

Chapitre

4

Énergie mécanique

Plan du chapitre

1. Introduction
2. Énergie d'un point en mouvement
3. Travail et considérations énergétiques

1 Introduction

Exercice type

Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

 Retrouvez le corrigé de cet exercice en vidéo avec 

Un pendule simple est constitué d'un boulet assimilable à un point matériel, de masse $m = 7,0 \text{ kg}$, attachée à un fil inextensible de longueur $L = 2,0 \text{ m}$. L'ensemble est fixé en un point A et on considère que les forces de frottements sont négligeables.

- 1 On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 50^\circ$ (position I du boulet). On la lâche sans vitesse initiale. On repère la position du pendule par la valeur θ de l'angle que fait le fil avec la verticale. Faire un schéma.
Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur du pendule en fonction de m , g , L et θ .
- 2 Quelle est la valeur de θ la plus grande au cours des oscillations ? Justifier.
- 3 Donner l'expression littérale de l'énergie potentielle de pesanteur maximale du pendule.
- 4 Quelle est la valeur de la vitesse du boulet lorsqu'elle passe en O (position d'équilibre) ? Montrer que cette vitesse ne dépend pas de la masse du boulet.

Donnée : intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Voir corrigé page 102

Ce chapitre a pour but de présenter les notions d'énergie cinétique, d'énergie potentielle et d'énergie mécanique. Nous verrons également comment est défini le travail d'une force et les applications que peut avoir cette notion. Enfin, nous verrons comment identifier les situations de conservation et de non conservation de l'énergie mécanique.

2 Énergie d'un point en mouvement

2.1 Énergie potentielle et énergie cinétique

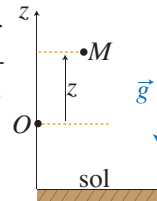
2.1.1 - Énergie potentielle de pesanteur

Définition 1

Au voisinage de la Terre, là où le champ de pesanteur est quasi uniforme et d'intensité g (en $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$), l'énergie potentielle de pesanteur d'un point M (en kg) de cote verticale z (en m), vaut :

$$E_{pp}(M) = mgz + E_0 \text{ (en joule)}$$

où E_0 est une constante arbitraire.



Remarque : la constante E_0 peut être définie en choisissant l'origine des énergies potentielles de pesanteur à la cote z_{ref} (ce qui revient à supposer nulle E_{pp} en $z = z_{\text{ref}}$). Dans ce cas, l'expression de E_{pp} devient :

$$E_{pp}(M) = mg(z - z_{\text{ref}}) \text{ car } E_0 = -mgz_{\text{ref}}. \quad (6)$$

⚠ ATTENTION

La cote z représente souvent une altitude, c'est-à-dire une cote par rapport au sol ou au niveau de la mer. Il faut alors convenir de l'existence d'altitudes négatives qui correspondent à des points situés sous la surface du sol ou de la mer.

Puisque la constante E_0 peut être définie arbitrairement, l'énergie potentielle de pesanteur de deux points :

$$E_{pp}(A) = mgz_A + E_0 \text{ et } E_{pp}(B) = mgz_B + E_0$$

n'est jamais connue qu'à une constante près. En revanche, la variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mg(z_B - z_A)$$

est parfaitement déterminée.

➡ À RETENIR : méthode

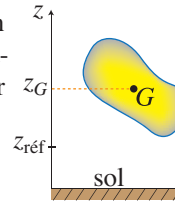
En choisissant l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur au niveau du sol (ou de la mer) et en notant z l'altitude d'un point M , l'expression (6) de l'énergie potentielle de pesanteur de M se simplifie :

$$E_{pp}(M) = mgz.$$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

Remarque : l'énergie potentielle de pesanteur d'un corps non ponctuel, de masse m et de centre de gravité G s'identifie à l'énergie potentielle de pesanteur du point G qui posséderait la masse m :

$$E_{pp}(\text{corps}) = mgz_G + E_0.$$



2.1.2 - Énergie cinétique

Définition 2

L'énergie cinétique d'un point de masse m (en kg) et de vitesse v (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) vaut :

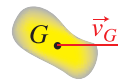
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \text{ (en joule).}$$

⚠ ATTENTION

La définition précédente ne peut être utilisée qu'à condition que la vitesse soit exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans tout autre cas, il faudrait convertir la vitesse dans cette unité. Notamment, on rappelle que :

$$1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3,6 \text{ km/h} \Leftrightarrow 1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (7)$$

Remarque : l'énergie cinétique d'un solide en translation, de masse m et de centre de gravité G , se confond à celle du point G , de vitesse v_G , qui aurait la masse m :



$$E_c(\text{solide en translation}) = \frac{1}{2}mv_G^2.$$

2.2 Énergie mécanique

Définition 3

L'énergie mécanique d'un point matériel M est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :

$$E_m(M) = E_c(M) + E_p(M).$$

Remarque : si un point matériel M est soumis à plusieurs forces qui dérivent chacune d'une énergie potentielle $E_{pi}(M)$, son énergie potentielle résultante est la somme des énergies potentielles (même si ces énergies potentielles ont des origines différentes, par exemple gravitationnelle, électrique, ...) :

$$E_p(M) = E_{p1}(M) + E_{p2}(M) + \dots$$

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

2.3 Conservation et non conservation de l'énergie mécanique



Retrouvez en vidéo le principe de conservation de l'énergie mécanique avec



2.3.1 - En l'absence de frottements

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique d'un point matériel se conserve. La conservation de l'énergie mécanique d'un point matériel M , de masse m , est souvent exploitée pour calculer la vitesse finale du point (v_f), dont on connaît la vitesse initiale (v_i) :

- Exprimer l'énergie mécanique de M aux points M_i et M_f de sa trajectoire.
- Écrire l'équation traduisant la conservation de son énergie mécanique, notamment aux points M_i et M_f , où sa vitesse vaut v_i et v_f respectivement :

$$E_m(M_f) = E_m(M_i) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 + E_p(M_f) = \frac{1}{2} m v_i^2 + E_p(M_i).$$

- Résoudre l'équation précédente et en déduire v_f :

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2}{m} \times [E_p(M_i) - E_p(M_f)]}.$$

Lorsqu'un système est composé de plusieurs points ($A, B, \dots$), éventuellement en interaction (par exemple des particules chargées électriquement), l'absence de frottements induit la conservation de l'énergie mécanique de l'ensemble du système :

$$E_m(\text{système}) = \text{cte} \Leftrightarrow E_m(A) + E_m(B) + \dots = \text{cte}.$$

2.3.2 - En présence de frottements

Lorsque les frottements apparaissent au cours du mouvement d'un corps :

- son énergie mécanique diminue généralement : $\Delta E_m < 0$;
- l'énergie mécanique est souvent transformée en énergie thermique qui peut éventuellement provoquer un échauffement.

3 Travail et considérations énergétiques

3.1 Travail d'une force constante

On considère une force constante $\vec{F}$ appliquée au système étudié. Au cours du temps, le point d'application de cette force se déplace du point A au point B. On appelle travail de la force $\vec{F}$ entre les points A et B, et on note $W_{A \rightarrow B}^{\vec{F}}$, la quantité $\vec{F} \cdot \vec{AB}$. On veillera au fait que cette expression n'est valable que si la force est constante.

