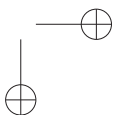
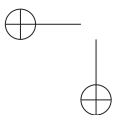
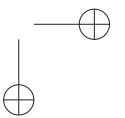
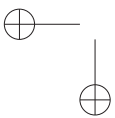
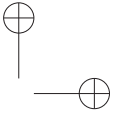
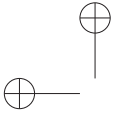


IL1MTC





Chapitre

3

Croissance linéaire

Plan du chapitre

1. Introduction
2. Fonctions affines
3. Suite numérique
4. Suites arithmétiques

1 Introduction

Que ce soit en économie ou dans la vie quotidienne, les modèles mathématiques sont omniprésents. On différencie les phénomènes discrets et les phénomènes continus.

Lorsque les modèles utilisés génèrent des valeurs augmentant ou diminuant de façon constante, on parle de croissance linéaire.

2 Fonctions affines

Exercice type 1

Lycée Bellevue, Alès

- 1 Déterminer la fonction affine f de la forme $f(x) = ax + b$ telle que $f(-1) = 5$ et $f(2) = 1$.

- 2 Représenter graphiquement la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 3x - 2.$$

- 3 Déterminer le sens de variation de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{-5 + 3x}{4}.$$

Voir corrigé page 2

Définition 1 : fonction affine

- Une fonction *affine* f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ où a et b sont des réels.
- Elle est représentée par une droite dont a est le *coefficient directeur* et b l'*ordonnée à l'origine*.

Remarques

- Si $a = 0$, la fonction f est *constante*.
- Si $b = 0$, la fonction f est *linéaire*.

Propriété 1 : accroissement d'une fonction affine

Le taux d'accroissement de la fonction f entre les abscisses x_1 et x_2 est égal à :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (\text{avec } x_1 \neq x_2).$$

Propriété 2 : sens de variation d'une fonction affine

Le signe du coefficient directeur a donne le sens de variation de la fonction :

- si $a > 0$, la fonction affine est *croissante* sur $\mathbb{R}$,
- si $a < 0$, la fonction affine est *décroissante* sur $\mathbb{R}$.

➡ Solution de l'exercice type 1

Lycée Bellevue, Alès

- 1 Le coefficient a correspond au taux d'accroissement de f :

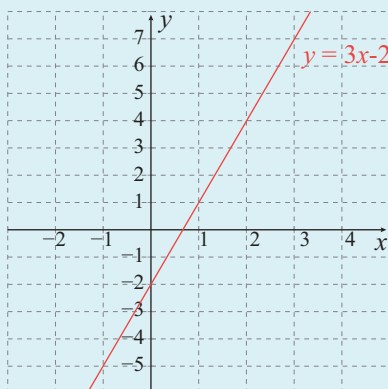
$$a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{1 - 5}{3} = \frac{-4}{3}.$$

Pour déterminer b , on utilise une image avec $f(x) = -\frac{4}{3}x + b$.

$$f(2) = 1 \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \times 2 + b = 1 \Leftrightarrow -\frac{8}{3} + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 + \frac{8}{3} \Leftrightarrow b = \frac{11}{3}.$$

La fonction affine f a pour expression : $f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$.

- 2 La représentation graphique de g est une droite. L'ordonnée à l'origine vaut -2 donc la droite passe par le point $(0; -2)$. Le coefficient directeur vaut 3. Donc à partir du point $(0; -2)$, on « avance » d'une unité et on « monte » de 3 unités. La droite passe donc par le point $(1; 1)$.



- 3 $h(x) = \frac{-5 + 3x}{4} = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$. Il s'agit d'une fonction affine avec $a = \frac{3}{4}$, positif donc h est strictement croissante.

Voir énoncé page 1

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

3 Suite numérique

Exercice type 2

Lycée Galois, Sartrouville

- 1 On considère la suite u définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 0,5n^2 + 1$.
Calculer les quatre premiers termes et le terme de rang 100.
- 2 On considère la suite v définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $v_n = 1 + \frac{2}{n}$.
Calculer les termes v_3 , v_4 , v_5 et v_{100} sous forme de fraction irréductible.
- 3 On considère la suite u_n définie par son terme initial $u_0 = -3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = 2u_n - 5$.
Calculer les termes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
- 4 On considère la suite v_n définie par son terme initial $v_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_{n+1} = n + v_n$.
Calculer les termes v_1 , v_2 , v_3 et v_4 .

