

Algorithmique sur calculatrices

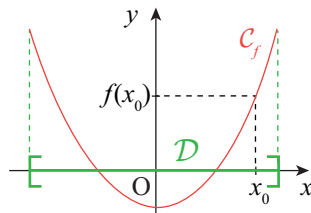
Langage	TI	Casio
Lecture	Prompt X	? → X
Affichage	Disp X	X▴
Affectation	I→X	I→X
Conditionnelle	If <i>Condition</i> Then <i>Instruction 1</i> Else <i>Instruction 2</i> End	If <i>Condition</i> : Then <i>Instruction 1</i> : Else <i>Instruction 2</i> : EndIf
Boucle avec compteur	For(X,1,N) <i>Instruction</i> End	For 1→X To N <i>Instruction</i> Next
Boucle "Tant que"	While <i>Condition</i> <i>Instruction</i> End	While <i>Condition</i> <i>Instruction</i> WhileEnd

Mémento Python

Instructions	Python 3
Lecture	X=input()
Affichage	print(X)
Affectation	X=1
Séquence d'instructions	Instruction 1 Instruction 2 etc.
Conditionnelle	if <i>Condition</i> : <i>Instruction 1</i> else: <i>Instruction 2</i>
Boucle bornée	for X in range(<i>début</i> , <i>fin</i>): <i>Instruction</i> (la valeur finale est exclue)
Boucle non bornée	while <i>Condition</i> : <i>Instruction</i>
Fonctions	def <i>f(x)</i> : <i>Instructions</i> return <i>valeur</i>
Appel	f(3) (image d'une constante) f(a) (image d'une variable) f() (fonction sans argument)

Vocabulaire des fonctions

Une fonction f est définie sur l'ensemble $\mathcal{D}$ si chaque élément de $\mathcal{D}$ a une image et une seule.
 $\mathcal{D}$: ensemble de définition de f .
 $f(x)$: image de x .
 x : un antécédent de $f(x)$.



Fonction strictement croissante

Si $u < v$ alors $f(u) < f(v)$.

Fonction strictement décroissante

Si $u < v$ alors $f(u) > f(v)$.

Fonction paire : pour tout $x \in \mathcal{D}$, $f(-x) = f(x)$. Exemple : $x \mapsto x^2$.
Fonction impaire : pour tout $x \in \mathcal{D}$, $f(-x) = -f(x)$. Exemples : $x \mapsto x$, $x \mapsto x^3$.

Fonctions affines

Il existe a et b deux réels tels que pour tout x réel : $f(x) = ax + b$

La fonction est représentée par la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = ax + b$.
 b : ordonnée à l'origine.
 a : coefficient directeur.
 $A(x_A; x_B)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts de $\mathcal{D}$. $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

Droites particulières

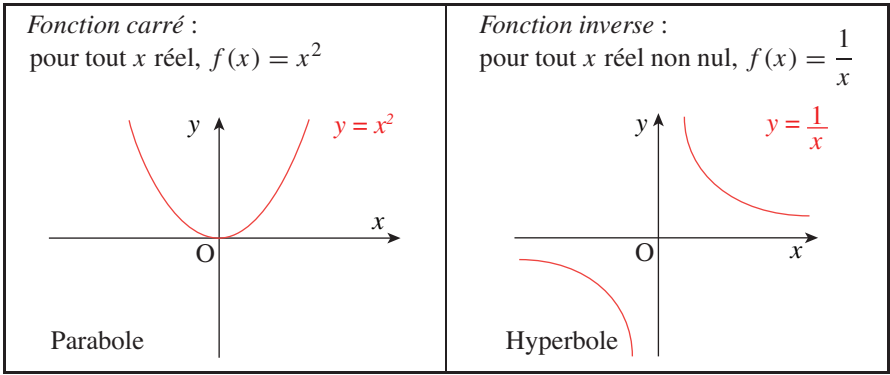
Fonction linéaire : pour tout x , $f(x) = ax$ (fonction affine avec $b = 0$).

La droite $\mathcal{D}$ passe par l'origine du repère. Les valeurs $f(x)$ et x sont proportionnelles.