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

À RETENIR

$$W_{A \rightarrow B}^{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} \quad \text{où } \vec{F} \text{ est constante.}$$

Dans les unités du Système International, le travail s'exprime en joules, de symbole J.

Un travail positif est qualifié de travail moteur. Un travail négatif est un travail résistant. Le travail d'une force constante entre A et B ne dépend pas du chemin suivi pour aller de A à B, qui peut être absolument quelconque.

Cas particulier du travail du poids :

À RETENIR

Le travail effectué par le poids d'un système de masse m , entre les points A et B, est :

$$W_{A \rightarrow B}^{\vec{P}} = mg(z_A - z_B),$$

où z_A (resp. z_B) est l'altitude du point A (resp. du point B), comptée positivement vers le haut.

On peut ainsi définir l'énergie potentielle de pesanteur :

$$E_p = mgz.$$

Le travail du poids entre deux points A et B est alors donné par :

$$W_{A \rightarrow B}^{\vec{P}} = E_p(A) - E_p(B).$$

Un système est dit *conservatif* (ou *non dissipatif*) si le travail des forces auxquelles il est soumis ne dépend que du point d'arrivée et du point de départ, pas du chemin suivi. Le poids est ainsi une force conservative, et un pendule simple pesant (système que nous aurons l'occasion de revoir) est un système conservatif. Un système soumis à une force de frottement fluide n'est pas conservatif. Les forces de frottement, ceci sera revu dans les études ultérieures, dégradent leur travail en chaleur. On dit alors que le système est *dissipatif*.

L'énergie mécanique d'un système est égale à la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :

$$E_m = E_c + E_p,$$

où l'énergie cinétique E_c est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2,$$

m étant la masse du système et v sa vitesse dans le référentiel d'étude. L'énergie mécanique d'un système conservatif se conserve au cours du temps, et la variation de l'énergie mécanique d'un système dissipatif entre un état initial et un état final est égal au travail des forces de frottement entre ces deux états.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

3.2 Théorème de l'énergie cinétique

On étudie un solide S en translation dans un référentiel galiléen. La variation d'énergie cinétique de S , entre deux instants A et B , est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées à S .

À RETENIR

$$\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = \Sigma W_{A \rightarrow B}^{\vec{f}}$$

On se souviendra que cette relation n'est vraie que dans un référentiel galiléen.

On définit l'énergie mécanique d'un système conservatif comme étant la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique. Dans ces conditions, le théorème de l'énergie cinétique prend une forme différente, plus simple, qui s'énonce comme suit. L'énergie mécanique d'un système conservatif est constante au cours du temps.

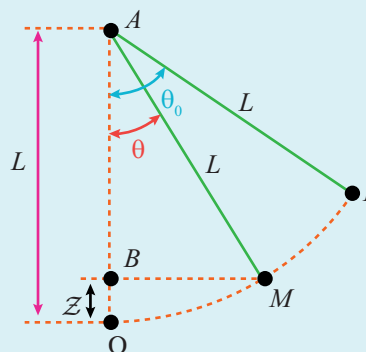
Solution de l'exercice type

Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

Retrouvez le corrigé de cet exercice en vidéo avec 

1 Soient :

- I la position initiale du boulet ;
- M la position du boulet à un instant quelconque ;
- O la position d'équilibre du boulet.



On choisit la position d'équilibre O comme origine des altitudes et par convention, on pose :

$$E_{pp}(0) = 0.$$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

➔ Solution de l'exercice type

Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

Si on note z l'altitude de M par rapport à celle de O , on a :

$$E_{pp}(M) = mgz.$$

Soit B le projeté orthogonal de M sur $[OA]$; on a :

$$z = OB = OA - AB = L - AB.$$

Dans le triangle rectangle ABM , on a :

$$\cos \theta = \frac{AB}{AM} = \frac{AB}{L} \Rightarrow AB = L \cos \theta.$$

On a ainsi :

$$z = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta).$$

Donc finalement,

$$E_{pp}(M) = mgL(1 - \cos \theta).$$

- 2** Soit v_M la vitesse du pendule en M , à partir de laquelle est définie son énergie cinétique :

$$E_c(M) = \frac{1}{2}mv_M^2$$

d'où découle l'expression de l'énergie mécanique en M :

$$E_m(M) = E_{pp}(M) + E_c(M) = mgL(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}mv_M^2.$$

En outre, au point I , le pendule est lâché avec une vitesse $v_I = 0$ et un angle θ_0 ; son énergie mécanique vaut alors, conformément à la relation précédente :

$$E_m(I) = mgL(1 - \cos \theta_0) + \frac{1}{2}mv_I^2 = mgL(1 - \cos \theta_0).$$

Or, l'absence de frottements autorise la conservation de l'énergie mécanique du pendule :

$$\begin{aligned} E_m(M) = E_m(I) &\Rightarrow mgL(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}mv_M^2 = mgL(1 - \cos \theta_0) \\ &\Rightarrow -gL \cos \theta + \frac{1}{2}v_M^2 = -gL \cos \theta_0 \\ &\Rightarrow \frac{1}{2}v_M^2 = gL(\cos \theta - \cos \theta_0) \end{aligned} \quad (8)$$

Enfin, puisque $v_M^2 \geq 0$ (tout carré est positif ou nul), il s'ensuit que :

$$\cos \theta - \cos \theta_0 \geq 0 \Rightarrow \cos \theta \geq \cos \theta_0 \Rightarrow \theta \leq \theta_0.$$

Cette inéquation montre que θ_0 est la plus grande valeur accessible à θ .

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

➔ Solution de l'exercice type (suite)

Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

- 3 Puisque $E_{pp} = mgL(1 - \cos \theta)$ et d'après ce qui précède, l'énergie potentielle du pendule devient maximale lorsque $\theta = \theta_0$:

$$E_{pp\max} = mgL \times (1 - \cos \theta_0).$$

- 4 La relation (8) est vérifiée pour toute position de M du pendule, en particulier lorsque M occupe la position de O , pour laquelle $\theta = 0$.
On a alors $\cos \theta = 1$ et :

$$\begin{aligned} E_m(0) &= \frac{1}{2} v_O^2 \\ &= gL(1 - \cos \theta_0) \end{aligned}$$

donc :

$$v_O = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta_0)}.$$

On a montré que la valeur de v_O ne dépend pas de la masse du boulet.

Application numérique :

$$v_O = \sqrt{2 \times 10 \times 2 \times [1 - \cos(50^\circ)]} \approx 3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Voir énoncé page 97

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

1 QCM Connaissance du cours

10 min Corrigé p. 111

- 1 Un point matériel M , de masse $m = 200 \text{ g}$, est placé à une altitude z dans le champ de pesanteur d'intensité $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. L'origine des énergies potentielles de pesanteur étant choisie à l'altitude $z_{\text{ref}} = 10 \text{ m}$, l'énergie potentielle de pesanteur de M (en joule) vaut :

a $E_{pp} = mgz - 20$	b $E_{pp} = mgz$
c $E_{pp} = mgz + 20$	d $E_{pp} = mgz - 2$
- 2 Une vitesse peut être exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ou en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, avec la loi de conversion :

a $1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{1}{36} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	b $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
c $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{1}{36} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$	d $1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- 3 Un point de masse m (en kg) et de vitesse v (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) possède l'énergie cinétique :

a $E_c = mv^2$	b $E_c = 2mv^2$	c $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
-----------------------	------------------------	----------------------------------
- 4 L'énergie mécanique d'un point matériel soumis au champ de pesanteur :

a est définie par $E_m = E_c - E_{pp}$;
b est constante en l'absence de frottements ;
c est toujours constante à la surface de la Terre.