Voir corrigé page 5

3.1 Notion de suite numérique

Définition 2 : suite numérique

Une *suite numérique* est une fonction dont la variable notée n est un entier naturel.

Le nombre $u(n)$ est appelé le *terme de rang n* de la suite u .

Remarque : la suite u se note également (u_n) ou $(u(n))$.

ATTENTION

Ne pas confondre u_n ou $u(n)$ qui est le terme de rang n de la suite et (u_n) ou $(u(n))$ qui est la notation de la suite u .

Exemple : la suite :

0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; ...

est la suite des nombres pairs.

On note $(u(n))$ cette suite. Ainsi $u(0) = 0, u(1) = 2, u(2) = 4, \dots$

Propriété 3

Dans un repère, la *représentation graphique* d'une suite $(u(n))$ est le nuage de points de coordonnées $(n; u(n))$ pour tout entier naturel n .

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

3.2 Sens de variation

Définition 3 : suite croissante ou décroissante

Soit u une suite numérique.

- Dire que la suite u est croissante signifie que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- Dire que la suite u est décroissante signifie que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- Dire que la suite u est constante signifie que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n$.

3.3 Différentes façons de définir une suite

Définition 4 : avec une formule explicite

On définit le terme général u_n en fonction de son indice n .

Exemple : si (u_n) est la suite définie, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 0,5n + 1$ alors elle est définie de manière explicite et :

- $u_0 = 0,5 \times 0 + 1 = 1$,
- $u_1 = 0,5 \times 1 + 1 = 1,5$,
- $u_2 = 0,5 \times 2 + 1 = 2$,
- $\vdots$

Définition 5 : avec une relation de récurrence

Une suite (u_n) est définie par *récurrence* quand elle est définie par la donnée :

- de son terme initial, généralement u_0 ;
- d'une relation qui permet de calculer à partir de chaque terme le terme suivant.

Cette relation est appelée *relation de récurrence*.

Exemple : si (v_n) est la suite définie par $v_0 = -1$ et, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} = 0,5v_n + 1$ alors elle est définie par récurrence et :

- $v_1 = 0,5 \times v_0 + 1 = 0,5$,
- $v_2 = 0,5 \times v_1 + 1 = 1,25$,
- $v_3 = 0,5 \times v_2 + 1 = 1,625$,
- $\vdots$

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

➔ Solution de l'exercice type 2

Lycée Galois, Sartrouville

1 Cette suite est définie de manière explicite.

- $u_0 = 0,5 \times 0^2 + 1 = 1$; $u_1 = 0,5 \times 1^2 + 1 = 1,5$;
- $u_2 = 0,5 \times 2^2 + 1 = 3$;
- $u_{100} = 0,5 \times 100^2 + 1 = 5\,001$.

2 Cette suite est définie de manière explicite.

- $v_3 = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$;
- $v_4 = 1 + \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$;
- $v_5 = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$;
- $v_{100} = 1 + \frac{2}{100} = \frac{51}{50}$.

3 Cette suite est définie par une relation de récurrence.

- $u_1 = 2 \times u_0 - 5 = 2 \times (-3) - 5 = -11$;
- $u_2 = 2 \times u_1 - 5 = 2 \times (-11) - 5 = -27$;
- $u_3 = 2 \times u_2 - 5 = 2 \times (-27) - 5 = -59$;
- $u_4 = 2 \times u_3 - 5 = 2 \times (-59) - 5 = -123$.

4 Cette suite est définie par une relation de récurrence.

- $v_1 = 0 + v_0 = 2$;
- $v_2 = 1 + v_1 = 1 + 2 = 3$;
- $v_3 = 2 + v_2 = 2 + 3 = 5$;
- $v_4 = 3 + v_3 = 3 + 5 = 8$.

