ $\left(\frac{2}{5}-1\right)$

TB

On constate que $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$ donc la suite (u_n) n'est pas arithmétique. OK

3) $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{2u_n}{2+3u_n}} = \frac{2+3u_n}{2u_n}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{2+3u_n}{2u_n} - \frac{2u_n}{2+3u_n} = \boxed{\frac{u_n+2}{u_n+2}}$ oui

La suite (v_n) est arithmétique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison $r = \cancel{2}$

4) $v_n = v_0 + nr$ | $v_0 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{1} = 1$ oui

$v_n = 1 + n\times 2$

$\boxed{v_n = \cancel{2}n+1}$

$u_n = \frac{1}{v_n}$ Cohérent.

$u_n = \frac{1}{\cancel{2}n+1}$

ALABOUCH Sasmine

Exercice 7 (7 points) **Répondre sur votre feuille** 5,5

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3 000 cétacés dans cette réserve au 1er juin 2017. Le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés devient inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- entre le 1er juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve ;
- entre le 1er novembre et le 31 mai, la réserve perd 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

Selon ce modèle, pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, u_n désigne le nombre de cétacés au 1er juin de l'année $2017 + n$.

On a donc $u_0 = 3\,000$.

1. Justifier que $u_1 = 2\,926$.

2. Justifier que, pour tout nombre entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0{,}95u_n + 76$$

3. On désigne par (v_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par $v_n = u_n - 1\,520$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.

b) En déduire que, pour tout nombre entier naturel n :

$$u_n = 1\,480 \times 0{,}95^n + 1\,520$$

4. Compléter l'algorithme suivant afin de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés dans la réserve sera inférieur à 2 000.

```
n ← 0
u ← 3 000
Tant que [illegible]
  | n ← …
  | u ← [illegible]
Fin Tant que
```

ALABOUCH
Jasmine
110

Mardi 10 décembre

DS n°7 : Les suites

Exercice 3

1. Faux

2. ~~Faux~~ Vrai

3. Faux

4. Faux

Exercice 7

1. ~~$U_1 = 3000 \times 0,95 + 80 \times 0,95 = 2926$~~
car
$U_1 = 0,95(3000 + 80) = 2926$ oui

2. La réserve perd 5% de son effectif total ($1 - \frac{t}{100} = 1 - \frac{5}{100} = 0,95$) dont les 80 cétacés qui se sont ajoutés entre juin et fin octobre. On obtient ainsi $\forall n \in \mathbb{N}$:

Scanné avec CamScanner

$0,95\,u_n + 0,95 \times 80$ soit $0,95\,u_n + 76$

OK

3. $v_n = u_n - 1520$ quel donnée

a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 1250$

$v_{n+1} = 0,95\,u_n + 76 - 1250$

$v_{n+1} = 0,95\,u_n - 1174$

$v_{n+1} = 0,95\left(u_n - \cancel{\frac{1174}{0,95}}\right) = 0,95\,v_n$

La suite (v_n) est géométrique de 1er terme $v_0 = u_0 - 1520 = 3000 - 1520 = 1480$ et de raison $q = 0,95$, car $v_{n+1} = 0,95 \times v_n$.

b) ~~$u_n = u_0 \times q^n$~~

$v_n = u_n - 1520$

$u_n = v_n + 1520$

$u_n = v_0 \times q^n + 1520$

$\boxed{u_n = 1480 \times 0,95^n + 1520}$

4. $n \leftarrow 0$

$u \leftarrow 3000$

Tant que $u > \cancel{n}$

| $n \leftarrow n+1$

| $u \leftarrow 0,95 \times u + 76$

110

NOM : ALABOUCH
Prénom : Jasmine

DS N°11

11,75 / 20

Mathématiques 1èreSpé

Exercice 1 (3 points) Répondre sur cette feuille 3

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

On donne ci-dessous la courbe de f ainsi que les courbes de trois fonctions f_1, f_2 et f_3 définies sur $\mathbb{R}$.

Une de ces fonctions est la dérivée de f : laquelle ?