2 QCM Transfert d'énergie

15 min Corrigé p. 111

Un marteau-pilon, de masse $m = 2 \text{ tonnes}$, tombe d'une hauteur $h = 3 \text{ m}$ sur un objet en aluminium de masse $m' = 20 \text{ kg}$. Sa vitesse initiale est nulle. Les frottements sont négligés lors de la chute. L'augmentation de la température de l'objet lors du choc est notée $\Delta\theta$.

- 1 L'énergie thermique reçue par l'objet vaut (en joule) :

a $Q = 18\,080 \times \Delta\theta$	b $Q = 18,1 \times \Delta\theta$
c $Q = 0,904 \times \Delta\theta$	d $Q = 904 \times \Delta\theta$
- 2 L'énergie potentielle de pesanteur du marteau pilon varie de la quantité :

a $\Delta E_{pp} = -20\,000 \text{ J}$	b $\Delta E_{pp} = -6 \cdot 10^4 \text{ J}$
c $\Delta E_{pp} = 2 \cdot 10^6 \text{ J}$	d $\Delta E_{pp} = 6 \cdot 10^5 \text{ J}$
- 3 Calculer l'énergie cinétique du marteau-pilon juste avant le choc avec l'objet en aluminium.

a $E'_c = 0 \text{ J}$	b $E'_c = 6 \cdot 10^4 \text{ J}$
c $E'_c = 2\,000 \text{ J}$	d $E'_c = 6\,000 \text{ J}$

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

INTERROS

- 4** Que vaut la vitesse du marteau-pilon juste avant le choc avec l'objet ?
- a** $v' = 7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **b** $v' = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
c $v' = 7,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ **d** $v' = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
- 5** En supposant que l'énergie cinétique du marteau-pilon soit intégralement transformée, lors du choc, en énergie thermique, calculer $\Delta\theta$.
- a** $\Delta\theta = 5,5^\circ\text{C}$ **b** $\Delta\theta = 3,3^\circ\text{C}$
c $\Delta\theta = 10,8^\circ\text{C}$ **d** $\Delta\theta = 21,1^\circ\text{C}$

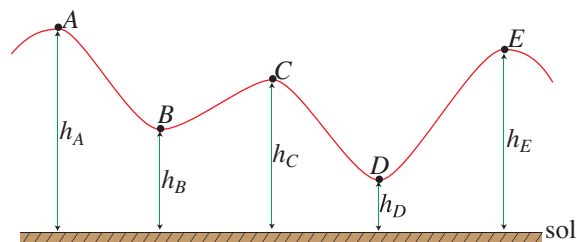
Données :

- capacité thermique massique de l'aluminium : $c = 0,904 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$;
- intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

3 Énergie mécanique

20 min Corrigé
p. 112

Dans un parc d'attraction, un wagonnet de masse $m = 65 \text{ kg}$ se déplace sur des rails dont le profil est donné sur le schéma suivant :



L'intensité de la pesanteur vaut $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Les hauteurs des différents points A, B, C, D et E sont repérées par rapport au sol et ont pour valeurs :

$$\begin{array}{lll} h_A = 20 \text{ m} & h_B = 10 \text{ m} & h_C = 15 \text{ m} \\ h_D = 5 \text{ m} & h_E = 18 \text{ m} & \end{array}$$

- 1** Lorsque le wagonnet passe de A à B, puis de B à C, son énergie potentielle de pesanteur varie respectivement de $\Delta E_{pp}(A/B)$ et $\Delta E_{pp}(B/C)$, tels que :
- a** $\Delta E_{pp}(A/B) = 6\,500 \text{ J}$ et $\Delta E_{pp}(B/C) = 3\,250 \text{ J}$;
b $\Delta E_{pp}(A/B) = -3\,250 \text{ J}$ et $\Delta E_{pp}(B/C) = 6\,500 \text{ J}$;
c $\Delta E_{pp}(A/B) = -6\,500 \text{ J}$ et $\Delta E_{pp}(B/C) = 3\,250 \text{ J}$;
d $\Delta E_{pp}(A/B) = 3\,250 \text{ J}$ et $\Delta E_{pp}(B/C) = -6\,500 \text{ J}$.

On admet, pour toute la suite, qu'il n'y a pas de frottements.

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

- 2** Lorsque le wagonnet passe de A à E , son énergie potentielle de pesanteur et son énergie mécanique varient respectivement de :
- a** $\Delta E_{pp}(A/E) = 0 \text{ J}$ et $\Delta E_m(A/E) = 1\,300 \text{ J}$;
b $\Delta E_{pp}(A/E) = -1\,300 \text{ J}$ et $\Delta E_m(A/E) = 0 \text{ J}$;
c $\Delta E_{pp}(A/E) = 1\,300 \text{ J}$ et $\Delta E_m(A/E) = 0 \text{ J}$;
d $\Delta E_{pp}(A/E) = -1\,300 \text{ J}$ et $\Delta E_m(A/E) = -3\,250 \text{ J}$.
- 3** Le wagonnet part de A sans vitesse initiale. Calculer sa vitesse au point B .
- a** $v_B = 12,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **b** $v_B = 14,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
c $v_B = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **d** $v_B = 11,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- 4** Le wagonnet part de A avec une vitesse initiale $v_A = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer sa vitesse au passage en E .
- a** $v_E = 6,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **b** $v_E = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
c $v_E = 7,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **d** $v_E = 8,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

4 Énergie cinétique



5 min

Corrigé
p. 114

Lycée Félix Faure, Beauvais

La vitesse d'une balle déterminée a été enregistrée à $269 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Calculer l'énergie cinétique que posséderait cette balle de masse égale à $58,4 \text{ g}$.

5 Énergie mécanique d'un TGV



5 min

Corrigé
p. 114

Lycée Bellevue, Toulouse

Un TGV atlantique, de masse $m = 500$ tonnes, roule à $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur une voie rectiligne et horizontale. Subissant un arrêt d'urgence, il bloque ses roues et stoppe au bout de $3\,300 \text{ m}$.

- 1** Quelle est la variation de son énergie cinétique lors du freinage (expression littérale puis calcul en respectant les unités) ?
- 2** Quelle est le mode de transfert de cette énergie ?
- 3** En supposant qu'elle a été constante tout au long du processus, déterminer la norme de la force de freinage.

6 Énergie mécanique



10 min

Corrigé
p. 115

Lycée Félix Faure, Beauvais

On lance une petite pierre de masse $m = 100 \text{ g}$ verticalement, vers le haut. La pierre part d'un point O , pris comme origine des altitudes, avec une vitesse initiale $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On néglige l'action de l'air.