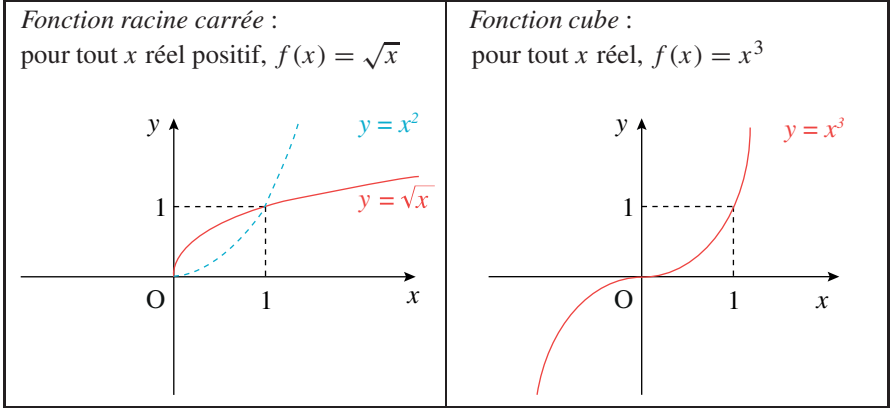
$x = c$ est l'équation d'une droite $\mathcal{D}$ parallèle à l'axe des y .

$\mathcal{D}$ ne représente pas une fonction car c a une infinité d'images.

Fonction carré, fonction inverse



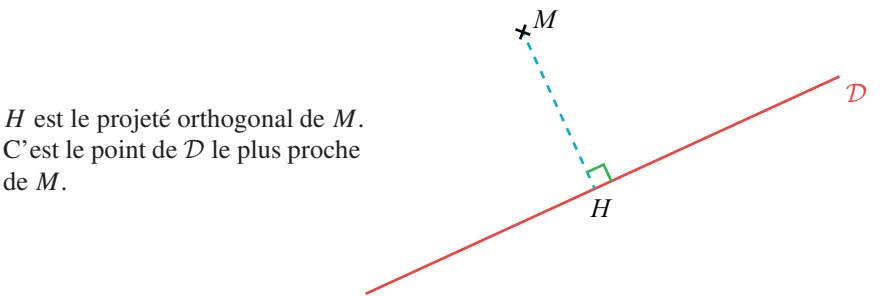
Fonction racine carrée, fonction cube



Arithmétique

- b est multiple de a (ou a est diviseur de b) s’il existe m entier tel que $b = am$.
- entier pair : multiple de 2 (sous la forme $2k$) ;
entier impair : sous la forme $2k + 1$ (avec $k \in \mathbb{Z}$).
- nombre premier : entier naturel avec exactement 2 diviseurs dans $\mathbb{N}$ comme 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc.

Projection orthogonale



Produits remarquables – Distributivité

Pour tous réels a, b, c, d et k , on a les égalités suivantes :

$$k(a + b) = ka + kb$$
$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Intervalles

$x \in [a; b] : a \leq x \leq b$	$x \in [a; +\infty[: a \leq x$
$x \in [a; b[: a \leq x < b$	$x \in]a; +\infty[: a < x$
$x \in]a; b] : a < x \leq b$	$x \in]-\infty; b] : x \leq b$
$x \in]a; b[: a < x < b$	$x \in]-\infty; b[: x < b$

• **Valeur absolue**

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$|a - b|$: distance entre les nombres a et b .

• **Intervalles centrés**

$|x - a| \leq r$ si et seulement si $x \in [a - r, a + r]$.
 $|x - a| < r$ si et seulement si $x \in]a - r, a + r[$.

Vocabulaire des ensembles

$a \in A$	a est élément de l’ensemble A .
$A \subset B$	A est un sous-ensemble (ou une partie) de l’ensemble B ; tous les éléments de A sont éléments de B .
Réunion $A \cup B$ (A union B)	ensemble des éléments de A et de B .
Intersection $A \cap B$ (A inter B)	ensemble des éléments communs de A et B .