Courbe de f

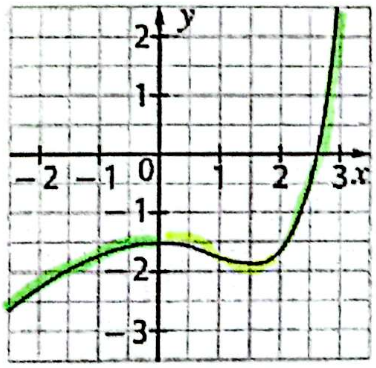


Figure 1

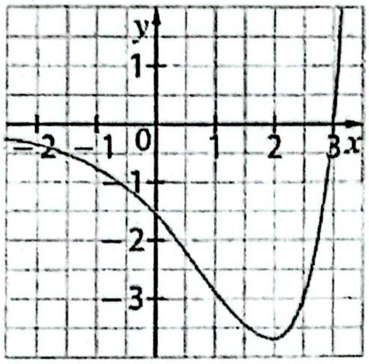


Figure 2

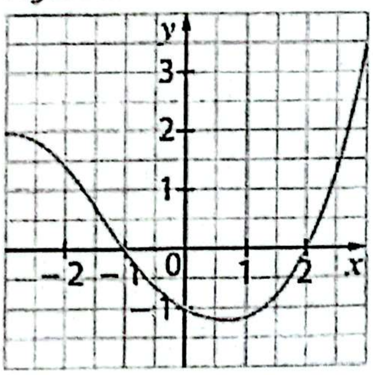
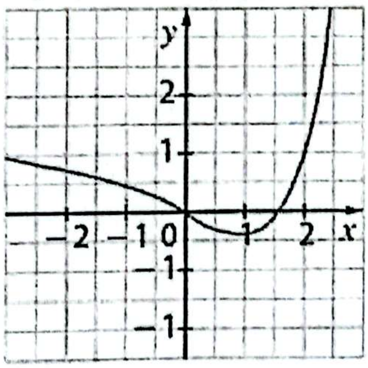


Figure 3



La courbe de la fonction f est croissante jusqu'à x = 0, décroissante jusqu'à x = 1,5 puis à nouveau croissante. oui

La courbe de f' devra donc être positive jusqu'à x = 0, ce qui exclut la figure 1 (qui commence dans les négatifs) et la figure 2 (qui est positive que jusqu'à x = -1). C(x) correspond à la figure 3. ok

x	$-\infty$		0		1,5		$+\infty$
Signe de f'_3		+	0	-	0	+	
Variations $f(x)$		↗		↘		↗	

Exercice 2 (~~6~~ 8 points) 3,5

1. g est la fonction définie sur $]-2\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{3x-2}{4x+8}$$

Etudier le sens de variation de la fonction g.

2. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$$

Etudier le sens de variation de la fonction f.

6,75

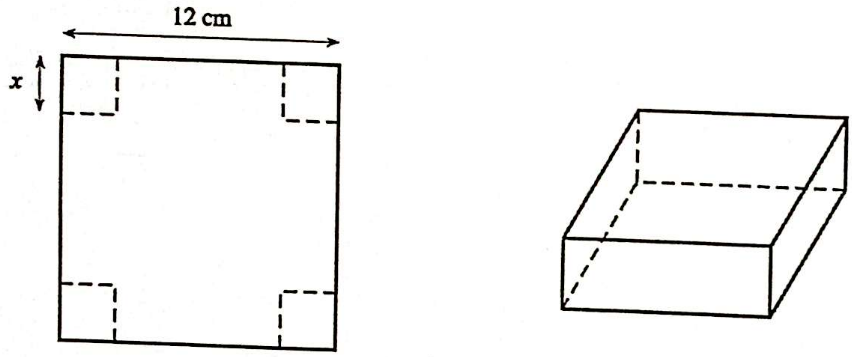
Exercice 3 (~~6~~ points) 2,25

Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = \dfrac{\cos x}{3 + \sin^2 x}$

1) Montrer que la fonction f est 2π-périodique. Interpréter graphiquement.
2) La fonction f est-elle paire ?
   En déduire le plus petit intervalle d'étude de la fonction f.
3) Montrer que $f'(x) = \dfrac{\sin x(\sin^2 x - 5)}{(3 + \sin^2 x)^2}$
   On pourra être amener à utiliser la formule : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
4) En déduire les variations de la fonction f sur $[0\ ;\ \pi]$.
5) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$

Exercice 4 (5 points) 3

1) Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$
   a) Calculer puis factoriser la fonction dérivée f'.
   b) Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variations.
2) Dans une plaque de carton carrée de 12 cm de côté, on découpe, aux quatre coins, des carrés identiques afin de construire une boîte sans couvercle, comme indiqué sur les figures ci-dessous.



