

Combinatoire et dénombrement

	Ordre	Modèle	Exemples
Permutation	Oui	Tirage sans remise	Anagramme *
p -liste	Oui	Tirage avec remise	Digicode
Arrangement A_n^p	Oui	Tirage sans remise	Podium d'une course
Combinaison $\binom{n}{p}$	Non	Tirage sans remise	Main dans un jeu de cartes

* Permutation des lettres d'un mot formant un mot de sens différent.

Probabilités

Épreuve de Bernoulli

Expérience aléatoire à deux issues : « succès » (S) et « échec » ($\bar{S}$).

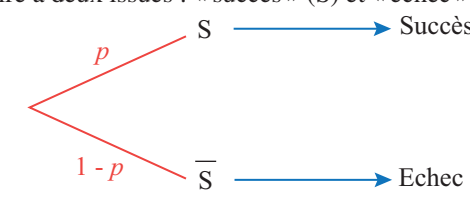


Schéma de Bernoulli

Succession d'épreuves de Bernoulli indépendantes.

X (nombre de succès à l'issue de cette succession) suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

$E(X) = np$

$V(X) = np(1 - p)$

$\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$

Somme de variables aléatoires indépendantes

$E(aX + Y) = aE(X) + E(Y)$

$V(aX + Y) = a^2V(X) + V(Y)$

Concentration et loi des grands nombres

a et δ sont deux réels strictement positifs.

$X_1, \dots, X_n$ n variables aléatoires indépendantes d'espérance μ et d'écart-type σ .

Inégalité de Markov	$P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}$
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev	$P(X - E(X) \geq \delta) \leq \frac{V(X)}{\delta^2}$
Inégalité de concentration	$P\left(\left \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \mu\right \geq \delta\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\delta^2}$
Loi faible des grands nombres	$\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\left \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \mu\right \geq \delta\right) = 0$

INTERROS des LYCÉES

LES VRAIS EXOS DONNÉS DANS LES LYCÉES

- Des **centaines d'exercices** recueillis dans les lycées de France.
- Des **énoncés variés**, de difficulté progressive, réellement posés par des professeurs dans les classes.
- Tous les **corrigés détaillés**.

LYCÉES DE FRANCE

POUR UN ENTRAÎNEMENT EFFICACE EN MATHS

- Des **rappels de cours** synthétiques.
- Des **QCM** de vérification des connaissances.
- Un **minutage** pour chaque exercice.
- Des **conseils** méthodologiques.

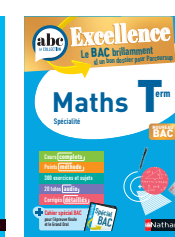
DES VIDÉOS ET DES COMPLÉMENTS NUMÉRIQUES

- Dans les **vidéos**, les auteurs vous expliquent le **cours** et vous aident à **résoudre les exos**.
- Des **liens** vers des sites Internet et des **ressources numériques** très utiles.
- Une utilisation très simple grâce à des **QR codes**.

Toute une gamme Nathan pour réviser utile



Mes fiches
Pour réviser vite et bien



Excellence
La mention en plus



Annales
Pour s'entraîner comme à l'examen



imprimé en France



Nathan

30

INTERROS des LYCÉES

Term

Maths

Nathan

INTERROS des LYCÉES

les VRAIS EXOS donnés dans les lycées

Term

Nouvelle édition

maths

Enseignement de spécialité

Exos minutés et QCM

Cours et méthodes

Corrigés détaillés

Vidéos d'exos en accès direct avec

Mémento sur les rabats



Nathan

Suites

Pour $r \in \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{R}$ (avec $q \neq 1$), on a :

Suite arithmétique de raison r	Suite géométrique de raison q
$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = qu_n$
$u_n = u_0 + nr$	$u_n = u_0 \times q^n$
$u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$	$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$
$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Principe de récurrence

$(\mathcal{P}_n)$ est une propriété dépendant d'un entier n et n_0 un entier quelconque.

Si $(\mathcal{P}_{n_0})$ est vraie et si, pour un entier $k \geq n_0$, $(\mathcal{P}_k) \Rightarrow (\mathcal{P}_{k+1})$,

alors $(\mathcal{P}_n)$ est vraie pour tout $n \geq n_0$.

Théorèmes de comparaison

Si, pour tout entier $n \geq n_0$, $u_n \leq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

Si, pour tout entier $n \geq n_0$, $u_n \leq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.