Voir énoncé page 3

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

4 Suites arithmétiques

Exercice type 3

Lycée Galois, Sartrouville

1 On considère la suite arithmétique u de raison -2 et de terme initial $u_0 = 10$.

- (a) Exprimer, pour $n \in \mathbb{N}$, u_{n+1} en fonction de u_n .
- (b) Calculer u_1 puis u_2 .

2 On considère la suite v définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = 3n + 4$.
Calculer les termes v_0 , v_1 et v_{10} .

...

Exercice type 3 (suite)

Lycée Galois, Sartrouville

- 3** On considère la suite w de terme initial $w_0 = 9$ et définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $w_{n+1} = w_n + 5$.
- (a) Calculer w_1 et w_2 .
 - (b) Donner la nature de la suite w et préciser la raison.
 - (c) En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, une expression de w_n en fonction de n .
 - (d) Calculer w_{10} .

Voir corrigé page 8

Définition 6 : suite arithmétique

Une suite u est *arithmétique* lorsqu'il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + r$.
 r est appelé la *raison* de la suite.

Exemple : la suite (u_n) définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$$

est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 0$ et de raison 1.

Remarque : une suite est donc arithmétique si tout terme se déduit du terme précédent en ajoutant un même nombre réel r , ou si la différence entre deux termes successifs est constante.

Théorème 1 : formule explicite

Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = u_0 + n \times r.$$

Exemple : soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 2$. Alors, pour tout entier n ,

$$u_n = 1 + n \times 2 = 2n + 1.$$

Propriété 4 : représentation graphique et sens de variation

(u_n) est une suite arithmétique de raison r .

- Dans un repère orthogonal, les points de coordonnées $(n; u_n)$ sont *alignés*.
- Si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.
- Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.
- Si $r = 0$ alors (u_n) est constante.

Remarque : une suite arithmétique permet de modéliser un phénomène *discret* à *croissance linéaire*.

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

➔ Solution de l'exercice type 3

Lycée Galois, Sartrouville

- 1** (a) u est une suite arithmétique de raison -2 et de terme initial $u_0 = 10$ donc, pour $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n - 2.$$

- (b) • $u_1 = u_0 - 2 = 10 - 2 = 8$;
• $u_2 = u_1 - 2 = 8 - 2 = 6$.

- 2** v est une suite arithmétique définie de manière explicite.

- $v_0 = 3 \times 0 + 4 = 4$;
- $v_1 = 3 \times 1 + 4 = 7$;
- $v_{10} = 3 \times 10 + 4 = 34$.

- 3** (a) • $w_1 = w_0 + 5 = 9 + 5 = 14$;
• $w_2 = w_1 + 5 = 14 + 5 = 19$.

- (b) La relation de récurrence « $w_{n+1} = w_n + 5$ » nous indique que chaque terme se déduit du précédent en ajoutant 5.
Ainsi w est une suite arithmétique de raison 5.

- (c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$w_n = w_0 + n \times r = 9 + 5n.$$

- (d) $w_{10} = 9 + 5 \times 10 = 59$.

Voir énoncé page 5

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

1 V/F Suite arithmétique

10 min Corrigé p. 14

On considère la suite u définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , par :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4}.$$

Les affirmations suivantes sont-elles *vraies* ou *fausses* ? Justifiez vos réponses.

- 1** $u_2 = 0,5$.
- 2** La suite u est arithmétique.
- 3** Le cinquième terme de la suite est $u_5 = 1,25$.
- 4** La forme explicite de u est $u_n = \frac{n}{4}$.
- 5** La fonction affine associée à cette suite est linéaire.
- 6** Si $n \geq 100$ alors $u_n > 25$.
- 7** Le cinquième terme de la suite arithmétique v de raison 2 et de premier terme $-\frac{1}{2}$ est 9,5.
- 8** On considère la suite arithmétique w de raison -2 et de premier terme 4. Le coefficient directeur de la droite qui contient tous les points de coordonnées $(n; w_n)$ est 4.
- 9** Les termes d'une suite arithmétique ne peuvent pas être tous égaux.

2 QCM Suite arithmétique

5 min Corrigé p. 14

Pour chaque question, trouver la ou les bonnes réponses.

