

SUITES NUMÉRIQUES • CHAP. 1

- 3** On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par l'égalité :

$$v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}.$$

- (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.
(b) En déduire que pour tout entier naturel n ,

$$u_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}.$$

- 4** Soit la somme S_n définie par : $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

Déterminer l'expression de S_n en fonction de n .

22 Suites imbriquées



30 min

Corrigé
p. 37

Lycée Louis Pasteur, Neuilly-sur-Seine



Retrouvez le corrigé de cet exercice en vidéo.

Un biologiste étudie les mutations génétiques entre deux types de cellules, A et B, évoluant dans un même milieu. Le nombre total de cellules reste constant (ni disparition ni création) ; mais d'un jour à l'autre, 25 % des cellules de type A mutent vers des cellules de type B, et réciproquement.

On note a_n (resp. b_n) le nombre de cellules de type A (resp. de type B) au bout de n jours d'observation. Pour tout entier n , on a $a_n + b_n = 300$. Initialement, $a_0 = 100$ et $b_0 = 200$.

- 1** Justifier que pour tout entier naturel, on a :

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{1}{4}b_n \\ b_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{3}{4}b_n \end{cases}$$

- 2** En déduire que pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 0,5a_n + 75$.

- 3** On pose $c_n = 150 - a_n$ pour tout entier naturel n .

- (a) Montrer que la suite (c_n) est géométrique.
(b) Exprimer c_n en fonction de n .

En déduire que $a_n = 150 - 50 \times 0,5^n$.

- 4** Étudier les variations de chacune des suites (a_n) et (b_n) .

- 5** Déterminer la limite de chacune des suites. Interpréter les résultats vis-à-vis de la situation étudiée par le biologiste.

COURS

INTERROS

CORRIGÉS