Calculer l'altitude maximale atteinte.

Donnée : intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

7 Skieur



15 min

Corrigé
p. 116

Lycée Lakanal, Sceaux

Un skieur est initialement à l'arrêt sur une piste formant un angle de $\alpha = 15^\circ$ avec l'horizontale. Il se laisse glisser dans le sens de la pente. On supposera que les forces de frottement sont négligeables, le skieur n'est donc soumis qu'à son poids (vertical) et à la réaction du sol (perpendiculaire à la piste).

Quelle vitesse le skieur aura-t-il atteint lorsqu'il aura parcouru une distance $d = 25 \text{ m}$?

Données : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

8 Cycliste en roue libre

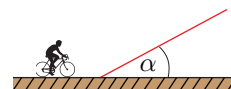


15 min

Corrigé
p. 116

Lycée Sainte-Marie, Antony

Un cycliste roule sur une route plane et horizontale à la vitesse $V = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Arrivant au pied d'une montée, il cesse de pédaler. Quelle distance parcourt-il sur la pente, si on néglige les frottements?



Données :

- intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- la pente est de 15%, ce qui signifie qu'en parcourant 100 m dans la pente, le cycliste monte de 15 m.

9 Chute d'une pièce de 5 centimes



15 min

Corrigé
p. 117

Lycée Lakanal, Sceaux

On lâche sans vitesse initiale une pièce de 5 centimes de masse $m = 4,0 \text{ g}$ du haut de la tour Montparnasse à 210 m d'altitude.

- 1 Estimer la vitesse qu'aurait la pièce au moment où elle touche le sol en l'absence de frottements :

- (a) En utilisant le principe de conservation de l'énergie mécanique.
- (b) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

- 2 En réalité, la pièce arrive au sol avec une vitesse de $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Déterminer l'énergie perdue par frottement.

Données : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

10 Saut en hauteur



30 min

Corrigé
p. 118

Lycée Saint-Pierre, Brunoy

Cet exercice étudie le franchissement d'une barre positionnée à 2,45 m lors d'un record mondial de saut en hauteur.

L'athlète, de masse $m = 85,0$ kg, sera modélisé uniquement par son centre d'inertie G situé à 1,00 m du sol au départ.

- 1 Au cours du saut, son centre d'inertie G passe par un point haut situé à 1,00 cm au dessus de la barre.

Quelle est la variation d'énergie potentielle de pesanteur lors du saut ?

- 2 Après sa course d'élan, l'athlète possède la vitesse $v = 5,55$ m · s⁻¹ au pied de la barre.

Quelle hauteur théorique peut-il atteindre si on suppose que toute son énergie cinétique initiale est convertie en énergie potentielle de pesanteur ?

- 3 En fait, au point le plus haut, le sauteur conserve un peu d'énergie cinétique car la composante horizontale de sa vitesse ne s'annule pas ; elle a pour valeur 0,63 m · s⁻¹.

Calculer la somme des énergies cinétique et potentielle de l'athlète au départ du saut puis au point le plus haut. Conclure.

Donnée : intensité de la pesanteur : $g = 10$ N · kg⁻¹.

11 Lancer d'une pierre



30 min

Corrigé
p. 120

Lycée Félix Faure, Beauvais

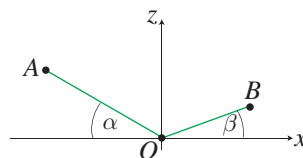
Un petit objet S , presque ponctuel, de masse $m = 100$ g, peut se déplacer sur deux plans inclinés, dont les coupes OA et OB sont représentées ci-dessous :

On donne :

$$OA = 3,00 \text{ m} \quad \alpha = 30^\circ$$

$$OB = 2,00 \text{ m} \quad \beta = 20^\circ$$

On repère la position de l'objet par son abscisse x sur un axe horizontal d'origine O .



Le point O sera choisi comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

- 1 Quelles sont les coordonnées de A et B ?
- 2 Exprimer, en fonction de x , l'énergie potentielle de pesanteur de l'objet, dans le champ de pesanteur vertical, dirigé selon Oz (on considérera les deux cas : $x < 0$ et $x > 0$).
- 3 L'objet passe de A à B . Calculer la variation d'énergie potentielle de pesanteur ΔE_{pp} .
- 4 L'objet étant lâché sans vitesse initiale en A , calculer son énergie cinétique $E_c(B)$ en B .

Les frottements sont négligeables.

Donnée : intensité de la pesanteur : $g = 10$ N · kg⁻¹.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

12 Système à deux mobiles reliés



40 min

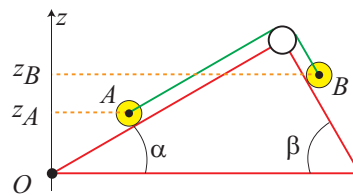
Corrigé
p. 122

Lycée Fustel de Coulanges, Massy

Le dispositif représenté ci-dessous est formé de deux mobiles A et B reposant sur deux plans inclinés et reliés par un fil inextensible passant par une poulie.

La poulie et le fil ont des masses négligeables.

On suppose les frottements également négligeables.



Les masses des mobiles sont égales et valent $m = 2,0 \text{ kg}$.

- 1** Le système est initialement maintenu dans une position telle que la différence d'altitude des mobiles vaut $z_B - z_A = 0,50 \text{ m}$.

En prenant l'énergie potentielle de pesanteur de A nulle dans cette position initiale, calculer l'énergie potentielle de pesanteur de B .

- 2** On abandonne le système ; B entraîne A . Exprimer la vitesse des corps A et B lorsque ceux-ci se sont déplacés d'une longueur ℓ sur les plans inclinés.

Faire l'application numérique avec $\ell = 20 \text{ cm}$, $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 60^\circ$.

Donnée : intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

1 QCM Connaissance du cours

Enoncé
p. 105

- 1 L'énergie potentielle de pesanteur vaut :

$$\begin{aligned} E_{pp} &= mg(z - z_{\text{ref}}) = mgz - mgz_{\text{ref}} \\ &= mgz - 0,2 \times 10 \times 10 \\ \Rightarrow E_{pp} &= mgz - 20 \text{ (réponse [a])}. \end{aligned}$$

- 2 Conformément au rappel (7) de la page 99, la conversion entre les unités de vitesse s'écrit :

$$1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{1}{3,6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \Leftrightarrow 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \text{ (réponse [b])}.$$

- 3 Par définition, l'énergie cinétique d'un point matériel de masse m et de vitesse v est définie par :

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \text{ (réponse [c])}.$$

- 4 Un point matériel d'énergie cinétique E_c et d'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} a une énergie mécanique définie par :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

qui est constante en l'absence de frottements (réponse [b]).