• **Sous-ensembles de $\mathbb{R}$**

Un nombre réel est l’abscisse d’un point sur une droite.
 $\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels.

Désignation	Notation	Description	Exemples
Entiers naturels	$\mathbb{N}$	$\{0; 1; 2; \dots\}$	12; 78; 100
Entiers relatifs	$\mathbb{Z}$	$\{0; -1; +1; -2; \dots\}$	-100; -45; 89
Nombres décimaux	$\mathbb{D}$	$\frac{n}{10^p}$ ($n \in \mathbb{Z}, p \in \mathbb{N}$)	$-\frac{3}{10}$; $\frac{78}{100}$
Nombres rationnels	$\mathbb{Q}$	$\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{2}{7}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{100}{11}$

$\mathbb{N}^*, \mathbb{R}^*$, etc : ensemble sans l’élément 0.
 $\emptyset$: ensemble vide (sans élément).
 $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: ensemble des réels sans les rationnels (donc ensemble des irrationnels).
Inclusions : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Trigonométrie

Angle θ	30°	45°	60°
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

hypoténuse
côté adjacent
côté opposé

$$\cos \theta = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$
$$\sin \theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Relation fondamentale : $(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 = 1$

Vecteurs du plan

• **Coordonnées de $\vec{AB}$**

$$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

• **Norme $\|\vec{AB}\|$ ou longueur AB**

Dans un repère orthonormé :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

• **Milieu M de [AB]**

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$x_A, y_A, x_B, y_B, x_M, y_M$

• **Colinéarité et déterminant**

Soient k un réel et $\vec{u}$ un vecteur.
 $k\vec{u}$ est colinéaire à $\vec{u}$ (même direction).

Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$, le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est :

$$\text{Det}(\vec{u}, \vec{v}) = ad - bc$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\text{Det}(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

$\vec{u}, 3\vec{u}, -\vec{u}$

Si $\vec{u}(a; b)$ alors $k\vec{u}(ka; kb)$.

• **Règle du parallélogramme**

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \iff \text{ABCD parallélogramme.}$$

• **Relation de Chasles**

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Statistiques

Soit une série de p valeurs $x_1, \dots, x_p$, pondérées respectivement par $n_1, \dots, n_p$.

• **Moyenne pondérée**

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + \dots + n_px_p}{n_1 + \dots + n_p}$$

• **Linéarité de la moyenne**

k et c sont deux nombres réels.

$$\overline{kx} = k\bar{x} \quad \text{et} \quad \overline{x+c} = \bar{x} + c$$

• **Médiane**

Nombre m tel que la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à m et la moitié des valeurs sont supérieures ou égales à m .

• **Quartiles**

q_1, q_2, q_3 sont les plus petites valeurs de la série qui permettent de dire :
« Pour 25% des valeurs $x, x \leq q_1$ (50% pour q_2 , 75% pour q_3) ».
Écart inter-quartile : $q_3 - q_1$.

• **Écart-type**

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{n_1 + \dots + n_p}}$$

Probabilités

• **Univers d’une expérience aléatoire (Ω)**

Ensemble des n issues possibles de l’expérience : $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

$$0 \leq P(x_i) \leq 1 \text{ pour } 1 \leq i \leq n$$
$$P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n) = 1$$
$$P(\Omega) = 1 \text{ (événement certain)}$$
$$P(\emptyset) = 0 \text{ (événement impossible)}$$

• **Probabilité d’un événement A**

$A = \{x_1, \dots, x_k\}$ est un sous-ensemble de Ω . $P(A) = P(x_1) + \dots + P(x_k)$

Si les issues sont équiprobables :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

$\overline{A}$: événement contraire de A . $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

• **Probabilité de la réunion de deux événements A et B**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

• **Échantillon**

Suite de n résultats obtenue par répétition indépendante d’une même expérience.

• **Loi des grands nombres**

Si n est grand, la fréquence d’un événement observée sur un échantillon de taille n est, sauf exception, proche de sa probabilité. Par exemple pour un jeu de pile ou face, la proportion de « pile » est proche de 50% lorsqu’on effectue un grand nombre de lancers d’une pièce équilibrée.