Théorème des gendarmes

Si, pour tout entier $n \geq n_0$, $v_n \leq u_n \leq w_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \ell$,

alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$, où ℓ est un réel.

Limites de q^n

$q < -1$	$ q < 1$	$q = 1$	$q > 1$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n$ n'existe pas	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$

Théorème de convergence

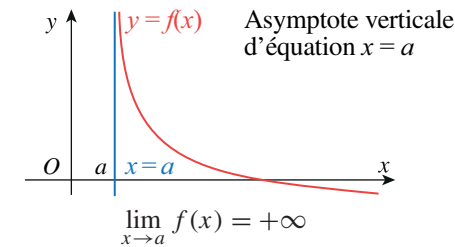
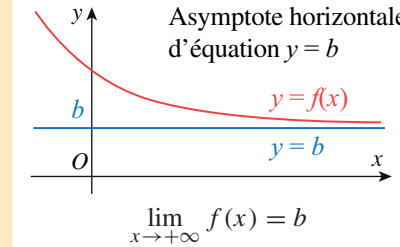
Toute suite croissante et majorée converge.
Toute suite décroissante et minorée converge.
Toute suite monotone et bornée converge.

Limites de fonctions

Formes indéterminées

$\ll \frac{\infty}{\infty} \gg$	$\ll \infty - \infty \gg$	$\ll 0 \times \infty \gg$	$\ll \frac{0}{0} \gg$
---------------------------------	---------------------------	---------------------------	-----------------------

Asymptotes



Géométrie dans l'espace

● Combinaison linéaire de vecteurs

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non colinéaires.
 $\vec{w}$ est une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'il existe deux réels λ et μ tels que :

$$\vec{w} = \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$$

● Représentation paramétrique d'un plan

$\mathcal{P}$ est un plan défini par un point $A(x_A; y_A; z_A)$ et deux vecteurs $\vec{u}(a; b; c)$ et $\vec{v}(a'; b'; c')$ non colinéaires et non nuls.

$$M(x; y; z) \in \mathcal{P} \iff \overrightarrow{AM} = k\vec{u} + t\vec{v} \iff \begin{cases} x = x_A + ka + ta' \\ y = y_A + kb + tb' \\ z = z_A + kc + tc' \end{cases}, k \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}$$

● Représentation paramétrique d'une droite

$\mathcal{D}$ est une droite passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ de vecteur directeur $\vec{u}(a; b; c)$ non nul.

$$M(x; y; z) \in \mathcal{D} \iff \overrightarrow{AM} = t\vec{u} \iff \begin{cases} x = x_A + ta \\ y = y_A + tb \\ z = z_A + tc \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

● Produit scalaire de deux vecteurs

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

avec $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$.

● Vecteurs orthogonaux

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ orthogonaux} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

● Distance entre deux points (norme d'un vecteur)

$A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ sont deux points de l'espace.

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

● Vecteur normal à un plan

$$\vec{n} \text{ est normal au plan } \mathcal{P} \iff \text{pour tout vecteur } \vec{u} \text{ de } \mathcal{P}, \vec{u} \cdot \vec{n} = 0$$

● Équation cartésienne d'un plan

$\mathcal{P}$ est un plan de vecteur normal $\vec{n}(a; b; c)$.

$$\text{Équation de } \mathcal{P} : ax + by + cz + d = 0$$

Symbolique mathématique

Symbole	Signification	Syntaxe	Exemple
$\in$	« Appartient à »	$x \in \mathbb{R}$	x appartient à $\mathbb{R}$.
$\forall$	« Pour tout », « Quel que soit »	$\forall x \in \mathbb{R}$	Pour tout réel x .
$\exists$	« Il existe au moins un »	$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 7$	Il existe au moins une valeur réelle de x telle que son carré est égal à 7.
$\subset$	« Inclus dans »	$\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$	L'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{R}$.
$\cup$	« Union »	$A \cup B$	A union B .
$\cap$	« Inter »	$A \cap B$	A inter B .
$\setminus$	« Privé de »	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	Ensemble des réels privé de « 1 ».
$\sum_{\text{début}}^{\text{fin}}$	« Somme de début à fin »	$\sum_{k=0}^n u_k$	$u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$.

Python

● Les principales fonctions mathématiques

Elles sont contenues dans le module math (sauf « ** »).