2 QCM Transfert d'énergie

Enoncé
p. 105

- 1 En l'absence de changement d'état, la température d'un objet de masse $m' = 20 \text{ kg}$ et de capacité thermique $c = 904 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ varie de $\Delta\theta$ s'il reçoit l'énergie (sous forme thermique) :

$$Q = m'c \Delta\theta = 20 \times 904 \times \Delta\theta \Rightarrow Q = 18\,080 \times \Delta\theta \text{ (réponse [a])}.$$

- 2 Le marteau-pilon passe d'une altitude z_A à une altitude z_B , auquel cas son énergie potentielle de pesanteur passe de :

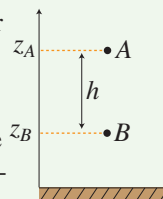
$$E_{pp}(A) = mgz_A + E_0 \text{ à } E_{pp}(B) = mgz_B + E_0$$

où E_0 est une constante. C'est pourquoi, au cours de la chute, l'énergie potentielle de pesanteur du marteau-pilon varie de la quantité :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp} &= E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mg(z_B - z_A) \\ &= -mgh \text{ car } h = z_A - z_B \\ &= -2\,000 \times 10 \times 3 \Rightarrow \Delta E_{pp} = -6 \cdot 10^4 \text{ J (réponse [b])}. \end{aligned}$$

- 3 Lorsqu'il est en A, le marteau-pilon présente une vitesse nulle ($v_A = 0$) et donc une énergie cinétique nulle :

$$E_c(A) = \frac{1}{2} mv_A^2 = 0.$$



COURS

INTERROS

CORRIGÉS

En revanche, lorsqu'il est en B , son énergie cinétique prend une valeur $E'_c = E_c(B)$.

Or, en A et en B , l'énergie mécanique du marteau-pilon vaut :

$$E_m(A) = E_{pp}(A) + E_c(A) = E_{pp}(A)$$

et

$$E_m(B) = E_{pp}(B) + E_c(B) = E_{pp}(B) + E'_c.$$

L'absence de frottements se traduit alors par la conservation de l'énergie mécanique :

$$\begin{aligned} E_m(B) = E_m(A) &\Rightarrow E_{pp}(B) + E'_c = E_{pp}(A) \\ &\Rightarrow E'_c = E_{pp}(A) - E_{pp}(B) = -\Delta E_{pp} \\ &\Rightarrow E'_c = 6.10^4 \text{ J (réponse [b]).} \end{aligned}$$

- 4 L'énergie cinétique du marteau-pilon E'_c est définie à partir de sa vitesse v' juste avant le choc avec l'objet :

$$\begin{aligned} E'_c = \frac{1}{2} m v'^2 &\Rightarrow v' = \sqrt{\frac{2E'_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.10^4}{2\,000}} \\ &\Rightarrow v' \approx 7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (réponse [a]).} \end{aligned}$$

- 5 En supposant que l'énergie cinétique du marteau-pilon soit intégralement transformée en énergie thermique, on suppose que $Q = E'_c$, c'est-à-dire, compte tenu des résultats aux questions 1 et 3 :

$$18\,080 \times \Delta\theta = 6.10^4 \Rightarrow \Delta\theta = 3,3^\circ\text{C} \text{ (réponse [b]).}$$

3 QCM Énergie mécanique

Enoncé
p. 106

- 1 En A , B et C , d'altitudes respectives h_A , h_B et h_C , le wagonnet possède les énergies potentielles de pesanteur respectives :

$$E_{pp}(A) = mgh_A + E_0, E_{pp}(B) = mgh_B + E_0, E_{pp}(C) = mgh_C + E_0$$

où E_0 est une constante. Donc, entre A et B d'une part et entre B et C d'autre part, l'énergie potentielle de pesanteur du wagonnet varie des quantités :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp}(A/B) &= E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mg(h_B - h_A) \quad (9) \\ &= 65 \times 10 \times (10 - 20) \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp}(B/C) &= E_{pp}(C) - E_{pp}(B) = mg(h_C - h_B) \\ &= 65 \times 10 \times (15 - 10) \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\Delta E_{pp}(A/B) = -6\,500 \text{ J et } \Delta E_{pp}(B/C) = 3\,250 \text{ J (réponse [c]).}$$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

- 2** De même, lorsque le wagonnet se trouve en A ou en E , son énergie potentielle de pesanteur prend les valeurs respectives :

$$E_{pp}(A) = mgz_A + E_0 \text{ et } E_{pp}(E) = mgh_E + E_0.$$

Donc, lorsque le wagonnet passe de A à E , son énergie potentielle de pesanteur varie de la quantité :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp}(A/E) &= E_{pp}(E) - E_{pp}(A) = mg(h_E - h_A) \quad (10) \\ &= 65 \times 10 \times (18 - 20) \end{aligned}$$

tandis que son énergie mécanique E_m ne varie pas en l'absence de frottements. C'est pourquoi :

$$\Delta E_{pp}(A/E) = -1\,300 \text{ J et } \Delta E_m(A/E) = 0 \text{ J (réponse **B**).$$

- 3** En A , la vitesse du wagonnet est nulle, donc son énergie cinétique $E_c(A)$ aussi. C'est pourquoi son énergie mécanique vaut :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = E_{pp}(A).$$

En revanche, la vitesse v_B du wagonnet en B lui confère une énergie cinétique $E_c(B) = \frac{1}{2}mv_B^2$ et donc une énergie mécanique :

$$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + E_{pp}(B).$$

Enfin, l'absence de frottements justifie la conservation de l'énergie mécanique du wagonnet entre A et B , ce qui impose :

$$\begin{aligned} E_m(B) = E_m(A) &\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + E_{pp}(B) = E_{pp}(A) \\ &\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = E_{pp}(A) - E_{pp}(B) \end{aligned}$$

c'est-à-dire, compte tenu de l'identité (9) :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp}(A/B) &= E_{pp}(B) - E_{pp}(A) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = -\Delta E_{pp}(A/B) \\ \Rightarrow v_B &= \sqrt{-\frac{2}{m} \Delta E_{pp}(A/B)} = \sqrt{-\frac{2}{65} \times (-6\,500)} \\ \Rightarrow v_B &\approx 14,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (réponse **B**).$$

- 4** Maintenant, le wagonnet part de A avec une vitesse $v_A = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et donc avec une énergie cinétique $E_c(A) = \frac{1}{2}mv_A^2$. Donc, son énergie mécanique vaut :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 + E_{pp}(A).$$

Le wagonnet arrive alors en E avec une vitesse v_E associée à une énergie cinétique $E_c(E) = \frac{1}{2}mv_E^2$. Son énergie mécanique vaut alors :

$$E_m(E) = E_c(E) + E_{pp}(E) = \frac{1}{2}mv_E^2 + E_{pp}(E).$$

L'absence de frottements entre A et E justifie la conservation de l'énergie mécanique :

$$\begin{aligned} E_m(E) &= E_m(A) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_E^2 + E_{pp}(E) = \frac{1}{2} m v_A^2 + E_{pp}(A) \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m v_E^2 &= \frac{1}{2} m v_A^2 + E_{pp}(A) - E_{pp}(E). \end{aligned}$$

La relation (10) permet alors de poser :

$$\begin{aligned} E_{pp}(A) - E_{pp}(E) &= -\Delta E_{pp}(A/E) \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m v_E^2 &= \frac{1}{2} m v_A^2 - \Delta E_{pp}(A/E) \\ \Rightarrow v_E &= \sqrt{v_A^2 - \frac{2}{m} \Delta E_{pp}(A/E)} = \sqrt{1 - \frac{2}{65} \times (-1\,300)} \\ \Rightarrow v_E &\approx 6,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (réponse **a**)}. \end{aligned}$$

4 Énergie cinétique

Enoncé
p. 107

Lycée Félix Faure, Beauvais

Sachant que $1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{1}{3,6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, la vitesse de la balle valait :

$$v = \frac{269}{3,6} \approx 74,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

et sa masse $m = 58,4 \text{ g} = 58,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$. Par suite, son énergie cinétique valait :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 58,4 \cdot 10^{-3} \times (74,7)^2 \approx 163 \text{ J}.$$

5 Énergie mécanique d'un TGV

Enoncé
p. 107

Lycée Bellevue, Toulouse

- 1 • Initialement, le train possède la vitesse :

$$v_i = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{300}{3,6} = 83,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Son énergie cinétique vaut alors : $E_{ci} = \frac{1}{2} m v_i^2$.