On note x la longueur (en cm) du côté de chacun des carrés découpés.
On admet que $x \in]0\ ;\ 6[$
L'objectif est de déterminer la longueur x permettant d'obtenir une boîte de volume maximal.

   a) Montrer que le volume de la boîte est égal à 100 cm^3 pour $x = 1$. Détailler le calcul.
   b) Montrer que, pour $x \in]0;6[$, le volume de la boîte est égal à $f(x)$, f étant la fonction étudiée à la question 1).
   c) Quelle est la valeur de x permettant d'obtenir une boîte de volume maximal ?
      Quel est alors le volume de la boîte ?

ALABOUCH
Jasmine

DS Maths

Exercice 2

Calcul de la dérivée :

1. $g(x) = \frac{3x-2}{4x+8}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$g(x) = \frac{u}{v}$ avec $u = 3x-2$ $v = 4x+8$

$u' = 3$ $v' = 4$

Ainsi $g'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{3(4x+8) - 4(3x-2)}{(4x+8)^2}$

Comme x^2 est toujours positif, la fonction dérivée sera toujours positive

$= \frac{\cancel{12x} + 24 - \cancel{12x} + 8}{(4x+8)^2}$

$= \frac{\cancel{16}}{(4x+8)^2}$

$24+8 = 32$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g'(x)$		+	‖	+	
$g(x)$		↗	‖	↗	

oui

2. $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x) = 2 + 0 - \frac{1}{x^2}$ ok

$\cancel{= \frac{1}{x^2}}$

~~La fonction est toujours positive comme x^2 est positive~~

Exercice 3

1. $f(x)$ est 2π périodique si $f(x+2\pi) = f(x)$

$$f(x+2\pi) = \frac{\cos(x+2\pi)}{3+\sin^2(x+2\pi)}$$

car cos et sin sont 2π-périodiques

Tout à fait

$$= \frac{\cos(x)}{3+\sin^2(x)}$$ ok

La fonction est bien 2π-périodique (elle a le même motif sur un intervalle de 2π.

2. Si $f(-x) = f(x)$ la fonction est paire.

oui

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{3+\sin^2(-x)}$$

car cos et sin sont paires et impaires

$$f(-x) = \frac{\cos(x)}{3+(-\sin)^2(x)}$$

$$f(-x) = \frac{\cos(x)}{3+\sin^2(x)} = f(x)$$

La fonction est bien paire

Comme la fonction est paire et 2π-périodique, on peut la définir sur l'intervalle $[-\pi;\pi]$, car on aura une période complète puisqu'elle est symétrique à l'axe des ordonnées

en fait $[0;\pi]$

4. $\frac{\sin x(\sin^2 x - 5)}{(3+\sin^2 x)^2}$

$\Leftrightarrow \sin x(\sin^2 x - 5)$

$= \sin\cancel{^2}(x^2 - 5)$

Exercice 4

1) a. $f'(x) = 12x^2 - 96x + 144$

$\cancel{a(x-\alpha)+\beta}$

formule factorisation polynôme : $a(x - x_1)(x - x_2)$ $\quad a = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-96)^2 - 4 \times 12 \times 144$

$= 2304 \Leftrightarrow 48^2$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-96)-48}{2\times 12} = 2$

$x_2' = \frac{96+48}{2\times 12} = 6$

Donc la forme factorisée de $f'(x)$ est : $12(x-2)(x-6)$

TB

oui

b. $f'(x) = 0$

$12x^2 - 96x + 144 = 0 \iff 12(x-2)(x-6) = 0$

~~[illegible]~~

$x_1 = 2$

$x_2 = 6$

$a = 12 > 0$, les branches de la courbe sont orientée vers le haut

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
Variations de f		↗	128	↘	0	↗	

TB

2. a)

NOM : ALABOUCH
Prénom : Jasmine 110

DS N°12
(Spé 3)

Mathématiques 1èreSpé

16,25 / 20

Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes en précisant les valeurs pour lesquelles le calcul est valable et en factorisant lorsque cela est possible.

1) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 6x^2 + 7$ $\mathcal{D}f' = \mathbb{R}$

2) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$ $f'(x) = -\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$ $\mathcal{D}f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $\;-3$

3) $f(x) = \frac{5x - 3}{2x - 7}$ $f'(x) = \frac{-29}{(2x-7)^2}$ $\mathcal{D}f' = \mathbb{R} \setminus \{3,5\}$

4) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x^2+x+1)^2}$ $\mathcal{D}f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

5) $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 - 2x)$

6) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 2}$ $f'(x) = \frac{-2x^2+4x}{(x^2-2x+2)^2}$

$\mathcal{D}f = \mathbb{R}^*$

1) $\mathcal{D}f' = \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^3 - 12x$

5) $f'(x)$

NOM ALABOUCHI
Prénom Yasmine 1°C

DS N°13
(Spé 3)

$\frac{18}{20}$

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x)=7x^2-3x+1$ $f'(x)=14x-3$

2. $f(x)=-5x^3+4x^2-3x+7$ $f'(x)=-15x^2+8x-3$

3. $f(x)=\sin x+2\cos x$ $f'(x)=\cos(x)-2\sin(x)$

4. $f(x)=-3\sqrt{x}+7$ $f'(x)=\frac{-3}{2\sqrt{x}}$

5. $f(x)=x^3(3-5x^2)$ $f'(x)=-25x^4+9x^2$

6. $f(x)=\frac{1}{2-5x^2}$ $f'(x)=\frac{-(-10x)}{(2-5x^2)^2}=\frac{10x}{(2-5x^2)^2}$

7. $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ $f'(x)=\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$

8. $f(x)=x\sqrt{x}$ $f'(x)=\frac{3x}{2\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$

9. $f(x)=(5x+3)^2$ $f'(x)=10(5x+3)$

10. $f(x)=\sqrt{3}+\frac{2-\cos(x)}{\sin(x)}$ $f'(x)=\cancel{\frac{-3}{2\sqrt{x}}}+\frac{\sin^2(x)-2\cos^2(x)}{\sin^2(x)}$

$f'(x)=0+\ldots$

OM : ALABOUCH
rénom : Jasmine 110

Mathématiques 1èreSpé

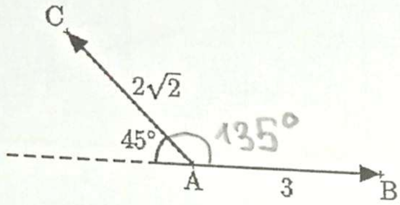
DS N°15

14,75 / 20

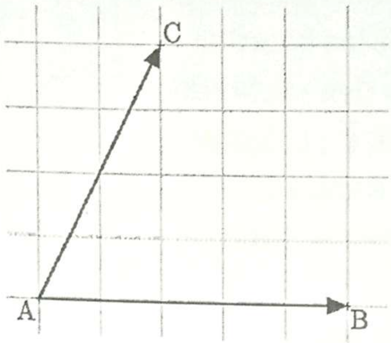
Exercice 1 (6 points) 5,25

Dans chacun des cas suivants, calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

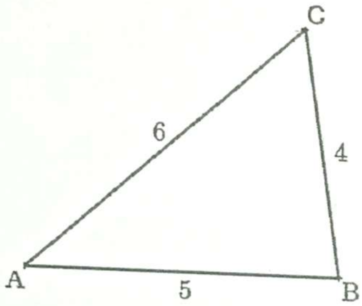
1. Les pointillés prolongent [AB].



2. Le quadrillage est composé de carrés de côté 1.



3.



1. ~~ABxAn~~ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = ||\overrightarrow{AB}|| \times ||\overrightarrow{AC}|| \times \cos(135)$

$= 3 \times 2\sqrt{2} \times \cos(135)$

$= \boxed{-6}$ /ok

2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = xx' + yy'$ RON

$= 5 \times 2 + 0 \times 4$

$= \boxed{10}$

3. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$

$= \frac{1}{2}(5^2 + 6^2 - 4^2)$

$= \frac{1}{2}(45)$

$= \boxed{22,5}$ /ok

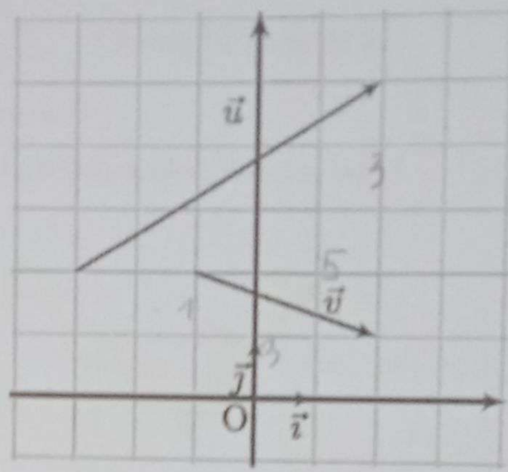
Exercice 2 (4 points) Répondre sur votre feuille 3,75

Dans un repère orthonormé, on considère $A(0\ ;\ 0)$, $B(5\ ;\ 1)$ et $C(2\ ;\ 4)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, AB et AC.
2. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
   On donnera le résultat en degrés, arrondi à 0,1 près.