Soit la suite arithmétique u définie, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n - 4. \end{cases}$$

- 1** Le terme u_2 vaut :

a -7	b -3	c 13
---------------	---------------	---------------
- 2** La raison de la suite est :

a 5	b 4	c -4
--------------	--------------	---------------
- 3** La suite est :

a croissante	b décroissante	c constante
---------------------	-----------------------	--------------------
- 4** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n =$

a $n - 4$	b $-4n + 5$	c $5n - 4$
------------------	--------------------	-------------------

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

Fonction affine

3 Fonction affine

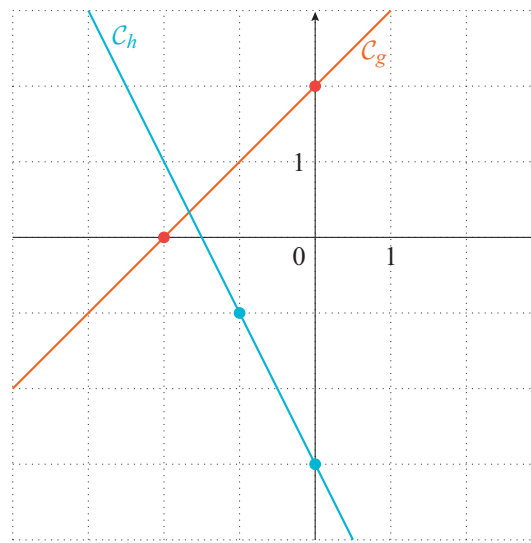


15 min

Corrigé
p. 15

Lycée Alain, Le Vésinet

- 1 Déterminer l'expression $f(x)$ de la fonction affine f telle que :
 $f(-1) = -3$ et $f(2) = 3$.
- 2 Dans le repère ci-dessous, les fonctions g et h sont représentées.



Donner l'expression de chacune de ces fonctions affines.

- 3 (a) Représenter la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ dans le repère ci-dessus.
- (b) Quel est le sens de variations de la fonction k sur $\mathbb{R}$.

4 Croissance linéaire



15 min

Corrigé
p. 16

Lycée Brel, La Courneuve

La pression de l'eau sur un plongeur se calcule à l'aide de la formule $P = \frac{F}{S}$, où P est la pression, en pascal (Pa), F est la force de pression exercée, en newton (N), et S , la surface corporelle, en m^2 .

- 1 La pression de l'eau définit-elle une croissance linéaire en fonction de F ou de S ? Justifier.
- 2 La surface corporelle moyenne d'un humain adulte est de $1,73 m^2$.
 - (a) Calculer la pression de l'eau sur un plongeur lorsque la force vaut 2,595 N.
 - (b) Calculer la force de pression exercée sur un plongeur lorsque la pression est de 1 bar, soit 10^5 Pa.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

5 Fonction affine



20 min

Corrigé
p. 16

Lycée Aubrac, Pantin

La température $f(x)$ en degré Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) en fonction de la température x en $^{\circ}\text{C}$ vérifie une croissance linéaire telle que $f(37) = 98,6$ et $f(100) = 212$.

- 1 Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la représentation graphique de f , puis en déduire l'expression de f .
- 2 Convertir $107,6$ $^{\circ}\text{F}$ en $^{\circ}\text{C}$.
- 3 Déterminer l'expression de la température en $^{\circ}\text{C}$ en fonction de celle en $^{\circ}\text{F}$. Obtient-on une fonction affine ? Justifier.

Suites numériques

6 Suite et Python



5 min

Corrigé
p. 17

Lycée St Exupéry, Toulouse

Voici une fonction u en langage Python.

```
def u(n):
    u=2*n**2-3*n+5
    return u
```

- 1 Définir la suite explicite (u_n) dont cette fonction permet de calculer les termes.
- 2 Que vaut u_{10} ?

7 Suite et tableur



5 min

Corrigé
p. 17

Lycée Brel, La Courneuve

On souhaite calculer les termes d'une suite à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	n	0	1	2	3
2	u_n	-2	$=3*C1^2+5*C1-2$		
3					

- 1 Si on étend la formule de la case C2 à la case D2, quelle est la valeur de u_2 ?
- 2 Exprimer le terme général u_n en fonction de n en utilisant la formule donnée par le tableur.

