

$$\vec{v} = (-b; a) \quad \vec{n} = (a; b)$$

7
10

Nom : Thierry Lannet

Contrôle de maths 1h

1Spé

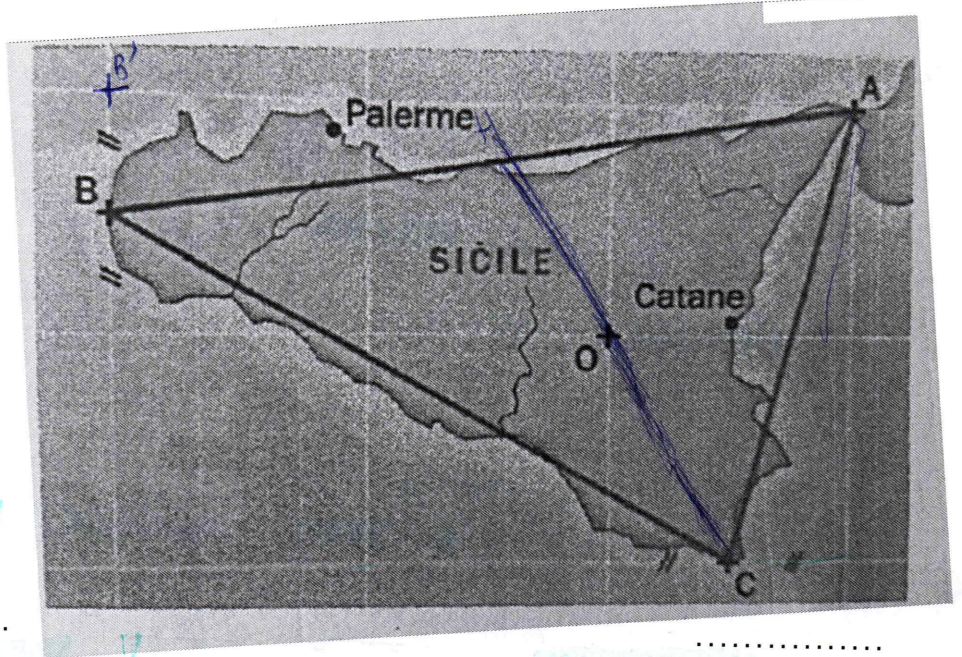
Exercice 1 :

Pour calculer la superficie de la Sicile, on la modélise par un triangle ABC.

Un point O est placé sur la carte ci-dessous, sur laquelle la longueur d'un carreau est 95km.

On a :

$$A(1; 1), B(-2; \frac{1}{2}) \text{ et } C(\frac{1}{2}; -1)$$



- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

$$f_{AB}(x; y) = ax + by + c$$

$$\vec{AB} = (-2-1; \frac{1}{2}-1) = (-3; -\frac{1}{2})$$

$$\text{ou } \vec{v} = (-b; a)$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2} \text{ et } b = 3$$

$$\Rightarrow f_{AB}(x; y) = -\frac{1}{2}x + 3y + c = 0$$

$$\text{Or } A \in (AB) \Rightarrow f_{AB}(1; 1) = -\frac{1}{2} \times 1 + 3 \times 1 + c = 0$$

$$\Rightarrow 3 - \frac{1}{2} + c = 0$$

$$\Rightarrow c = -\frac{1}{2} - 3 = -3.5$$

$$\Rightarrow f_{AB}(x; y) = -\frac{1}{2}x + 3y - 3.5 = 0 \text{ est l'équation cartésienne de } (AB)$$

- Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) perpendiculaire à (AB), passant par C.

$$\text{dans } f_{AB} \quad a = -\frac{1}{2} \text{ et } b = 3. \vec{n} \text{ le vecteur normal } \Rightarrow \vec{n}(a; b) = (-\frac{1}{2}; 3)$$

$$\text{On prend pour } f_d \text{ le vecteur } \vec{v}(-b; a) \Rightarrow a = 3 \text{ et } b = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f_d(x; y) = 3x - \frac{1}{2}y + c = 0 \quad \text{Or } C \in (d)$$

$$\Rightarrow f_d(\frac{1}{2}; -1) = 3 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times (-1) + c = 0 \Rightarrow 1.5 - \frac{1}{2} + c = 0$$

$$\Rightarrow 1 + c = 0$$

$$\Rightarrow c = -1$$

$$f_d(x; y) = 3x - \frac{1}{2}y - 1 = 0 \text{ est l'équation cartésienne de la droite } (d) \text{ passant par } C$$

Thierry

- Déterminer les coordonnées du point H, intersection de (AB) et (d).

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3y - 3.5 = 0 & \times 6 \Rightarrow -3x + 18y - 21 = 0 \\ 3x - \frac{1}{2}y - 1 = 0 & \end{cases}$$

$$\Rightarrow -3x + 18y - 21 = 0 \quad \times 6 \Rightarrow -18y + 108y - 126 = 0$$

$$\Rightarrow 90y = 126 \Rightarrow y = \frac{126}{90} = \frac{7}{5}$$

$$18,5y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{18,5} \approx 0,86$$

! attention de garder le système avec les accolades

$$\Rightarrow 32 + \frac{1}{2} \times \frac{16}{18,5} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 32 + \frac{16}{37} - 1 = 0 \Rightarrow 32 = 1 - \frac{16}{37}$$

$$\Rightarrow x = \frac{31}{37} = \frac{7}{9} \approx 0,789$$

$$\Rightarrow y \approx 0,86 \text{ et } x \approx 0,789$$

4. Que représente le segment $[CH]$ pour le triangle ABC ?

elle représente la hauteur du côté AB

5. Calculer les longueurs AB et CH . En déduire une valeur approchée de la surface de la Sicile au km^2 près.

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ km} \text{ ce qui fait } 19,5 \times 9,5 \approx 288,975 \text{ km}$$

$$CH = \sqrt{AH^2 + (CH)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ km} \text{ ce qui fait } 19,5 \times 9,5 \approx 288,975 \text{ km}$$

$$A_{\text{approx}} = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = 12,5 \text{ km}^2$$

! attention! il faut garder les valeurs exactes pour les calculs!