Exercice 3 (3 points) 2,5

On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans le repère orthonormé suivant. En lisant graphiquement les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, calculer leur norme puis le produit scalaire $\vec{u}\cdot\vec{v}$.



$\vec{U}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{V}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ oui

$\|U\| = \sqrt{5^2+3^2}$ RON
$= \sqrt{25+9}$
$= \boxed{\sqrt{34}}$

$\|V\| = \sqrt{3^2+(-1)^2}$ RON
$= \boxed{\sqrt{10}}$

$\vec{U}\cdot\vec{V} = xx' + yy'$
$= 5\times3 + 3\times-1$
$= 15 - 3$
$= \boxed{12}$ ok

RON

Exercice 4 (3 points) 3

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\vec{u}^2 = 2, \vec{v}^2 = 3, \vec{u}\cdot\vec{v} = 7$. Calculer les réels :

a. $(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(3\vec{u}+4\vec{v})$ **b.** $(2\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}-4\vec{v})$

a. $2\vec{U}\cdot3\vec{U} + 2\vec{U}\cdot4\vec{V} + \vec{V}\cdot3\vec{U} + \vec{V}\cdot4\vec{V}$
$= 6\vec{U}^2 + 8\vec{U}\cdot\vec{V} + 3\vec{U}\cdot\vec{V} + 4\vec{V}^2$
$= 6\times2 + 8\times7 + 3\times7 + 4\times3$
$= \boxed{101}$

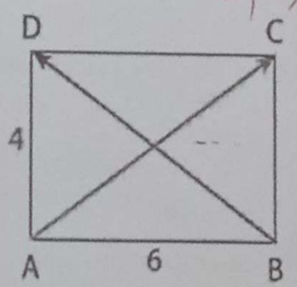
b. $2\vec{U}\cdot\vec{U} - 2\vec{U}\cdot4\vec{V} - \vec{V}\cdot\vec{U} + \vec{V}\cdot4\vec{V}$
$= 2\vec{U}^2 - 8\vec{U}\cdot\vec{V} - \vec{V}\cdot\vec{U} + 4\vec{V}^2$
$= 2\times2 - 8\times7 - 7 + 4\times3$
$= -\boxed{47}$ ok

Exercice 5 (4 points) **Répondre sur votre feuille** 0,25

ABCD est un rectangle, AB = 6 et AD = 4.

1. Exprimez $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2. Déduisez-en que : $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD} = -20$.



ALABOUCH
Jasmine
11C

DS n° 15

Exercice 2

1. Calcul des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5-0 \\ 1-0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ✓

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2-0 \\ 4-0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ✓

Calcul du produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$:

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = xx' + yy'$
$= 5\times 2 + 1\times 4$
$= \boxed{14}$ OK

RON

2. On sait que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = ||AB|| \times ||AC|| \times \cos(\widehat{BAC})$
et donc que $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{||AB|| \times ||AC||}$) oui

Calcul normes AB et AC :

$||AB|| \underset{RON}{=} \sqrt{5^2 + 1^2}$
$= \sqrt{26}$

$||AC|| \underset{RON}{=} \sqrt{x^2 + y^2}$
$= \sqrt{2^2 + 4^2}$
$= \sqrt{20}$
$= 2\sqrt{5}$

donc $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{14}{2\sqrt{130}}$

$\arccos\left(\dfrac{14}{2\sqrt{130}}\right) = \boxed{52,1°}$ TB

Exercice 5

1. $\cancel{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}}$

$\cancel{\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AD} + -\overrightarrow{AB}}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$
$\cancel{= \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}}$
$\cancel{= \overrightarrow{AB}^2 + (-\overrightarrow{AD})}$

1. $\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AD} + -\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$) Chasles
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AC}$

NOM : ALABOUCH 11C
Prénom : Jasmine

9,75/20

DS N°17

8,25

Exercice 1 (9 points)