- Lorsque le train stoppe, sa vitesse v_f est alors nulle, ainsi que son énergie cinétique :

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v_f^2 = 0.$$

Au cours de cet arrêt, l'énergie cinétique du train a donc varié de la quantité :

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= E_{cf} - E_{ci} = -\frac{1}{2} m v_i^2 = -\frac{1}{2} \times 500 \cdot 10^3 \times (83,3)^2 \\ \Rightarrow \Delta E_c &\approx -1,73 \cdot 10^9 \text{ J}. \end{aligned}$$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

- 2** Cette énergie est transférée aux freins, aux roues et aux rails sous forme thermique (frottements).
- 3** On applique ici le théorème de l'énergie cinétique $\vec{F} \cdot \vec{AB} = \Delta E_c$. Comme $\|\vec{AB}\| = 3300$ m, et que la force est colinéaire au mouvement tout au long du freinage, on en déduit :

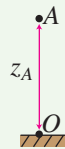
$$\|\vec{F}\| = \frac{1,73 \cdot 10^9}{3,3 \cdot 10^3} = 5,25 \cdot 10^5 \text{ N.}$$

6 Énergie mécanique

➔ **Énoncé**
p. 107

Lycée Félix Faure, Beauvais

Calculons l'énergie mécanique de la pierre aux deux extrémités de la trajectoire.



- Au point O le plus bas, d'altitude $z_O = 0$, la pierre possède la vitesse $v_O = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Donc, son énergie potentielle de pesanteur vaut :

$$E_{pp} = mgz_O = 0$$

tandis que son énergie cinétique vaut $E_c(O) = \frac{1}{2}mv_O^2$.

Par conséquent, la pierre a pour énergie mécanique :

$$E_m(O) = E_{pp}(O) + E_c(O) = \frac{1}{2}mv_O^2.$$

- Au point A le plus élevé, d'altitude z_A , la pierre a une vitesse v_A nulle (sans quoi elle continuerait à s'élever). C'est pourquoi son énergie potentielle de pesanteur et son énergie cinétique y valent respectivement :

$$E_{pp}(A) = mgz_A \text{ et } E_c(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 = 0$$

et définissent l'énergie mécanique :

$$E_m(A) = E_{pp}(A) + E_c(A) = mgz_A.$$

En négligeant les frottements liés à l'air, on admet la conservation de l'énergie mécanique de la pierre au cours de son mouvement :

$$\begin{aligned} E_m(A) &= E_m(O) \Rightarrow mgz_A = \frac{1}{2}mv_O^2 \\ \Rightarrow z_A &= \frac{v_O^2}{2g} = \frac{(15)^2}{2 \times 10} \Rightarrow z_A = 11 \text{ m.} \end{aligned}$$

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

7 Skieur

Enoncé
p. 108

Lycée Lakanal, Sceaux

La manière la plus élégante de résoudre ce problème est d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique. La réaction $\vec{R}$ du sol est perpendiculaire au déplacement. Le travail de cette force est donc nul.

On en déduit que $\Delta E_c = \vec{P} \cdot \vec{AB}$ d'où $\Delta E_c = \|\vec{P}\| \cdot \|\vec{AB}\| \cos \alpha = mgd \cos \theta$ où θ est l'angle entre le poids et la piste ($\theta = 90^\circ - \alpha = 75^\circ$).

Comme $E_c(A) = 0$, on en déduit :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd \cos \theta.$$

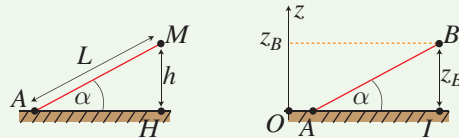
$$\text{Soit } v = \sqrt{2gd \cos \theta} = \sqrt{2 \times 10 \times 25 \times \cos 75^\circ} \approx 11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

8 Cycliste en roue libre

Enoncé
p. 108

Lycée Sainte-Marie, Antony

Calculons au préalable l'angle α que fait le plan de la pente avec l'horizontale.



Lorsqu'on parcourt la longueur $AM = L = 100 \text{ m}$ dans la pente, on s'élève de $h = 15 \text{ m}$. Le triangle rectangle (AMH) montre alors que :

$$\sin \alpha = \frac{MH}{AM} = \frac{h}{L} = \frac{15}{100} \Rightarrow \sin \alpha = 0,15.$$

Considérons maintenant le cycliste (assimilé à un point matériel) en deux points de sa trajectoire :

- Au pied A de la montée, il possède une vitesse :

$$v_A = V = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{20}{3,6} \approx 5,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{et donc une énergie cinétique } E_c(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mV^2.$$

Quant à son altitude $z_A = 0$, elle définit son énergie potentielle de pesanteur :

$$E_{pp}(A) = mgz_A + E_0 = E_0$$

où E_0 est une constante.

L'énergie mécanique du cycliste situé en A vaut alors :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2}mV^2 + E_0.$$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

- Au point B culminant de sa montée, sa vitesse vaut $v_B = 0$ (sans quoi le cycliste continuerait à monter) ; son énergie cinétique vaut alors :

$$E_c(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 = 0.$$

Soit I le projeté orthogonal de B sur le sol horizontal. Le triangle rectangle (AIB) montre que la distance AB parcourue par le cycliste et son altitude z_B sont liées :

$$\sin \alpha = \frac{BI}{AB} = \frac{z_B}{AB} \Rightarrow z_B = AB \sin \alpha$$

en conséquence de quoi l'énergie potentielle de pesanteur vaut :

$$E_{pp}(B) = mgz_B + E_0 = mg AB \sin \alpha + E_0$$

et son énergie mécanique est définie par :

$$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) = mg \sin \alpha \times AB + E_0.$$

En négligeant les frottements, on admet la conservation de l'énergie mécanique entre A et B :

$$\begin{aligned} E_m(B) &= E_m(A) \Rightarrow mg \sin \alpha \times AB + E_0 = \frac{1}{2} m V^2 + E_0 \\ \Rightarrow g \sin \alpha \times AB &= \frac{1}{2} V^2 \Rightarrow AB = \frac{V^2}{2g \sin \alpha} \\ \Rightarrow AB &= \frac{(5,56)^2}{2 \times 10 \times 0,15} = 10 \text{ m.} \end{aligned}$$

9 Chute d'une pièce de 5 centimes

Lycée Lakanal, Sceaux

→ Enoncé
p. 108

On appelle A le point de départ de la pièce, B le point d'impact au sol, h la hauteur de la tour et m la masse de la pièce.