6. Finalement, on décide de prendre le cercle C d'équation : $x^2 + x + y^2 - y - 0,4 = 0$ pour approcher la surface de l'île. Déterminer le centre et le rayon de ce cercle.

En déduire la nouvelle approximation au km^2 près de la surface de la Sicile, sachant que l'aire d'un cercle est : $\pi \times R^2$.

$$R^2 = AD^2 = OD^2 = DC^2 = R^2$$

A, B, C sont des points du cercle de C fait

$$AB = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1} = \sqrt{x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1}$$

$$BC = \sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2 + 2y + 1}$$

$$\Rightarrow -6x - y - 2,25 = 0 \Rightarrow y = -2,25 - 6x \Rightarrow y =$$

NOM: Thieny Thien

$\frac{18}{24} \Rightarrow \frac{22,5}{30}$ Bon travail!

PPS

Contrôle de maths au ski ! 2h

Astrid et Alyssa sont deux profs de maths qui organisent un voyage scolaire pour leurs élèves de 1^{ère} Spé. Elles décident de partir au ski.

4 La vitesse de descente d'Alyssa :

Alyssa descend une piste noire en snowboard. La distance parcourue par Alyssa en fonction du temps t (en secondes) avec $t \in [0; +\infty[$ est modélisée par la fonction suivante : $d(t) = \frac{5t^2+2}{t+1}$ où $d(t)$ est la distance en mètres.

1. Montrer alors que $v(t) = \frac{5t^2+10t-2}{(t+1)^2}$ est la fonction dérivée de d , qui modélise la vitesse d'Alyssa sur la piste.

$$v(t) = \frac{u'v - v'u}{v^2} \quad u = 5t^2 + 2, u' = 10t, \quad v = t+1, v' = 1.$$

$$= \frac{10t(t+1) - 1(5t^2+2)}{(t+1)^2} = \frac{10t^2+10t-5t^2-2}{(t+1)^2}$$

$$= \frac{5t^2+10t-2}{(t+1)^2}$$

Thien

1

2. Déterminer la vitesse d'Alyssa au temps $t = 2$ en m/s puis en km/h.

$$T=2, d(2) = \frac{5 \times 2^2 + 2}{2+1} = \frac{22}{3} \text{ m elle parcourt } \frac{22}{3} \text{ m en } 2 \text{ s}$$

$$\text{elle fait donc du } \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \text{ m/s soit } \frac{11}{3} \times 3,6 = 13,2 \text{ km/h}$$

cohérent

1

3. Construire le tableau de variations de la distance parcourue par Alyssa en fonction du temps.

$$v(t) = \frac{u_1}{u_2}$$

$$t \in [0; +\infty[$$

x	0	0,18	+
u_1	-		+
u_2		+	
$v(t)$	-		+
$d(t)$		2	+

2

Thien

6

4. Alyssa croise Adrien sur la piste et lui fait signe de la main. Elle ne voit pas la bosse et SPLASH, elle tombe au bout de 23 min de descente. Quelle distance a-t-elle alors parcourue ?

on peut utiliser $d(T)$. $T = 23 \text{ min} = 23 \times 60 = 1380 \text{ s}$

$$d(T) = d(1380) = \frac{5 \times 1380^2}{1380 + 1} + 2 \approx 68.95 \text{ m} \approx 6.9 \text{ km}$$

1

La chute de neige :

La première nuit a offert une grande surprise !!! une tempête de neige !

Au petit matin, entre deux tartines, les élèves étudient l'accumulation de neige sur la montagne pendant la nuit. La quantité de neige (en centimètres) accumulée après n heures est modélisée par la suite suivante :

$$u_n = 2n^2 + 3n \text{ avec } n \in \mathbb{N}.$$

1. Calculer les 4 premiers termes de la suite et interpréter u_2 dans le contexte de l'exercice.

$$u_1 = 2 \times 1^2 + 3 \times 1 = 2 + 3 = 5$$

$$u_2 = 2 \times 2^2 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14 \Rightarrow \text{la neige avait gagné } 14 \text{ cm d'épaisseur}$$

$$u_3 = 2 \times 3^2 + 3 \times 3 = 2 \times 9 + 9 = 18 + 9 = 27$$

$$u_4 = 2 \times 4^2 + 3 \times 4 = 2 \times 16 + 12 = 32 + 12 = 44$$

! le 1^{er} terme est u_0 !

2. Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de n .

$$u_{n+1} = 2 \times (n+1)^2 + 3 \times (n+1) = 2n^2 + 2 \times (2n) + 2 + 3n + 3$$

$$u_{n+1} = 2n^2 + 7n + 5$$

3. Déterminer, en détaillant vos calculs, les variations de la suite u .

$$u_n \text{ est composé } 2n^2 \text{ et } 3n. \text{ il est définie sur } [0; +\infty[$$

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2n^2 + 7n + 5 - (2n^2 + 3n)$$

$$= 2n^2 - 2n^2 + 7n - 3n + 5$$

$$u_{n+1} - u_n = 4n + 5$$

cohérent

Comme n ne peut être négatif $4n + 5$ est forcément positif

$\Rightarrow$ la suite est croissante.