Etudier le sens de variation de la suite u définie par :

a. $u_n = -3 + \frac{2}{n}$ pour $n \geqslant 1$.

b. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4n + 3 \text{ pour tout } n \geqslant 0 \end{cases}$

c. $u_n = \frac{2^n}{n}$ pour $n \geqslant 1$.

a. $U_1 = -3 + \frac{2}{1} = -1$; $U_2 = -2$; $U_3 = -\frac{7}{3}$

$U_{n+1} = -3 + \frac{2}{n+1}$

$U_{n+1} - U_n = -3 + \frac{2}{n+1} - \left(-3 + \frac{2}{n}\right)$

$= \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n}$

$= \frac{\cancel{2n} - \cancel{2n} - 2}{n(n+1)}$

$= \frac{-2}{n(n+1)}$ TB > 0

(U_n) est décroissante $\forall n \geq 1$ comme -2 est négatif. oui
(terme constant)

b. $U_{n+1} - U_n = \cancel{U_n} + 4n + 3 - \cancel{U_n}$

$= 4n + 3 > 0$ oui car $n \geqslant 0$

La suite U_n est croissante $\forall n \geq 0$. ~~puisqu'à chaq~~

c. $U_0 = \frac{2^0}{1} = 1$; $U_1 = 2$; $U_2 = \frac{4}{2} = 2$

$U_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{n+1}$

comme le terme constant est positif, on peut utiliser le quotient $\frac{U_{n+1}}{U_n}$.

$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2^{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{2^n}$ $\boxed{2^{n+1} = 2^n \times 2^1}$

$= \frac{\cancel{2^n} \times 2^1 \times n}{n+1 \times \cancel{2^n}}$

$= \frac{2n}{n+1} > 1$ TB

car $2n \geqslant n+1 \Leftrightarrow n \geqslant 1$

Ici $2n > 0$ et $n+1 > 0$ $\forall n \geq 1$ donc (U_n) est croissante oui

Exercice 2 (3,5 points) Ne pas justifier

0

0,5 point par bonne réponse ; -0.25 points par mauvaise réponse . 0 point si absence de réponse
Indiquer , pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse

1. La suite (u_n) définie par $u_n = \left(-\frac{2}{5}\right)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$ est une suite décroissante. Vraie

2. Une suite arithmétique (a_n) telle que $a_{10} = 12$ et $a_{25} < 1$ a une raison négative.

3. La suite $\left(2 - \frac{3}{n}\right)_{n \geqslant 1}$ est croissante. ~~Vraie~~ Faux

4. La suite $\left(\left(\frac{n+1}{n}\right)^2\right)_{n \geqslant 1}$ est croissante. ~~Vraie Faux~~ Vraie

5. Soit f une fonction croissante sur $[0 ; +\infty[$. Alors la suite $(u_n)_{n \geqslant 0}$ définie par $u_n = f(n)$ est croissante. Vraie OK

6. Soit $u_n = 0{,}7^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$. Alors $u_n < 10^{-12}$ pour tout $n > 77$. ~~Vraie~~ Faux

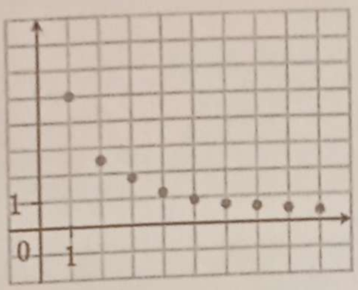
7 L'algorithme ci-dessous affiche le plus petit entier naturel n tel que $2^n > 500$. vraie

VARIABLES :	n, u, nombres
INITIALISATION :	n prend la valeur 0
	u prend la valeur 1
TRAITEMENT :	Tant que $u < 500$ Faire
	u prend la valeur 2^n
	n prend la valeur $n + 1$
	FinTantque
SORTIE :	Afficher n

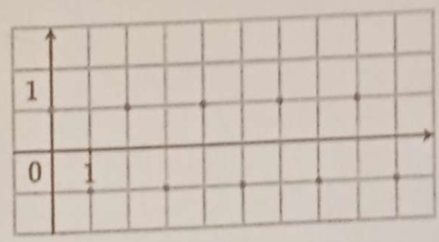
Exercice 3 (2 points) Ne pas justifier 0

Lire graphiquement la limite éventuelle des suites représentées ci-dessous :

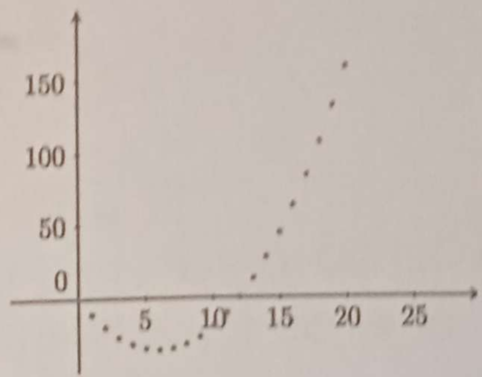
a.



