

- 4 Le mot « UBUESQUE » comporte huit lettres dont deux sont répétées : le « U » est présent trois fois et le « E » l'est deux fois. S'il faut diviser le nombre de permutations par 2 (car il y a deux « E »), il ne suffit pas de diviser encore par 3 car il y a trois « U ». En effet, il faut diviser par $3! = 6$.

Pour mieux comprendre ceci, on peut prendre l'exemple du mot « AAAB » qui admet théoriquement $4! = 4 \times 3 \times 2$ permutations et qui admet pour anagrammes : « AAAB », « AABA », « ABAA » et « BAAA ». Il y en a donc $4 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4!}{3!}$.

Ainsi, il y a $\frac{8!}{2 \times 3!} = 3\,360$ anagrammes différents au mot « UBUESQUE ».

➔ À RETENIR

Si un mot de n lettres comporte k lettres identiques, il y a $\frac{n!}{k!}$ anagrammes différents de ce mot.

S'il comporte k lettres identiques et p autres lettres identiques différentes des premières alors il y a $\frac{n!}{k! \times p!}$ anagrammes différents.

Remarque : on peut raisonner différemment en disant que trouver un anagramme du mot revient à :

- placer 3 lettres « U » parmi les 8 positions possibles : il y a $\binom{8}{3}$ possibilités ;
- placer 2 lettres « E » parmi les $8 - 3 = 5$ positions restantes : il y a $\binom{5}{2}$ possibilités ;
- trouver le nombre d'anagrammes sur les $5 - 2 = 3$ lettres restantes : il y a $3!$ possibilités.

On arrive alors à $\binom{8}{3} \times \binom{5}{2} \times 3! = 3\,360$ anagrammes différents.

22 Groupes d'une classe

Énoncé
p. 295

Lycée La Bruyère, Versailles

- 1 C'est une question classique où l'on doit trouver le nombre de sous-ensembles à 7 éléments pris dans un ensemble à 35 éléments. Le nombre total de combinaisons est donc :

$$\binom{35}{7} = 6\,724\,520.$$

- 2 Dans la mesure où il n'y a que 7 élèves dans la catégorie 1, il n'y a qu'une possibilité de former un groupe de 7 élèves avec les élèves de cette catégorie.