Thien!

1,5

4. Au bout de combien de temps la couche de neige dépasse 50cm ?

$$u_n = 50 \Rightarrow 2n^2 + 3n = 50$$

$$\Rightarrow n \approx 4,7 \Rightarrow u_4 < 50 < u_5 \Rightarrow \text{à la 5ème heure}$$

1,5

Thien!

4,5

La bataille de boules de neige :

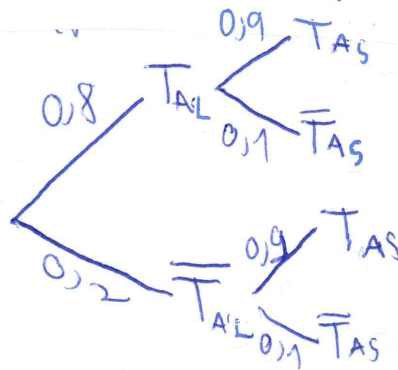
Astrid et Alyssa ont fait un immense tas de boules de neige et prévoient de les lancer sur leurs élèves de 1^{ère} Spé parce que c'est drôle.

Soit l'évènement T : la boule de neige touche un élève et ainsi $\bar{T}$ l'évènement contraire.

Partie A : Le tas contient une très grande quantité de boules de neige. Heureusement, Astrid et Alyssa sont championnes de bataille de boules de neige qu'elles pratiquent depuis l'enfance.

Alyssa touche la cible avec une probabilité de 0,8 et Astrid avec une probabilité de 0,9 ; elle est encore plus forte qu'Alyssa 🐱.

1. Les deux profs envoient simultanément une boule de neige chacune. Dresser un arbre pondéré modélisant la situation.



2. Calculer la probabilité que les deux boules de neige touchent un élève.

$$P(T) = P(T_A \cap T_S) = 0,9 \times 0,8 = 0,72$$

3. Calculer la probabilité de l'évènement M : sur les deux boules lancées, une seule atteint un élève.

$$\begin{aligned} P(M) &= P(T_A \cap \bar{T}_S) + P(\bar{T}_A \cap T_S) = 0,8 \times 0,1 + 0,2 \times 0,9 \\ &= 0,08 + 0,18 \\ &= 0,26 \end{aligned}$$

4. Soit G la variable aléatoire égale au nombre d'élèves touchés par une boule de neige. Donner la loi de probabilité de G .

G	1	2	0	nombre de boules
	72%	28%	2%	nb élèves

5. Calculer l'espérance $E(G)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$$E(G) = 1 \times \frac{72}{100} + 2 \times \frac{28}{100} + 0 \times \frac{2}{100} = 2,04$$

soit une espérance de 40 % soit 40% des élèves touchés.

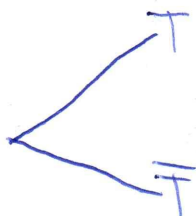
0,5

Partie B : Pour se venger, deux élèves prennent une boule chacun dans un tas fait par leurs camarades contenant n boules de neige avec $n \geq 2$.

Malheureusement, ils sont beaucoup moins forts que leurs enseignantes pour construire des boules de neige et seulement 5 boules sur l'ensemble des boules ne se désintègreront pas avant d'atteindre les profs mais comme ces deux élèves visent très bien, ces 5 boules touchent forcément un prof !

Soit l'évènement T : la boule de neige touche un prof et ainsi $\bar{T}$ l'évènement contraire

1. Dresser un arbre pondéré modélisant la situation.



2. Montrer que la probabilité en fonction de n qu'aucune prof ne soit touchée est

$$P(n) = \frac{n^2 - 11n + 30}{n(n-1)}$$

$$P(n) \left(1 - \frac{5}{n}\right)^2 = \left(1 - \frac{5}{n}\right) \left(1 - \frac{5}{n}\right) = 1 - \frac{5}{n} - \frac{5}{n} + \left(\frac{5}{n}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{10}{n} + \frac{25}{n^2}$$

$$= \frac{n^2}{n^2} - \frac{10n}{n^2} + \frac{25}{n^2} = \frac{n^2 - 10n + 25}{n^2} = \frac{n - 10 + \frac{25}{n}}{n}$$

$$\text{et } \frac{n - 10 + \frac{25}{n}}{n} \times \frac{(n-1)}{(n-1)} = \frac{(n - 10 + \frac{25}{n})(n-1)}{n(n-1)} = \frac{n^2 - 10n + 25 + \cancel{-10} + \cancel{25}}{n(n-1)}$$

$$= \frac{n^2 - 10n + 30}{n(n-1)}$$

3. Les profs donnent deux tablettes de chocolat pour les deux élèves s'ils réussissent à les toucher toutes les deux, aucune tablette s'ils en touchent seulement une et les élèves leur en donnent 2 s'ils ne les touchent pas du tout.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de tablettes de chocolat gagnées ou perdues par les profs. Donner la loi de probabilité de X .