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

Suites arithmétiques

8 Suite arithmétique



15 min

Corrigé
p. 18

Lycée Alain, Le Vésinet

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 48$ et de raison -5 .

- 1 Donner la relation de récurrence vérifiée par (u_n) , puis la formule explicite de (u_n) .
- 2 Calculer u_5 .
- 3 Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .

9 Suite arithmétique et Python



20 min

Corrigé
p. 18

Lycée Déodat, Toulouse

On considère la suite arithmétique (u_n) dont le terme de rang n s'obtient grâce à l'algorithme ci-dessous :

```
def suite(n):
    u=10
    for k in range(1,n+1):
        u=u+4
    return(n)
```

- 1 (a) Préciser le premier terme u_0 ainsi que la raison.
(b) En déduire la formule explicite de u_n .
- 2 (a) En résolvant une inéquation, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 1\,000$.
(b) Modifier la fonction Python précédente pour qu'elle réponde à la question précédente.

10 Modéliser



20 min

Corrigé
p. 19

Lycée Montaigne, Bordeaux

Une famille décide d'épargner afin de pouvoir s'offrir un voyage. La première année, elle économise 500 euros. Chaque année, elle augmente la somme épargnée de 100 euros. Pour $n \geq 1$, on note s_n la somme épargnée l'année n .

- 1 Déterminer s_1 , s_2 , s_3 et s_4 .
- 2 Exprimer s_{n+1} en fonction de s_n .
- 3 En déduire la nature de la suite (s_n) puis son terme général.
- 4 Déterminer dans combien d'années la famille pourra partir en voyage sachant que le voyage coûte 4 200 euros.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

11 Modéliser



20 min

Corrigé
p. 19

Lycée Michelet, Vanves

En 2025, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un influenceur était de 9 000. On suppose que, chaque année, il obtient 1 500 followers supplémentaires. f_n désigne le nombre d'abonnés en 2025 + n pour tout entier naturel n .

- 1 Calculer le nombre d'abonnés en 2026 et 2027.
- 2 Exprimer f_{n+1} en fonction de f_n .
- 3 Quelle est la nature de la suite ? En déduire une expression de f_n en fonction de n .
- 4 Existe-t-il une année pour laquelle le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à 2025 ? Si oui, laquelle ?

Vers les maths complémentaires

12 Suite homographique



30 min

Corrigé
p. 20

Lycée St-Exupéry, Mantes-la-Jolie

On considère la suite (u_n) telle que $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \frac{-u_n - 1}{4u_n + 3}.$$

On admet que u_n est défini pour tout entier naturel n .

- 1 Calculer u_1 .
- 2 On considère alors la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = \frac{1}{u_n + 0,5}.$$

- (a) Calculer v_0 .
- (b) Montrer que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} - v_n = 4$.
Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- (c) En déduire une expression de v_n pour tout entier naturel n .
- (d) En déduire que pour tout entier naturel n ,

$$u_n = \frac{1}{0,4 + 4n} - 0,5.$$

- (e) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < -0,499$.

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

1 V/F Suite arithmétique

Énoncé
p. 9

1 Vrai. On a :

$$\bullet u_1 = u_0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4},$$

$$\bullet u_2 = u_1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

2 Vrai. La suite u est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{4}$ car :

$$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{4}.$$

3 Faux. Le cinquième terme de la suite est $u_4 = 1$.

4 Vrai. La forme explicite de la suite est :

$$u_n = u_0 + n \times r = 0 + n \times \frac{1}{4} = \frac{n}{4}.$$

5 Vrai. La fonction affine associée à la suite est définie par :

$$f(n) = \frac{n}{4} = \frac{1}{4}n, \text{ qui est une fonction linéaire.}$$

6 Faux. $r = \frac{1}{4} > 0$ donc la suite est croissante. $u_{100} = 25$ donc si $n \geq 100$ alors $u_n \geq 25$.

7 Faux. Le cinquième terme de la suite arithmétique v de raison 2 et de premier terme $v_0 = -\frac{1}{2}$ est :

$$v_4 = v_0 + 4 \times 2 = -\frac{1}{2} + 8 = 7,5.$$

8 Faux. La droite qui contient tous les points de coordonnées $(n; w_n)$ a pour équation $y = -2x + 4$. Elle a donc pour coefficient directeur -2 .