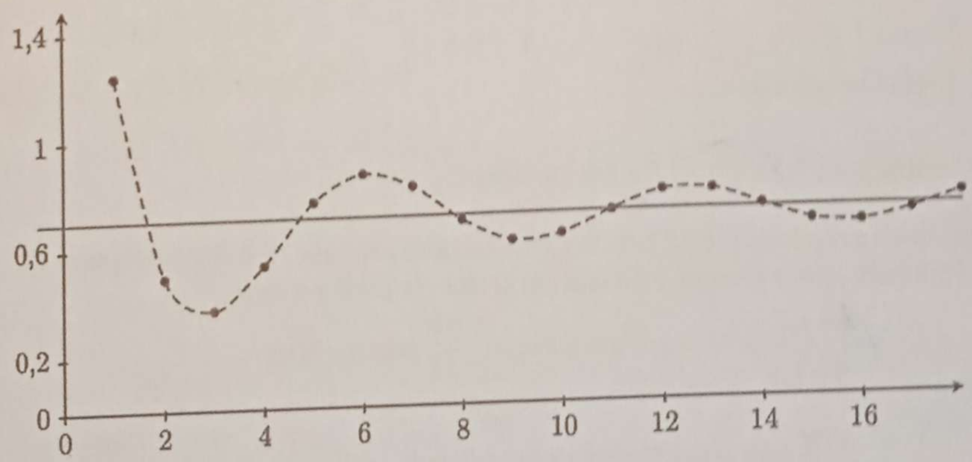
b.



c.



d.



a. lim = ~~5~~

b. lim = {~~-0,5~~ ; 0,5}

c. lim = ~~150~~

d. lim ≃ ~~1,3~~

ALABOUCH Jasmine

Exercice 4 (3,5 points) 1,5

On considère la suite suivante :

- la suite (u_n) définie pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{8n+4}{n+1}$$

1. Calculer le terme d'indice 3 de la suite (u_n)
2. On s'intéresse aux variations de la suite (u_n). Pour cela, on considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{8x+4}{x+1}$$

   a. Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

   b. En déduire la monotonie de la suite (u_n).

1. $u_3 = \frac{(8\times3)+4}{3+1} = \frac{28}{4} = \boxed{7}$

2 a. $f(x) = \frac{u}{v}$ avec $u = 8x+4$ $\quad v = x+1$

$u' = 8 \quad v' = 1$

$f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$= \frac{8(x+1) - 1(8x+4)}{\cancel{1^2}}$ quel dommage

$= \cancel{8x}+8-\cancel{8x}-4$

$= \cancel{4}$

La fonction f est croissante comme sa dérivée est supérieure à 0. oui

sur $[0;+\infty[$

~~f(4) = ...~~

b. $u_{n+1} = \frac{8(n+1)+4}{(n+1)+1}$

$= \frac{8n+12}{n+2}$

utilise la question 2 a)

$\cancel{\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{8n+12}{n+2} \times \frac{n+1}{8n+4}}$

$u_{n+1} - u_n = \frac{8n+12}{n+2} - \frac{8n+4}{n+1}$

Exercice 5 (2 points) 0

Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies sur $\mathbb{N}$ et (w_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = u_n + v_n$.

Démontrer que si (u_n) et (v_n) sont croissantes, alors (w_n) est croissante.

$w_{n+1} = u_{n+1} + v_{n+1}$

c'est ce qu'on doit démontrer

Comme (w_n) est la somme des suites (u_n) et (v_n) et que celle-ci sont croissantes, (w_n) est croissante.

NOM : ALABOUCH 1A1C Mathématiques 1èreSpé

Prénom : Jasmine

DS N°18

17/20

Exercice 1 (4 points) 4

Les six faces d'un dé sont colorées : trois faces sont rouges, deux sont jaunes et une est bleue.
Un joueur mise 1 €, puis lance le dé. S'il obtient une face jaune, il gagne 3 €, s'il obtient la face bleue, il gagne 5 € et s'il obtient une face rouge, il ne gagne rien.
X est la variable aléatoire égale au gain ou à la perte en tenant compte de la mise.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer et interpréter l'espérance de X.