2	0	-2	Tablette
$\left(\frac{5}{n}\right)^2$			proba

0,5

4. Montrer que $E(X) = \frac{2n^2 - 22n + 20}{n(n-1)}$

1,5

5. Déterminer le nombre de boules de neige qu'il doit y avoir dans le tas pour que le jeu soit équitable.

Occupation durant le séjour :

Afin d'occuper leurs élèves durant la soirée (et donc, pour avoir une soirée tranquille !!!), les deux profs leur donnent un exercice. A vous de résoudre cet exercice maintenant 😊

Pour chaque affirmation dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Affirmation 1 :

La fonction $f(x) = (3x - 18)\sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$ admet un maximum pour $x = 2$.

$$f(2) = (3 \times 2 - 18)\sqrt{2} = -12\sqrt{2} \quad , \quad f(9) = (3 \times 9 - 18)\sqrt{9} = (27 - 18) \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

$f(2) < f(9) \Rightarrow$ faux le maximum n'est pas pour $x=2$

1,5
Thien!

1,5

Affirmation 2 :

On a tracé la courbe représentative $C_{g'}$ d'une fonction g' définie sur $\mathbb{R}$ (figure 1)

La figure 2 peut être la courbe représentative de la fonction g .

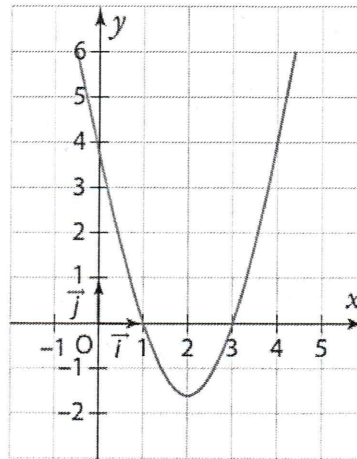


figure 1

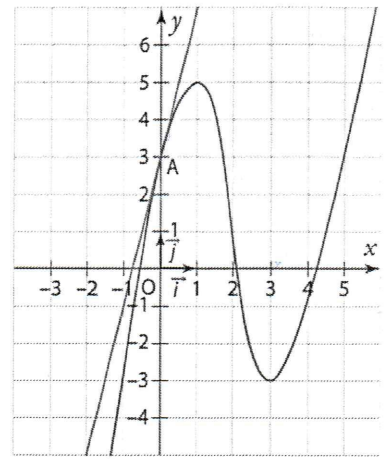


figure 2

0,5

$$g'(x) = f'(a)(x-a) + f(a)$$

$$= 4x + 3$$

$\Rightarrow$ ce qui se compare
par la figure 1.

~~faux~~

Affirmation 3 :

La suite u , définie sur $\mathbb{N}$, à termes strictement positifs telle que $u_n = \frac{2^n}{5^{n+1}}$ est strictement décroissante et on a

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2^{n+1}}{5^{n+2}} - \frac{2^n}{5^{n+1}} = \frac{2^{n+1}(5^{n+1}) - 2^n(5^{n+2})}{(5^{n+2})(5^{n+1})}$$

0,5

$2^{n+1}(5^{n+1}) - 2^n(5^{n+2})$ est négatif et $(5^{n+2})(5^{n+1})$ est positif
 $u_{n+1} - u_n$ est négatif
 $\Rightarrow u_n$ est décroissante
 $\Rightarrow$ vraie

preuve-le!

et la limite?

Affirmation 4 :

La courbe représentative de la fonction définie par $f(x) = x^3 + x^2 + x$ admet comme tangente au point d'abscisse $a = -1$ la droite d'équation $y = 2x + 3$

$$y = f'(a)(x-a) + f(a) \quad f'(x) = 3x^2 + 2x + 1 \quad f'(a) = 3(-1)^2 + 2(-1) + 1 = 2 \quad f(a) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) = -1$$

0,5

$$y = 2(x+1) + 1$$

$$= 2x + 2 + 1$$

$$= 2x + 3$$

$$\Rightarrow$$
 vraie

⑧ Nom - Thierry Yannick.

Interro

9,5
10

1 spé

PPS

$$f(x) = -3x + 6 - 3x^2$$

- 1) Résoudre l'équation $f(x) = 0$
- 2) Faire le tableau de signe de f
- 3) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$
- 4) Donner la forme canonique de f .
- 5) Faire le tableau de variations de f .

1) $0 = -3x + 6 - 3x^2$
 $-6 = -3(x + x^2)$
 $\Rightarrow +2 = x + x^2$
 $\Rightarrow x_1 = 1$ et $x_2 = -2$

je ne comprends pas la méthode 2)

2

	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	-

2

3) pour résoudre $f(x) \leq 0$ on peut se référer au tableau précédent: $x \in]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$

2

4) $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
 $= -3(x + 0,5)^2 + 6,75$

1,5

$$\alpha = \frac{-2 + 1}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5$$

$$\beta = 7,5 - 0,75 = 6,75$$

5)

	$-\infty$	$-0,5$	$+\infty$
$F(x)$		$+6,75$	

2

NOM: Lamuel Thierry

Contrôle de maths 1Spé

Info sur le Carnaval du lycée Les deux parties sont indépendantes.

7 points

26
30

Partie A: Le lycée Adam de Craonne prépare son célèbre carnaval. Chaque année, le nombre de professeurs déguisés augmente de 23 % par rapport à l'année précédente. En 2021, il y avait 10 profs déguisés. Soit u_n le nombre de professeurs déguisés l'année 2021 + n.

1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = 1,23 \times u_n$$

2) Exprimer u_n en fonction de n.

$$u_n = u_0 \times 1,23^n = 10 \times 1,23^n$$

3) Calculez le nombre de professeurs déguisés pour le carnaval de 2025. Arrondir à l'unité.

$$u_4 = 10 \times 1,23^4 = 22,88 \approx 23 \text{ professeurs}$$

4) Déterminez l'année à partir de laquelle le nombre de professeurs déguisés dépassera 150.

$$u_n = 1,23^n \times 10. \quad u_n > 150 \Rightarrow 150 < 1,23^n \times 10 \Rightarrow n > 13,07$$

$$\Rightarrow 2021 + 14 = 2035$$

Partie B : En 2024

Afin d'organiser ce carnaval la MDL a besoin de financement.