9 Faux. Si la raison de la suite vaut 0, tous les termes de la suite seront égaux.

2 QCM Suite arithmétique

Énoncé
p. 9

1 Réponses **[b]**. On a :

$$\bullet u_1 = u_0 - 4 = 5 - 4 = 1;$$

$$\bullet u_2 = u_1 - 4 = 1 - 4 = -3.$$

2 Réponse **[c]**. $u_{n+1} = u_n - 4$ est l'expression par récurrence d'une suite arithmétique de raison $r = -4$.

3 Réponse **[b]**. La raison de la suite est négative donc la suite est décroissante.

4 Réponse **[b]**. L'expression du terme général de la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -4$ est $u_n = u_0 + n \times r = 5 - 4n$.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

3 Fonction affine

Énoncé
p. 10

Lycée Alain, Le Vésinet

1 $f(x)$ est de la forme $f(x) = ax + b$.

- Calcul de a :

$$a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)}$$

$$a = \frac{3 + 3}{3}$$

$$a = 2.$$

$$f(x) = 2x + b.$$

- Calcul de b :

$$f(2) = 3 \iff 2 \times 2 + b = 3$$

$$\iff 4 + b = 3$$

$$\iff b = -1.$$

Ainsi, pour tout réel x , $f(x) = 2x - 1$.

2 • La courbe de g passe par le point $(0; 2)$ donc l'ordonnée à l'origine est :

$$b = 2.$$

Elle passe également par le point $(-2; 0)$ donc :

$$a = \frac{2 - 0}{0 - (-2)}$$

$$a = \frac{2}{2}$$

$$a = 1.$$

Ainsi $g(x) = x + 2$.

- De manière identique, la courbe de h passe par $(0; -3)$ donc :

$$b = -3.$$

Elle passe également par le point $(-1; -1)$ donc :

$$a = \frac{-3 - (-1)}{0 - (-1)}$$

$$a = \frac{-2}{1}$$

$$a = -2.$$

Ainsi $h(x) = -2x - 3$.

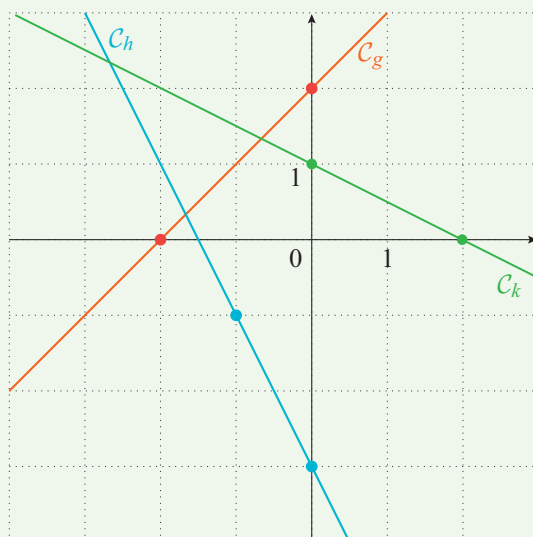
3 (a) Pour tracer la droite représentant la fonction k , il faut tracer deux points. On donne deux valeurs à x et on calcule les valeurs de $k(x)$ correspondantes.

- Si $x = 0$ alors $k(0) = 1$. On place le point $(0; 1)$.

- Si $x = 2$ alors $k(2) = 0$. On place le point $(2; 0)$.

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

Ensuite, on trace la droite passant par ces deux points.



- (b) Pour la fonction affine k , le coefficient directeur $a = -\frac{1}{2}$ est négatif donc la fonction k est décroissante.

4 Croissance linéaire

Énoncé
p. 10

Lycée Brel, La Courneuve

- 1 La pression de l'eau définit une croissance linéaire en fonction de F puisque P peut s'écrire sous la forme $P = \frac{1}{S} \times F$.

- 2 (a) On remplace S par 1,73 et F par 2,595 et on obtient :

$$P = \frac{2,595}{1,73} = 1,5.$$

Ainsi, la pression de l'eau est de 1,5 Pa.