$X(\Omega) = \{-1;2;4\}$ ← On enlève 1€ de mise à chaque fois.

1.

x_i	-1	$+2$	$+4$
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

TB

2. $E(X) = -1\times\frac{3}{6} + 2\times\frac{2}{6} + 4\times\frac{1}{6}$

$= \frac{5}{6} \approx 0{,}83$ / OK

Pour un très grand nombre de parties, le joueur gagne en moyenne 0,83€ par partie. ~~Comme~~ TB Le jeu est favorable au joueur. /

Exercice 2 (5 points) 5

On donne dans le tableau ci-dessous la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

x_i	-2	a	3
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{9}$	p

1. Déterminer la valeur de p.
2. Quelle valeur faut-il donner à a pour que $E(X)=2$?

1. $p = 1-\left(\frac{2}{7}+\frac{4}{9}\right)$

$p = \boxed{\frac{17}{63}}$ Comme la somme des probabilités est égale à 1, p est égal à $\frac{17}{63}$. / oui

oui

2. On cherche a tel que $E(X)=2$

~~E(X)~~ $-2\times\frac{2}{7} + a\times\frac{4}{9} + 3\times\frac{17}{63} = 2$ TB

$-\frac{4}{7} + \frac{4}{9}a + \frac{17}{21} = 2$ / OK

$\frac{4}{9}a = \left(2+\frac{4}{7}\right) - \frac{17}{21}$

$\frac{4}{9}a = \frac{37}{21}$

$\frac{9}{4}\times\frac{4}{9}a = \cancel{\frac{37}{21}}\times\frac{9}{4}$ TB en fait

$a \approx \cancel{\boxed{3{,}96}}$ soit environ 4

Exercice 3 (8 points) 8

Un parc d'attractions propose une carte d'entrée pour la journée au prix de 30 €.
Cette carte donne accès à des attractions avec un prix unique de 2 € par attraction. Une étude statistique a permis d'obtenir le tableau suivant :

Nombres d'attractions	2	3	4	5	6
Pourcentage de clients	10	25	35	25	5

Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'attractions choisies par un visiteur pris au hasard.
On note S la variable aléatoire qui donne la somme totale qu'il dépense.

1. Calculer $E(X)$.
2. Etablir la loi de probabilité de S sous la forme d'un tableau, puis calculer $E(S)$.
3. Le parc a des frais d'organisation qui s'élèvent en moyenne à 25 € par client. Avec 200 visiteurs par jour, quel bénéfice peut espérer le gérant sur un an, en ouvrant le parc 365 jours ?

1. $E(X) = 2\times\frac{10}{100} + 3\times\frac{25}{100} + 4\times\frac{35}{100} + 5\times\frac{25}{100} + 6\times\frac{5}{100}$

$= \frac{39}{10}$

$= \boxed{3,9}$ /ok

2. $S(\Omega) = \{4;6;8;10;12\}$
+30€ carte donc :

s_i	34	36	38	40	42
$P(X=s_i)$	$\frac{10}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{35}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{5}{100}$

oui

$E(S) = 34\times\frac{10}{100} + 36\times\frac{25}{100} + \ldots + 42\times\frac{5}{100}$

$= \frac{189}{5}$

$= \boxed{37,8€}$ TB

Bénéfice 1 jour =
$(37,8 - 25)\times 200$
$= 2560€$

Bénéfice 1 an :
$2560 \times 365 = \boxed{934\,400€}$ /ok

Le gérant peut espérer 934 400€ de bénéfices par an en ouvrant 365 jours.

Exercice 4 (3 points) 0

Nabolos retire 30 € dans un distributeur de billets. Pour constituer cette somme, le distributeur utilise des billets de 5 €, 10 € et 20 €, de manière aléatoire.
On note X le nombre de billets qui sortent de l'appareil et Y le nombre de billets de 5 euro.
Quelles sont les valeurs possibles de X et Y ?
Déterminer la loi de probabilité de X.

1. $X(\Omega) = \{2;3;6\}$ 4 et 5

$Y(\Omega) = \{6\}$ $\{0;2;4;6\}$

Loi de probabilité de X :

2.

x_i	2	3	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$