Le montant qu'elle peut espérer obtenir est définie par la suite suivante où v_n est le montant obtenu en dizaines d'euros en fonction de l'année 2021 + n. On a $\begin{cases} v_0 = 50 \\ v_{n+1} = v_n + 2n^2 - 3n - 8 \end{cases}$

1) Déterminer le montant obtenu en 2023.

$$2023 = 2021 + 2 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow 2 = n + 1 \Rightarrow n = 1 \Rightarrow v_{n+1} = v_1 = 50 + 2 \times 1^2 - 3 \times 1 - 8$$

$$v_{n+1} = 50 - 8 + 2 - 3 - 8$$

$$v_2 = 33 \text{ €}$$

2) Etudier les variations de la suite (v_n) .

$$v_{n+1} - v_n = v_n + 2n^2 - 3n - 8 - v_n = 2n^2 - 3n - 8$$

$$2n^2 - 3n - 8$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3 - \sqrt{77}}{4} \approx -1,38$$

$$x_2 = \frac{3 + \sqrt{77}}{4} \approx 2,88$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times -8 = 77$$

n	0	x_1	x_2	$+\infty$
$v_{n+1} - v_n$	-	-	+	+
v_n	50			$+\infty$

Conclusion ?

Jeu durant le carnaval 7 points

Le lycée organise durant le carnaval des jeux où les élèves peuvent gagner des lots.

Partie A : En 2025

Cette année, l'un des jeux consiste tourner une roue coupée en 8 parts identiques 2 sont rouges et les autres sont noires.

Si on obtient du rouge alors on va tirer une boule au hasard dans une urne contenant 6 boules vertes et 4 jaunes.

Si on obtient du noir alors on va tirer une boule au hasard dans une urne contenant 7 boules vertes et 3 bleues.

Chaque couleur correspond à un lot différent :

- Vert : un sachet de bonbons
- Bleu : un bon d'achat bleu
- Jaune : un bon d'achat jaune

2

On pose :

R : obtenir du rouge avec la roue

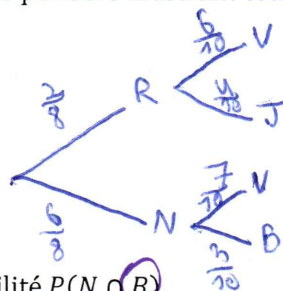
N : obtenir du noir avec la roue

V : obtenir une boule verte

J : obtenir une boule jaune

B : obtenir une boule bleue.

1) Construire un arbre pondéré illustrant cette situation.



2) Calculer la probabilité $P(N \cap B)$.

0

$$P(N \cap B) = P(N) \times P(B) = \frac{6}{8} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{40}$$

3) Quelle est la probabilité de gagner un sachet de bonbons ?

1

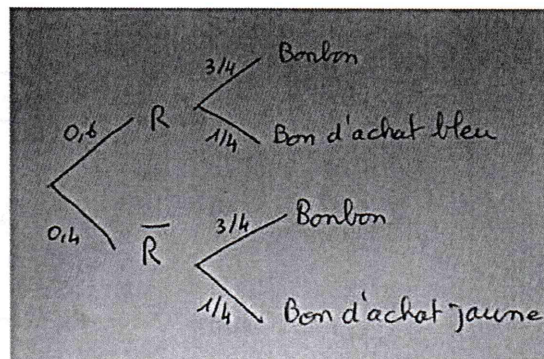
$$P(V) = P(N \cap V) + P(R \cap V) = \frac{21}{40} + \frac{2}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{21+6}{40} = \frac{27}{40}$$

Partie B : En 2024.

Cette année-là, le jeu était déjà présent mais avec d'autres probabilités comme sur l'arbre de probabilité suivant :

De plus pour avoir la chance de lancer la roue il faut payer m €.

On s'intéresse à la variable aléatoire X qui représente la valeur du lot gagné en euros.



Gagner des points durant le carnaval : Les parties sont indépendantes.

6 points

Lors du carnaval, les professeurs proposent des exercices afin d'avoir des points bonus sur un DS. A vous de les faire 😊

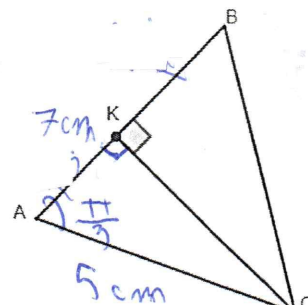
Partie A :

On considère la figure ci-contre telle que : $AB = 7 \text{ cm}$; $AC = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{CAB} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

- 1) Avec les données de la figure donnée ci-contre, calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\widehat{CAB}) = 7 \times 5 \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 17,5$$



- 2) En déduire la valeur de la distance AK.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AK} + \vec{AB} \cdot \vec{KC} \quad \vec{AB} \cdot \vec{KC} = 0 \text{ car } (AB) \perp (KC)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AK} = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$\Rightarrow AB \times AK = 17,5$$

$$\Rightarrow AK = \frac{17,5}{AB}$$

$$\Rightarrow AK = \frac{17,5}{7}$$

$$\Rightarrow AK = 2,5 \text{ cm}$$

Partie B :

On donne les points : $E(1 ; 3)$, $F(-2 ; -1)$ et $G(3, 1)$.