- (b) Lorsque $P = 10^5$, on a :

$$10^5 = \frac{F}{1,73} \iff F = 10^5 \times 1,73 = 173\,000.$$

La force exercée est donc de 173 000 N.

5 Fonction affine

Énoncé
p. 11

Lycée Aubrac, Pantin

- 1 f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$. Elle est représentée par une droite d'équation $y = ax + b$ où a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

- Calcul de a :

$$a = \frac{f(100) - f(37)}{100 - 37} = \frac{212 - 98,6}{63} = \frac{113,4}{63} = 1,8.$$

Ainsi $f(x) = 1,8x + b$.

- Calcul de b :

$$f(100) = 212 \iff 1,8 \times 100 + b = 212$$

$$\iff b = 212 - 180 = 32.$$

Donc $f(x) = 1,8x + 32$.

Le coefficient directeur est donc 1,8 et l'ordonnée à l'origine 32.

- 2** On cherche x tel que $f(x) = 107,6$.

$$f(x) = 107,6 \iff 1,8x + 32 = 107,6$$

$$\iff 1,8x = 107,6 - 32$$

$$\iff 1,8x = 75,6$$

$$\iff x = \frac{75,6}{1,8} = 42.$$

Donc 107,6°F correspond à 42°C.

- 3** Notons y la température en °F. Nous voulons isoler x (la température en °C) dans l'équation.

$$y = 1,8x + 32 \iff y - 32 = 1,8x$$

$$\iff x = \frac{y - 32}{1,8} = \frac{1}{1,8}y - \frac{32}{1,8}$$

$$\iff x = \frac{5}{9}y - \frac{160}{9}.$$

On obtient donc $g(y) = \frac{5}{9}y - \frac{160}{9}$, qui est l'expression d'une fonction affine.

6 Suite et Python

→ Énoncé
p. 11

Lycée St Exupéry, Toulouse

- 1** La forme explicite de cette suite est : $u_n = 2n^2 - 3n + 5$.

- 2** $u_{10} = 2 \times 10^2 - 3 \times 10 + 5 = 175$.

7 Suite et tableur

→ Énoncé
p. 11

Lycée Brel, La Courneuve

- 1** $u_2 = 3 \times 2^2 + 5 \times 2 - 2 = 20$.

- 2** $u_n = 3n^2 + 5n - 2$

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

8 Suite arithmétique

Énoncé
p. 12

Lycée Alain, Le Vésinet

- 1 La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$\begin{cases} u_0 = 48 \\ u_{n+1} = u_n - 5, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

La formule explicite de la suite est :

$$u_n = u_0 + n \times r = 48 - 5n.$$

- 2 $u_5 = 48 - 5 \times 5 = 23.$

- 3 $r = -5$ est négatif donc la suite est strictement décroissante.

9 Suite arithmétique et Python

Énoncé
p. 12

Lycée Déodat, Toulouse

- 1 (a) C'est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $r = 4$.

- (b) La formule explicite est donc :

$$u_n = u_0 + n \times r = 10 + 4n.$$

- 2 (a) On cherche n tel que :

$$u_n \geq 1000 \iff 10 + 4n \geq 1\,000$$

$$\iff 4n \geq 990$$

$$\iff n \geq \frac{990}{4}$$

$$\iff n \geq 247,5.$$

Le plus petit entier est donc 248.

- (b) La fonction modifiée est la suivante :

```
def suite():  
    u=10  
    n=0  
    while u<1000:  
        u=u+4  
        n=n+1  
    return(n)
```

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

10 Modéliser

Énoncé
p. 12

Lycée Montaigne, Bordeaux

À RETENIR

- Une suite (u_n) est arithmétique de raison r si, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$$u_{n+1} = u_n + r.$$
- Si (u_n) est arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors, pour tout entier naturel n , $u_n = u_0 + nr$.
- Si (u_n) est arithmétique de raison r alors pour tous entiers naturels n et p , on a : $u_n = u_p + (n - p) \times r$.

1 • $s_1 = 500$,

• $s_2 = 500 + 100 = 600$,

• $s_3 = 600 + 100 = 700$,

• $s_4 = 700 + 100 = 800$.

2 $s_{n+1} = s_n + 100$.