En Python	Signification	Syntaxe	Résultat
sqrt	Racine carrée	sqrt(4)	2
exp	Exponentielle	exp(1)	2.718281828459045
log	Logarithme népérien	log(2)	0.6931471805599453
**	Puissance	2**8	2 ⁸ = 256

● Boucles

Type de boucle	Mot clé	Syntaxe	Résultat
Itérative	for	for i in range(10): instructions	Exécute 10 fois les instructions qui suivent.
Conditionnelle	while	while j >= 10**(-5): instructions	Exécute les instructions qui suivent tant que la valeur stockée dans la variable j est supérieure ou égale à 10 ⁻⁵ .

Primitives

● Définition

$$F \text{ primitive de } f \iff F' = f$$

Une primitive est définie à une constante près.

● Primitives usuelles

$a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$.

$f(x)$	a	x^n	$\frac{1}{x}$	e^x	$\sin x$	$\cos x$
$F(x)$	ax	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\ln x $	e^x	$-\cos x$	$\sin x$

● Primitives composées

u est une fonction, u' est sa dérivée, $n \in \mathbb{N} \setminus \{-1\}$.

Fonction	$\frac{u'}{u}, u \neq 0$	$u'e^u$	$\frac{u'}{u^2}$	$u'u^n$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}, u > 0$
Primitive	$\ln u $	e^u	$-\frac{1}{u}$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$	$\sqrt{u}$

Équations différentielles

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont :	$f(x) = Ce^{ax}, C \in \mathbb{R}$.
Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont :	$f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}, C \in \mathbb{R}$.

Intégration

f et g sont deux fonctions continues sur un intervalle $[a; b]$.

● Lien avec les primitives

$$F \text{ primitive de } f \iff \int_a^b f(x) \, dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

● Intégration par parties

$$\int_a^b u'(x)v(x) \, dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x) \, dx$$

● Valeur moyenne d'une fonction sur [a;b]

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$

● Propriétés

Linéarité	$\int_a^b \lambda f(x) + g(x) \, dx = \lambda \int_a^b f(x) \, dx + \int_a^b g(x) \, dx$
Conservation de l'ordre	sur $[a; b], f(x) \geq g(x) \implies \int_a^b f(x) \, dx \geq \int_a^b g(x) \, dx$
Relation de Chasles	$\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx$

Dérivées

● Dérivées usuelles

a est un réel et n un entier naturel non nul.

$f(x)$	a	x^n	$\sqrt{x}$	e^x	$\ln x$	$\sin x$	$\cos x$
$f'(x)$	0	nx^{n-1}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\cos x$	$-\sin x$

● Opérations et dérivées

Opération	uv	$\frac{u}{v}$	$\sqrt{u}$	u^n	e^u	$\ln(u)$
Dérivée	$u'v + v'u$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$nu'u^{n-1}$	$u'e^u$	$\frac{u'}{u}$

Continuité

● Théorème des valeurs intermédiaires (TVI)

Si f est une fonction continue sur $[a; b]$ et si k est une valeur comprise entre $f(a)$ et $f(b)$, alors il existe au moins une valeur de x dans $[a; b]$ telle que $f(x) = k$.

● Théorème de la bijection (corollaire du TVI)

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur $[a; b]$

et si k est une valeur comprise entre $f(a)$ et $f(b)$, alors il existe une unique valeur de x dans $[a; b]$ telle que $f(x) = k$.

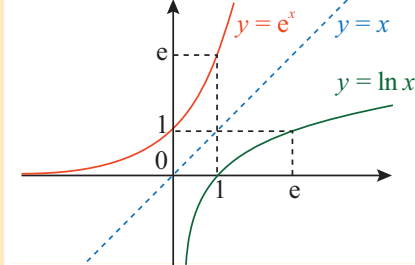
Logarithme népérien

● Propriétés et limites

La fonction ln est définie sur $]0; +\infty[$, $n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{Z}$.

Propriétés algébriques	Limites
$\ln 1 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$
$\ln e = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
$\ln(xy) = \ln x + \ln y$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^n \ln x = 0$
$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$
$\ln(x^p) = p \ln x$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

● Comparaison avec l'exponentielle



La courbe représentative du logarithme népérien est symétrique à celle de l'exponentielle par rapport à la droite d'équation $y = x$.