- 1 (a)** En A , la vitesse de la pièce est nulle.

Donc $E_m(A) = E_p(A) = mgh$.

En B , la pièce est à une hauteur nulle.

Donc $E_m(B) = \frac{1}{2} m v_B^2$.

Par conservation de l'énergie mécanique on a donc $mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$, soit :

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 210} = 64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

On remarque que la masse de la pièce n'a pas d'incidence sur le calcul.

- (b)** Puisqu'on néglige les frottements, la seule force qui s'applique est le poids $\vec{P} = -mg\vec{u}_z$. Le déplacement est $\vec{AB} = -h\vec{u}_z$. La variation d'énergie cinétique vaut donc, d'après le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = mgh$.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

Comme $E_c(A) = 0$, on retrouve la même formule que précédemment : $mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$, soit :

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 210} = 64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- 2** L'énergie mécanique en B est en fait l'énergie cinétique (puisque l'énergie potentielle est nulle) :

$$E(B) = \frac{1}{2}mv_B^2.$$

L'énergie mécanique en A était $E(A) = mgh$.

L'énergie perdue par frottement est la différence entre ces deux énergies :

$$E_f = E(A) - E(B) = mgh - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_f = 4 \cdot 10^{-3} \times 9,81 \times 210 - \frac{1}{2} \times 4 \cdot 10^{-3} \times 25^2$$

$$E_f \approx 7 \text{ J}.$$

10 Saut en hauteur

Enoncé
p. 109

Lycée Saint-Pierre, Brunoy

- 1** Initialement, le centre d'inertie G se trouve au point I d'altitude $z_I = 1 \text{ m}$.

En choisissant l'énergie potentielle de pesanteur nulle au niveau du sol, l'énergie potentielle de pesanteur initiale de l'athlète vaut :

$$E_{pp}(I) = mgz_I.$$

Le point G atteint, au cours du saut, le point P le plus élevé, d'altitude $z_P = 2,45 + 0,01 = 2,46 \text{ m}$. En ce point, l'athlète a pour énergie potentielle de pesanteur :

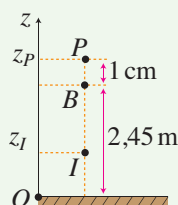
$$E_{pp}(P) = mgz_P.$$

Donc, au cours du saut, l'énergie potentielle de pesanteur de l'athlète varie de :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp} &= E_{pp}(P) - E_{pp}(I) = mg \times (z_P - z_I) \\ &= 85 \times 10 \times (2,46 - 1) \Rightarrow \Delta E_{pp} = 1,24 \cdot 10^3 \text{ J}. \end{aligned}$$

- 2** Évaluons les énergies cinétique et potentielle de l'athlète au début et en fin de saut :

- en I , son énergie potentielle de pesanteur vaut : $E_{pp}(I) = mgz_I$ tandis que son énergie cinétique vaut : $E_c(I) = \frac{1}{2}mv^2$.



ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

- en son point Q le plus élevé, de hauteur $z_Q = h$, son énergie potentielle de pesanteur vaut :

$$E_{pp}(Q) = mgz_Q = mgh.$$

Quant à sa vitesse (supposée sans composante horizontale), elle est nulle ($v_Q = 0$), sans quoi l'athlète continuerait de monter. Son énergie cinétique vaut donc $E_c(Q) = \frac{1}{2}mv_Q^2 = 0$.

En supposant que toute l'énergie cinétique initiale soit convertie en énergie potentielle de pesanteur, on suppose que :

$$\begin{aligned} E_{pp}(Q) &= E_{pp}(I) + E_c(I) \Rightarrow mgh = mgz_I + \frac{1}{2}mv^2 \\ \Rightarrow h &= z_I + \frac{v^2}{2g} = 1 + \frac{(5,55)^2}{2 \times 10} \Rightarrow h = 2,54 \text{ m.} \end{aligned}$$

3 Effectuons le même bilan que précédemment :

- Au point I , l'athlète possède la même énergie potentielle de pesanteur et la même énergie cinétique que précédemment :

$$E_{pp}(I) = mgz_I \text{ et } E_c(I) = \frac{1}{2}mv^2.$$

Donc, l'énergie mécanique de l'athlète vaut maintenant :

$$\begin{aligned} E_m(I) &= E_{pp}(I) + E_c(I) = mgz_I + \frac{1}{2}mv^2 \\ &= 85 \times 10 \times 1 + \frac{1}{2} \times 85 \times (5,55)^2 \Rightarrow E_m(I) = 2,16 \cdot 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

- Au point P (point le plus haut réellement atteint par G), l'athlète possède l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp}(P) = mgz_P$, tandis que sa vitesse vaut $v_0 = 0,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (la composante horizontale de la vitesse ne s'annule pas) ; son énergie cinétique vaut alors $E_c(P) = \frac{1}{2}mv_0^2$. Par suite, l'athlète possède l'énergie mécanique :

$$\begin{aligned} E_m(P) &= E_{pp}(P) + E_c(P) = mgz_P + \frac{1}{2}mv_0^2 \\ &= 85 \times 10 \times 2,46 + \frac{1}{2} \times 85 \times (0,63)^2 \\ \Rightarrow E_m(P) &= 2,11 \cdot 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

Au cours du saut, l'athlète a perdu de l'énergie mécanique ($E_m(P) < E_m(I)$). Cette perte est vraisemblablement due à des frottements.

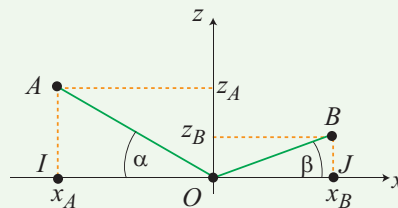
11 Lancer d'une pierre

Enoncé
p. 109

Lycée Félix Faure, Beauvais

- 1 Soient I et J les projetés orthogonaux respectifs de A et B sur l'axe horizontal, qui permettent d'exprimer les coordonnées (x_A, z_A) de A et (x_B, z_B) de B :

$$\begin{cases} x_A = -OI \\ z_A = IA \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x_B = OJ \\ z_B = JB \end{cases}$$



Or, les triangles rectangles (OJB) et (OIA) permettent de définir :

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{OI}{OA} \\ \sin \alpha = \frac{IA}{OA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OI = OA \cos \alpha = 3 \times \cos(30^\circ) \\ IA = OA \sin \alpha = 3 \times \sin(30^\circ) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -OI = -2,60 \text{ m} \\ z_A = IA = 1,50 \text{ m} \end{cases}$$

et :

$$\begin{cases} \cos \beta = \frac{OJ}{OB} \\ \sin \beta = \frac{JB}{OB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OJ = OB \cos \beta = 2 \times \cos(20^\circ) \\ JB = OB \sin \beta = 2 \times \sin(20^\circ) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = OJ = 1,88 \text{ m} \\ z_B = JB = 0,68 \text{ m} \end{cases}$$

- 2 • Lorsque l'objet se trouve sur le segment de droite (OA) , ses coordonnées z et x vérifient l'équation :

$$z = a \times x \quad (11)$$

où a est le coefficient directeur de la droite (OA) . Notamment, puisque A appartient à cette droite, ses coordonnées vérifient aussi :

$$z_A = a \times x_A \Rightarrow a = \frac{z_A}{x_A} = \frac{1,5}{-2,6} = -0,58.$$

Or, l'énergie potentielle de pesanteur de cet objet vaut :

$$E_{pp} = mgz + E_0$$

où $E_0 = 0$ assure que E_{pp} est nul à l'altitude de O (quand $z = 0$).