3 (s_n) est une suite arithmétique de raison 100 et de premier terme $s_1 = 500$.
La suite commence donc au terme s_1 . Ainsi,

$$\begin{aligned} s_n &= s_1 + (n - 1) \times r = 500 + (n - 1) \times 100 \\ &= 500 + 100n - 100 \\ &= 400 + 100n. \end{aligned}$$

4 On cherche n tel que $s_n \geq 4\,200$.

$$\begin{aligned} s_n \geq 4\,200 &\iff 400 + 100n \geq 4\,200 \\ &\iff 100n \geq 3\,800 \\ &\iff n \geq 38. \end{aligned}$$

Ainsi, la famille pourra partir en voyage au bout de 38 mois (soit 3 ans et 2 mois).

11 Modéliser

Énoncé
p. 13

Lycée Michelet, Vanves

1 • Le nombre d'abonnés en 2026 correspond à :

$$f_1 = 9\,000 + 1\,500 = 10\,500;$$

• le nombre d'abonnés en 2027 est :

$$f_2 = 10\,500 + 1\,500 = 12\,000.$$

2 $f_{n+1} = f_n + 1500$.

CROISSANCE LINÉAIRE • CHAP. 3

- 3 (f_n) est donc une suite arithmétique de raison 1 500 et de premier terme $f_0 = 9\,000$ (qui correspond au nombre d'abonnés en 2025).

$$f_n = f_0 + n \times r = 9\,000 + 1\,500n.$$

- 4 On cherche s'il existe une valeur n telle que $f_n = 3 \times 9\,000 = 27\,000$.

$$9\,000 + 1\,500n = 27\,000 \iff 1\,500n = 18\,000$$

$$\iff n = \frac{1\,800}{1\,500} = 12.$$

Ainsi, le nombre d'abonnés devrait avoir triplé au bout de 12 années, soit en $2025 + 12 = 2037$.

12 Suite homographique

Énoncé
p. 13

Lycée St-Exupéry, Mantes-la-Jolie

$$\begin{aligned} 1 \quad u_1 &= \frac{-u_0 - 1}{4u_0 + 3} \\ &= \frac{-2 - 1}{4 \times 2 + 3} \\ u_1 &= -\frac{3}{11}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad (a) \quad v_0 &= \frac{1}{u_0 + 0,5} \\ &= \frac{1}{2,5} \\ &= 0,4. \end{aligned}$$

- (b) Pour tout entier naturel n ,

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{u_{n+1} + 0,5} - \frac{1}{u_n + 0,5} \\ &= \frac{1}{\frac{-u_n - 1}{4u_n + 3} + 0,5} - \frac{1}{u_n + 0,5} \\ &= \frac{1}{\frac{-u_n - 1 + 0,5(4u_n + 3)}{4u_n + 3}} - \frac{1}{u_n + 0,5} \\ &= \frac{4u_n + 3}{u_n + 0,5} - \frac{1}{u_n + 0,5} \\ &= \frac{4u_n + 2}{u_n + 0,5} \\ &= \frac{4(u_n + 0,5)}{u_n + 0,5} \\ &= 4. \end{aligned}$$

COURS

INTERROS

CORRIGÉS

CORRIGÉS

- (c) La suite (v_n) est donc arithmétique de raison 4 et de premier terme 0,4.

Ainsi, pour tout entier naturel n ,

$$v_n = v_0 + n \times r = 0,4 + 4n.$$

- (d) Pour tout entier naturel n , $v_n = \frac{1}{u_n + 0,5}$.

Ainsi,

$$\frac{1}{v_n} = u_n + 0,5$$

et donc :

$$u_n = \frac{1}{v_n} - 0,5 = \frac{1}{0,4 + 4n} - 0,5.$$

- (e) Soit $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_n < -0,499 &\iff \frac{1}{0,4 + 4n} - 0,5 < -0,499 \\ &\iff \frac{1}{0,4 + 4n} < 0,001 \\ &\iff 0,4 + 4n > 1\,000 \\ &\iff n > \frac{1\,000 - 0,4}{4}. \end{aligned}$$

Or,

$$\frac{1\,000 - 0,4}{4} = 249,9.$$

L'entier cherché est donc 250.