- 1) Déterminer $\vec{EF} \cdot \vec{EG}$.

$$\vec{EF} = (-3 ; -4), \quad \vec{EG} = (2 ; -2)$$

$$\vec{EF} \cdot \vec{EG} = (-3) \times 2 + (-4) \times (-2) = -6 + 8 = 2$$

- 2) En déduire une valeur approchée au degré près de $\widehat{FEG}$.

$$\vec{EF} \cdot \vec{EG} = EF \cdot EG \cdot \cos(\widehat{FEG})$$

$$\Rightarrow \widehat{FEG} = \arccos\left(\frac{\vec{EF} \cdot \vec{EG}}{EF \times EG}\right) \quad EF = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \quad EG = 2\sqrt{2}$$

$$\widehat{FEG} = \arccos\left(\frac{2}{5 \times 2\sqrt{2}}\right) \approx 82^\circ$$

parfait

On suppose que la valeur des lots est la suivante :

- Bonbons : 1 €
- Bon d'achat bleu : 5€
- Bon d'achat jaune : 10 €

1) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X sous forme d'un tableau.

X	$1-m$	$5-m$	$10-m$
$P(X)$	75%	15%	10%

Thien

2) Calculer l'espérance mathématique de X en fonction de m .

$$E_{Xp} = 0,75(1-m) + 0,15(5-m) + 0,10(10-m)$$

$$= 0,75 + 0,75 + 1 - 0,75m - 0,15m - 0,10m$$

$$E_{Xp} = 2,5 - m$$

3) Sachant qu'il y a 450 élèves qui vont tenter l'expérience et que la MDL a, cette année-là, un budget exceptionnel de 450 €, à combien doit s'élever la mise m pour que la MDL ne perde pas d'argent ?

pour que la game soit équilibrée il faut que l'espérance soit égale à 0.

$$\Rightarrow 0 = 2,5 - m \Rightarrow m = 2,5 \text{ €}$$

Partie C:

On donne les points suivants : $A(1; -2)$, $B(2; m)$ et $C(4; 2 - m)$. m étant un réel.

Déterminer les valeurs de m pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

3

$$\text{si } \triangle ABC \text{ rectangle en A} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$$

$$\vec{AB} = (1; m+2), \quad \vec{AC} = (3; 4-m)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$$

$$1 \times 3 + (4-m)(m+2) = 0$$

$$-m^2 + 2m + 11 = 0, \quad \Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 11 = 48$$

$$m_1 = \frac{2 - \sqrt{48}}{2} = -2,46$$

$$m_2 = \frac{2 + \sqrt{48}}{2} = 4,46$$

Thien

Vitesse d'Alyssa durant le carnaval 10 points

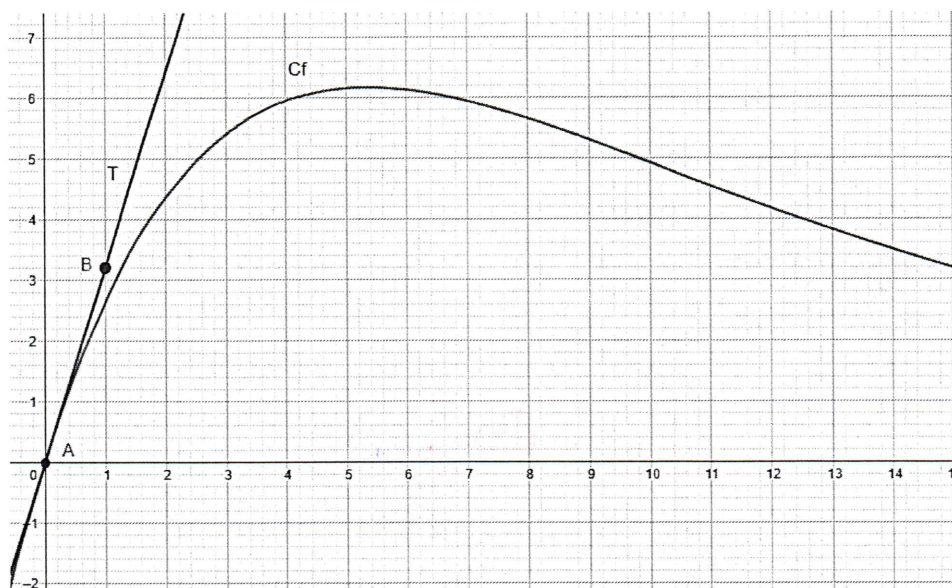
Lors de la parade du carnaval, Alyssa, qui est déguisée, se déplace, en plein milieu des élèves, sur sa trottinette avec une vitesse $v_1(t)$ en km/h à un instant t (en minutes).

Partie A : lecture graphique.

Ci-dessous, voici la représentation graphique de v_1 pour $t \in [0; 15]$.

La tangente T au point d'abscisse 0 passe par le point $B(1; 3,2)$.

Alyssa atteint sa vitesse max au bout de 5min30 environ.



- 4) 1) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

on sait que pour $x_1 \Rightarrow y_2 = 4$, et $x=0 \Rightarrow y$.

$$f_0 = \sqrt{x^2 + y^2} \times x \approx 2.236x$$

- 2) Donner le tableau de signes de $v_1'(t)$ qui modélise l'accélération d'Alyssa sur sa trottinette.

t	0	5.5	15
$v_1'(t)$	+	0	-

Partie B : Etude par le calcul. Les résultats seront donnés à 0,01 près.

Après avoir fait une petite pause, Alyssa repart, pleine d'énergie et on admet que : $v_2(t) = \frac{5t-5}{t^2-t+1} + 5$ sur $[0; 15]$ modélise la nouvelle vitesse.