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

C'est pourquoi la relation (1.1.1.1) fournit :

$$\begin{aligned} E_{pp} &= mga \times x = 0,1 \times 10 \times (-0,58) \times x \\ \Rightarrow E_{pp} &= -0,58 \times x \text{ pour } x < 0. \end{aligned}$$

- De même, lorsque l'objet se trouve sur la partie linéaire (OB), ses coordonnées vérifient :

$$z = a' \times x \quad (12)$$

même lorsque l'objet est confondu avec B :

$$z_B = a' \times x_B \Rightarrow a' = \frac{z_B}{x_B} = \frac{0,68}{1,88} \approx 0,36.$$

Conformément à l'identité (12), l'énergie potentielle de pesanteur vaut alors :

$$\begin{aligned} E_{pp} &= mgz = mga' \times x = 0,1 \times 10 \times 0,36 \times x \\ \Rightarrow E_{pp} &= 0,36 \times x. \end{aligned}$$

- 3** En A et B , l'objet possède les énergies potentielles de pesanteur respectives :

$$E_{pp}(A) = mgz_A \text{ et } E_{pp}(B) = mgz_B.$$

Pendant que l'objet passe de A à B , son énergie potentielle de pesanteur varie alors de la quantité :

$$\begin{aligned} \Delta E_{pp} &= E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mg \times (z_B - z_A) \\ &= 0,1 \times 10 \times (0,68 - 1,50) \\ \Rightarrow \Delta E_{pp} &= -0,82 \text{ J}. \end{aligned}$$

- 4** Puisque l'objet est lâché en A avec une vitesse nulle ($v_A = 0$), son énergie cinétique vaut $E_c(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 = 0$ et son énergie mécanique s'écrit :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = E_{pp}(A).$$

De même, lorsqu'il arrive en B , l'objet possède l'énergie mécanique :

$$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B).$$

En négligeant les frottements, on admet la conservation de l'énergie mécanique entre A et B , ce qui permet le calcul de l'énergie cinétique de l'objet en B :

$$\begin{aligned} E_m(B) = E_m(A) &\Rightarrow E_c(B) + E_{pp}(B) = E_{pp}(A) \\ \Rightarrow E_c(B) &= E_{pp}(A) - E_{pp}(B) = -\Delta E_{pp} = 0,82 \text{ J}. \end{aligned}$$

12 Système à deux mobiles reliés

Enoncé
p. 110

Lycée Fustel de Coulanges, Massy

- 1 En A et B , les mobiles ont une énergie potentielle de pesanteur :

$$E_{pp}(A) = mgz_A + E_0 \text{ et } E_{pp}(B) = mgz_B + E_0$$

où E_0 est une constante. Ainsi :

$$\begin{aligned} E_{pp}(B) - E_{pp}(A) &= (mgz_B + E_0) - (mgz_A + E_0) \\ &= mg(z_B - z_A) \end{aligned}$$

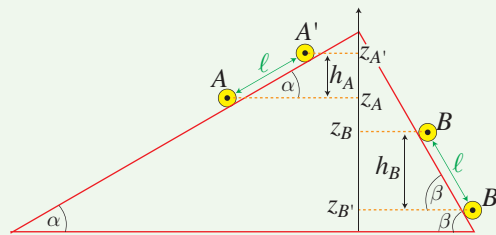
c'est-à-dire, en prenant l'énergie potentielle de A nulle dans cette position :

$$E_{pp}(B) = mg(z_B - z_A).$$

Application numérique :

$$E_{pp}(B) = 2 \times 10 \times 0,5 = 10 \text{ J.}$$

- 2 Soit ℓ la longueur dont se sont déplacés les mobiles de A en A' et de B en B' .



Le point A est monté d'une hauteur h_A telle que :

$$\sin \alpha = \frac{h_A}{AA'} = \frac{h_A}{\ell} \Rightarrow h_A = \ell \sin \alpha$$

et le point B est descendu d'une hauteur h_B telle que :

$$\sin \beta = \frac{h_B}{BB'} = \frac{h_B}{\ell} \Rightarrow h_B = \ell \sin \beta.$$

Par conséquent, les points A' et B' ont pour altitudes respectives :

$$z_{A'} = z_A + h_A = z_A + \ell \sin \alpha \text{ et } z_{B'} = z_B - h_B = z_B - \ell \sin \beta$$

et donc pour énergies potentielles de pesanteur :

$$\begin{cases} E_{pp}(A') = mgz_{A'} + E_0 = mgz_A + mg\ell \sin \alpha + E_0 \\ E_{pp}(B') = mgz_{B'} + E_0 = mgz_B - mg\ell \sin \beta + E_0. \end{cases}$$

De plus, puisque le fil est inextensible, les mobiles arrivent en A' et B' avec une même vitesse v qui leur confère une énergie cinétique :

$$E_c(A') + E_c(B') = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2.$$

ÉNERGIE MÉCANIQUE • CHAP. 4

Finalement, lorsque les mobiles sont en A' et B' , l'énergie mécanique du système $\mathcal{S}$, composé des deux mobiles, de la poulie et des supports inclinés, vaut :

$$\begin{aligned} E'_m &= E_m(A') + E_m(B') \\ &= mg(z_A + z_B) + mg\ell(\sin\alpha - \sin\beta) + 2E_0 + mv^2. \end{aligned}$$

Or, lorsque les mobiles sont partis de A et B , sans vitesse initiale (donc sans énergie cinétique), leurs énergies mécaniques valaient :

$$\begin{cases} E_m(A) = E_{pp}(A) = mgz_A + E_0 \\ E_m(B) = E_{pp}(B) = mgz_B + E_0. \end{cases}$$

L'énergie mécanique du système $\mathcal{S}$ valait alors :

$$E_m = E_m(A) + E_m(B) = mg(z_A + z_B) + 2E_0.$$

Enfin, l'absence de frottements se traduit par la conservation de l'énergie mécanique du système $\mathcal{S}$: $E'_m = E_m$, c'est-à-dire :

$$mg(z_A + z_B) + mg\ell(\sin\alpha - \sin\beta) + 2E_0 + mv^2 = mg(z_B + z_B) + 2E_0$$

d'où il s'ensuit que :

$$mg\ell(\sin\alpha - \sin\beta) + mv^2 = 0 \Rightarrow v = \sqrt{g\ell(\sin\beta - \sin\alpha)}.$$

Application numérique :

$$v = \sqrt{10 \times 0,2 \times [\sin(60^\circ) - \sin(30^\circ)]} \Rightarrow v \approx 0,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

COURS

INTERROS

CORRIGÉS