- 1) Montrer que $v_2'(t) = \frac{5t(-t+2)}{(t^2-t+1)^2}$

$$v_2'(t) = \frac{v_2 - v_2'}{v_2^2} = \frac{5(t^2-t+1) - (2t-1)(5t-5)}{(t^2-t+1)^2}$$

$$v_2'(t) = \frac{5t^2 - 10t^2 + 5t + 5t + 10t + 5 - 5}{(t^2-t+1)^2} = \frac{-5t^2 + 10t}{(t^2-t+1)^2} = \frac{5t(-t+2)}{(t^2-t+1)^2}$$

- 2) En déduire les variations de la fonction v_2 .

t	0	2	15
$v_2(t)$	0	+	-
$v_2(t)$	5	6.67	5.33

$$v_2(2) = \frac{5 \times 2 - 5}{2^2 - 2 + 1} + 5 = \frac{5}{3} + 5 = 6.67$$

$$v_2(15) \approx 5.33$$

Thien!

4

- 3) Donner une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse 5.

$$T_5 = V'(5)(x-5) + V(5) = -\frac{25}{147}(x-5) + \frac{20}{21} + 5$$

$$T_5 = \frac{-25 \times x}{147} + \frac{125}{147} + \frac{20}{21} + 5$$

$$T_5 = \frac{-25x}{147} + \frac{265}{147} + 5$$

- 4) Selon cette modélisation, au bout de combien de temps Alyssa est la plus rapide et quelle est sa vitesse ?

$$V_{\max} = V'(x) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ min}$$

$$\Rightarrow V(2) = 6,67 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Thien

- 5) Résoudre $\frac{5t-5}{t^2-t+1} + 5 \geq 6$

$$\frac{5t-5}{t^2-t+1} \geq 1 \Rightarrow 5t-5 \geq t^2-t+1$$

$$\Rightarrow 5t+t-t^2-5-1 \geq 0$$

$$\Rightarrow -t^2+6t-6 \geq 0$$

$$\Delta = 12$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 - \sqrt{3} \approx 1,27$$

$$\Rightarrow x_2 = 3 + \sqrt{3} \approx 4,73$$

donc ?

- 6) On considère qu'Alyssa n'est pas dangereuse pour les élèves quand sa vitesse est inférieure à 6 km/h . Déterminer l'intervalle de temps durant lequel les élèves sont en sécurité.

$$\text{l'intervalle de temps donné est } [0; 3 - \sqrt{3}] \cup [3 + \sqrt{3}; 15]$$

Thien !

NOM: Thibaut Lomuel 1^{er}

Contrôle de maths 1^{ère} Spé

10/10

Exercice :

Soit la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{1-3x}{x^2-x-2}$

1. Donner le domaine de définition de f .

Il faut donc que la fonction est une fraction la valeur indéfinie sera $x^2-x-2=0$
 $\Rightarrow x_1 = -1 \quad x_2 = 2$

$\Rightarrow f(x) \in]-\infty; -1[\cup]1; 2[\cup]2; +\infty[$

2. Calculer la dérivée de la fonction f .

$$f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{-3(x^2-x-2) - (2x-1)(1-3x)}{(x^2-x-2)^2}$$

$$= \frac{-3x^2 + 3x + 6 - 2x + 6x^2 + 1 - 3x}{(x^2-x-2)^2} = \frac{3x^2 - 2x + 7}{(x^2-x-2)^2}$$

$f'(x) = \frac{3x^2 - 2x + 7}{(x^2-x-2)^2}$

Thien

3. Déterminer le signe de $f'(x)$ et les variations de f .

Comme le dénominateur est $(x^2-x-2)^2$ il sera toujours positif. Le signe de la dérivée dépend de $f'(x) = 3x^2 - 2x + 7$.

$\Rightarrow 3x^2 - 2x + 7 = 0$ a $\Delta x = b^2 - 4ac$
 $= (-2)^2 - 4 \times 3 \times 7$
 $= -80$

la fonction ne donc pas des racines

on dans $ax^2 + bx + c = f(x)$ et $a > 0$ et $\Delta < 0 \Rightarrow f(x) > 0$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$		+		
$f'(x)$	+	+	+	
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0

Thien

4. Donner une équation de la tangente (d) à la courbe C_f au point A d'abscisse -2

$y = f'(A)(x-A) + f(A)$ $f'(-2) = \frac{23}{16}$ $f(-2) = \frac{7}{4} = \frac{28}{16}$
 $y = \frac{23(x+2)}{16} + \frac{28}{16}$

$= \frac{23x + 46 + 28}{16} = \frac{23x + 74}{16}$

la tangente au point donné est $d(x) = \frac{23x + 74}{16}$

Thien

Exercice 1 :

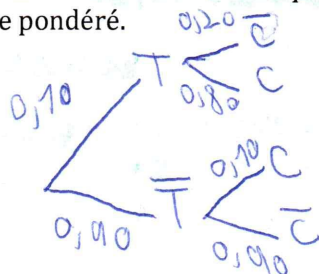
Un magasin vend des salons de jardin. Une enquête statistique a montré que :

- 10 % des personnes qui entrent dans le magasin achètent une table.
- Parmi les personnes qui achètent une table, 80 % achètent un lot de chaises.
- Parmi les personnes qui n'achètent pas de table, 10 % achètent un lot de chaises.

Une personne entre dans le magasin.

On note T l'événement : « La personne achète une table » et C : « La personne achète un lot de chaises ».

- 1) Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.



- 2) a) Calculer la probabilité que la personne achète une table et un lot de chaises.

$$P(T \cap C) = P(T) \times P(C) = 0,10 \times 0,80 = 0,08 = 8\% \text{ de chance.}$$

- b) Montrer que la probabilité que la personne achète un lot de chaises est égale à 0,17.

$$P(C) = P(T \cap C) + P(\bar{T} \cap C) = P(T \cap C) + P(\bar{T}) \times P(C) = 0,08 + 0,90 \times 0,10$$

$$P(C) = 0,08 + 0,09 = 0,17$$

- c) Décrire l'événement $\bar{C}$, et calculer sa probabilité.

$\bar{C}$ est l'événement « la personne n'achète pas de chaises ».

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,17 = 0,83$$

- d) On s'intéresse à une personne qui a acheté un lot de chaises, quelle est la probabilité qu'elle ait acheté aussi une table ?

$$P(T) = \frac{P(T \cap C)}{P(C)} = \frac{0,08}{0,17} \approx 0,47$$

- 3) A la fin de la journée, le directeur du magasin constate qu'il a réalisé en moyenne un bénéfice de 11,80 € par personne entrant dans le magasin.

On sait que le directeur a fait un bénéfice de 50 € par table vendue et on appelle x le bénéfice en euros qu'il a réalisé par lot de chaises vendues.

On appelle X le bénéfice réalisé par personne entrant dans le magasin.

- a) Compléter la loi de probabilité ci-dessous :

Montant X	0	50	x	$50 + x$
Probabilité p	$P(\bar{T}) = 0,90$	$P(T \cap \bar{C}) = 0,02$	$P(\bar{T} \cap C) = 0,09$	$P(T \cap C) = 0,08$

$$\begin{aligned} P(\bar{T}) &= P(\bar{T}) \times P(C) = 0,90 \times 0,10 = 0,09 \\ P(T \cap \bar{C}) &= P(T) \times P(\bar{C}) = 0,10 \times 0,90 = 0,09 \\ P(\bar{T} \cap C) &= 0,09 \\ P(T \cap C) &= 0,08 \end{aligned}$$

6) b) Montrer que l'espérance mathématique de cette loi est égale à : $E(X) = 5 + 0,17x$.

$$E(X) = 1 \times 0,01 + 4 \times 0,02 + 0,09 \times X + 0,08 \times (50 + X)$$

$$E(X) = 5 + 0,17x$$

c) En déduire le bénéfice x réalisé par lot de chaises.

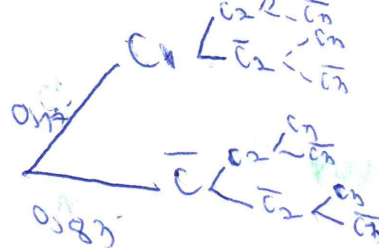
$$E(X) = 11,80 \Rightarrow 5 + 0,17x = 11,80$$

$$\Rightarrow 0,17x = 6,80$$

$$\Rightarrow x = \frac{6,80}{0,17} = 40 \text{ € / chaise}$$

4) On interroge au hasard trois clients successivement et indépendamment les uns des autres et l'on s'intéresse à l'achat éventuel de lots de chaises : C par les clients. On note Y la variable aléatoire comptabilisant le nombre de lots de chaises vendus.

a) Donner un arbre pondéré décrivant la situation.



b) Calculer la probabilité que deux d'entre eux exactement achètent un lot de chaises.

$$P(Y=2) = P(C_1 \text{ Oui}, C_2 \text{ Non}, C_3 \text{ Oui}) + P(C_1 \text{ Non}, C_2 \text{ Oui}, C_3 \text{ Oui}) + P(C_1 \text{ Oui}, C_2 \text{ Oui}, C_3 \text{ Non})$$

$$= (0,01 \times 0,98 \times 0,09) + (0,99 \times 0,02 \times 0,09) + (0,01 \times 0,02 \times 0,91)$$

$$P(Y=2) = 0,0071 \Rightarrow \text{il y a donc } 0,71\% \text{ de chance que exactement 2 achètent un lot de chaises}$$

Exercice 2: QCM

1. On considère une suite u_n définie pour tout entier naturel $n \geq 4$, quel est le cinquième terme de la suite ?

- a. u_8
- b. u_5
- c. u_9
- d. $u_{je \text{ m'enfiche j'ai envie d'être en vacances}}$

2. On définit la suite u_n par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{1+u_n} \end{cases}$

alors $u_4 = \dots$

- a. 1
- b. $\frac{1}{5}$
- c. $\frac{3}{5}$
- d. C'est quoi madame une suite ?

3. On considère la suite arithmétique u_n telle que $u_2 = 1$ et $u_7 = 3$. Alors la raison de cette suite est $r = \dots$

- a. $\frac{2}{5}$
- b. $\frac{1}{5}$
- c. 5
- d. Franchement je pense que c'est un piège et qu'en vrai, on ne peut pas savoir !

4. On considère la suite géométrique u_n de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 3$, alors $u_6 = \dots$

- a. 486
- b. 1 458
- c. 4 374
- d. La réponse d.

5. On considère une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 4$, alors $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{200} = \dots$

- a. 101 304
- b. 1 004
- c. 81 405
- d. Beaucoup trop...

6. On considère une suite géométrique de premier terme $u_0 = -17\,294\,403$ et de raison $q = \frac{1}{7}$, alors la somme des 9 premiers termes de cette suite est :

- a. $\frac{-1\,089\,547\,353}{7}$
- b. -20 176 803
- c. -20 176 800
- d. j'ai mal à la tête